

Wurzelgleichungen: Aufgaben

Gesucht sind die Lösungen folgender Gleichungen:

Aufgabe 5: $x + 2 - \sqrt{4 - x} = 0$

Aufgabe 6: $\sqrt{2x - 3} + 5 - 3x = 0$

Aufgabe 7: $\sqrt{2x + 10} - \sqrt{4x - 8} = 2$

Aufgabe 8: $\sqrt{3x + 1} - x + 3 = 0$

Aufgabe 9: $x = \sqrt{-x + 12}$

Aufgabe 10: $\sqrt{29 - \sqrt{x^2 - 9}} = 5$

Wurzelgleichungen: Lösung 5

1. $G: x + 2 - \sqrt{4 - x} = 0$

2. Definitionsbereich der Gleichung: $4 - x \geq 0 \Rightarrow D(G) = (-\infty, 4]$

3. Isolieren der Wurzel: $x + 2 = \sqrt{4 - x}$

4. Quadrieren der Gleichung:

$$\tilde{G}: (x + 2)^2 = (\sqrt{4 - x})^2 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 4 - x \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(x + 5) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, \quad x_2 = -5$$

5. Die Lösung der umgeformten Gleichung: $L(\tilde{G}) = \{-5, 0\}$

6. Probe: $x = 0: 0 + 2 - \sqrt{4 - 0} = 0 \Leftrightarrow 2 - \sqrt{4} = 0$

$$x = -5: -5 + 2 - \sqrt{4 + 5} = 0 \Leftrightarrow -3 - \sqrt{9} \neq 0$$

$$\Rightarrow L(G) \neq L(\tilde{G})$$

7. Die Lösung der Gleichung: $L(G) = \{0\}$

Es ist sehr wichtig, die Probe zu machen !

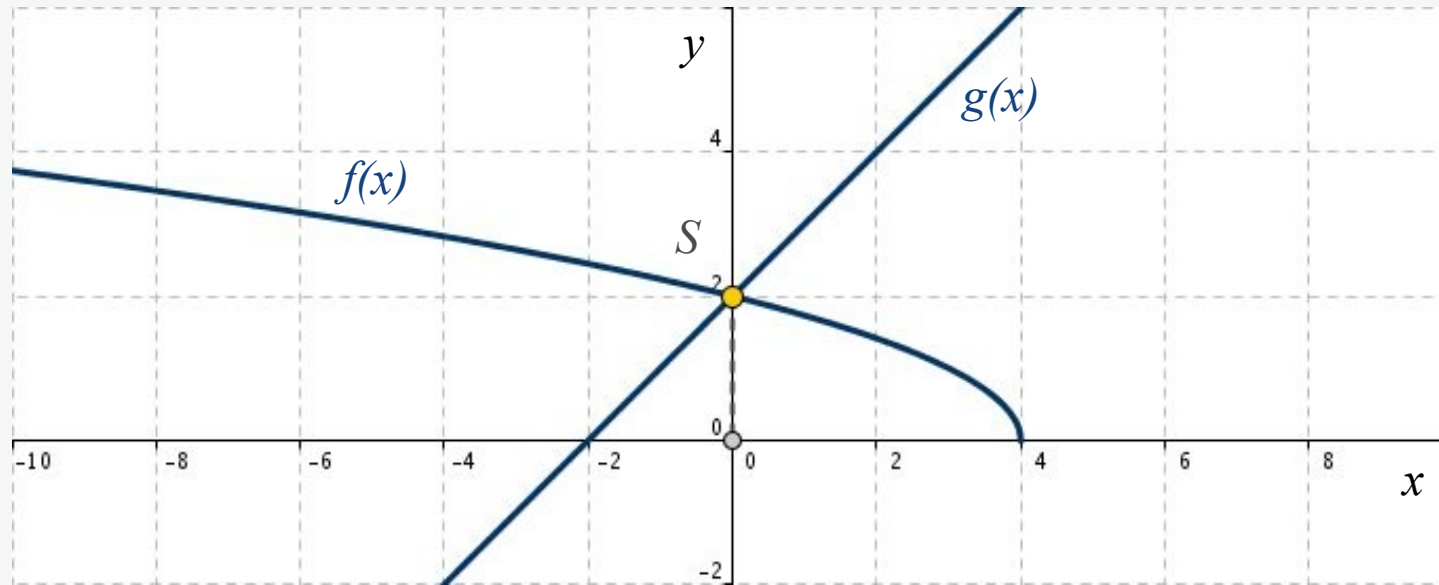


Abb. L5-1: Die Wurzelfunktion $y = f(x)$ und die lineare Funktion $y = g(x)$, der Schnittpunkt zwischen diesen Funktionen

$$f(x) = \sqrt{4 - x}, \quad g(x) = x + 2$$

$S(0, 2)$ ist der Schnittpunkt der Funktionen $f(x)$ und $g(x)$.

Wurzelgleichungen: Graphische Lösung 5

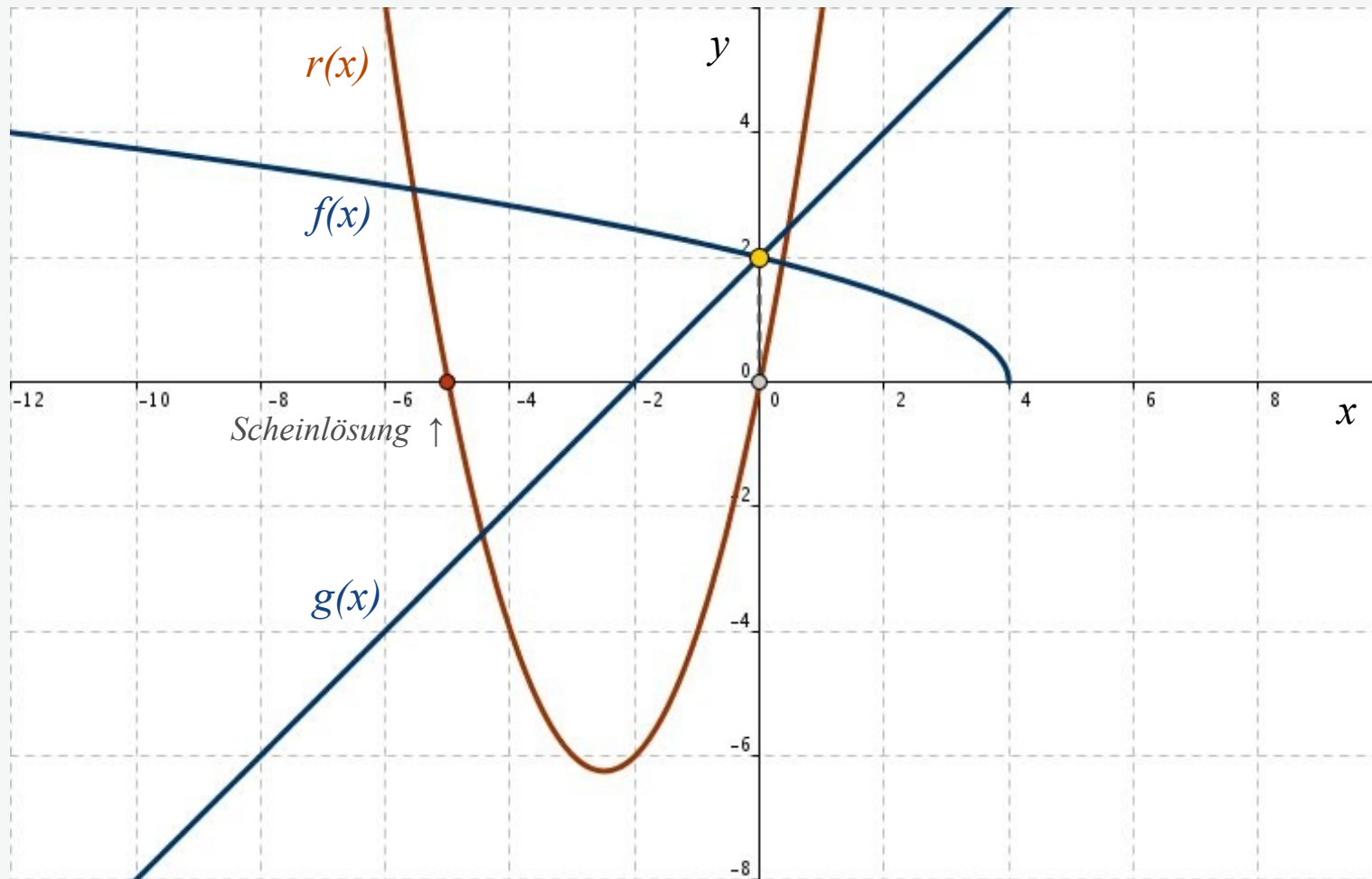


Abb. L5-2: Die Wurzelfunktion $y = f(x)$, die lineare Funktion $y = g(x)$ und die quadratische Funktion $y = r(x)$. Der Schnittpunkt zwischen den Funktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$, die Schnittpunkte der quadratischen Funktion mit der x -Achse

$$f(x) = \sqrt{4 - x}, \quad g(x) = x + 2, \quad r(x) = x^2 + 5x$$

Wurzelgleichungen: Lösung 6

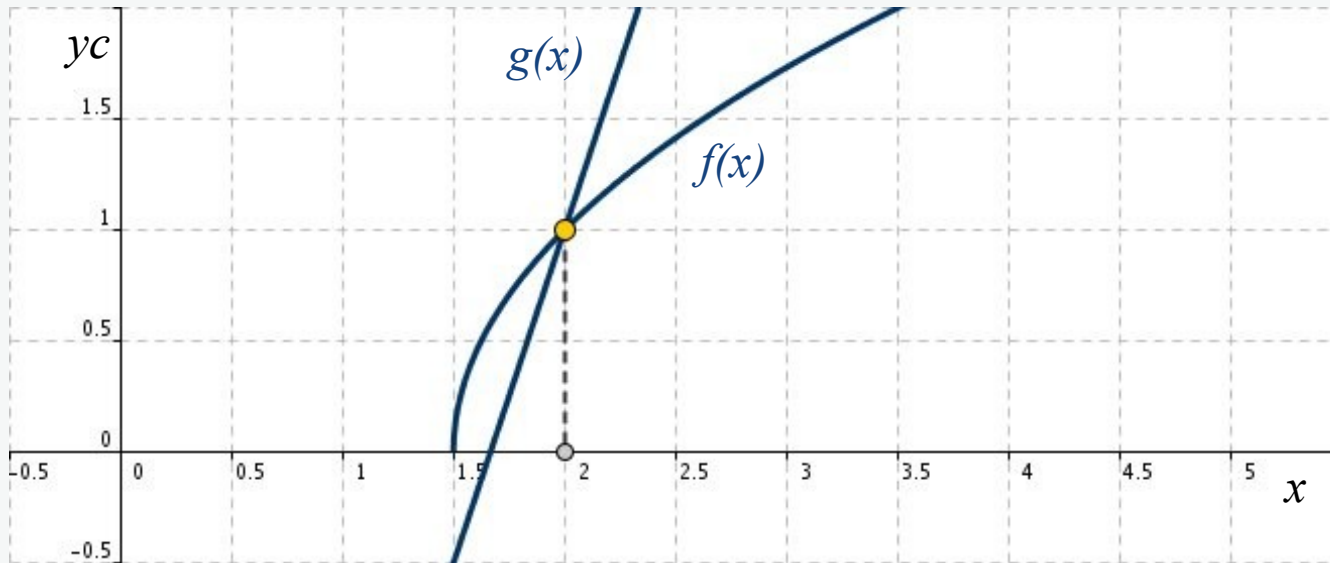


Abb. L6-1: Die Wurzelfunktion $y = f(x)$ und die lineare Funktion $y = g(x)$, der Schnittpunkt zwischen diesen Funktionen

$$f(x) = \sqrt{2x - 3}, \quad g = 3x - 5$$

$$G : \sqrt{2x - 3} + 5 - 3x = 0$$

$S(2, 1)$ ist der Schnittpunkt der Funktionen $f(x)$ und $g(x)$.

$$G : \sqrt{2x - 3} = 3x - 5, \quad D(G) = [1.5, \infty), \quad L_G = \{2\}$$

$$\tilde{G} : 9x^2 - 32x + 28 = 0, \quad D(\tilde{G}) = \mathbb{R}, \quad L_{\tilde{G}} = \left\{ \frac{14}{9}, 2 \right\}$$

Wurzelgleichungen: Graphische Lösung 6

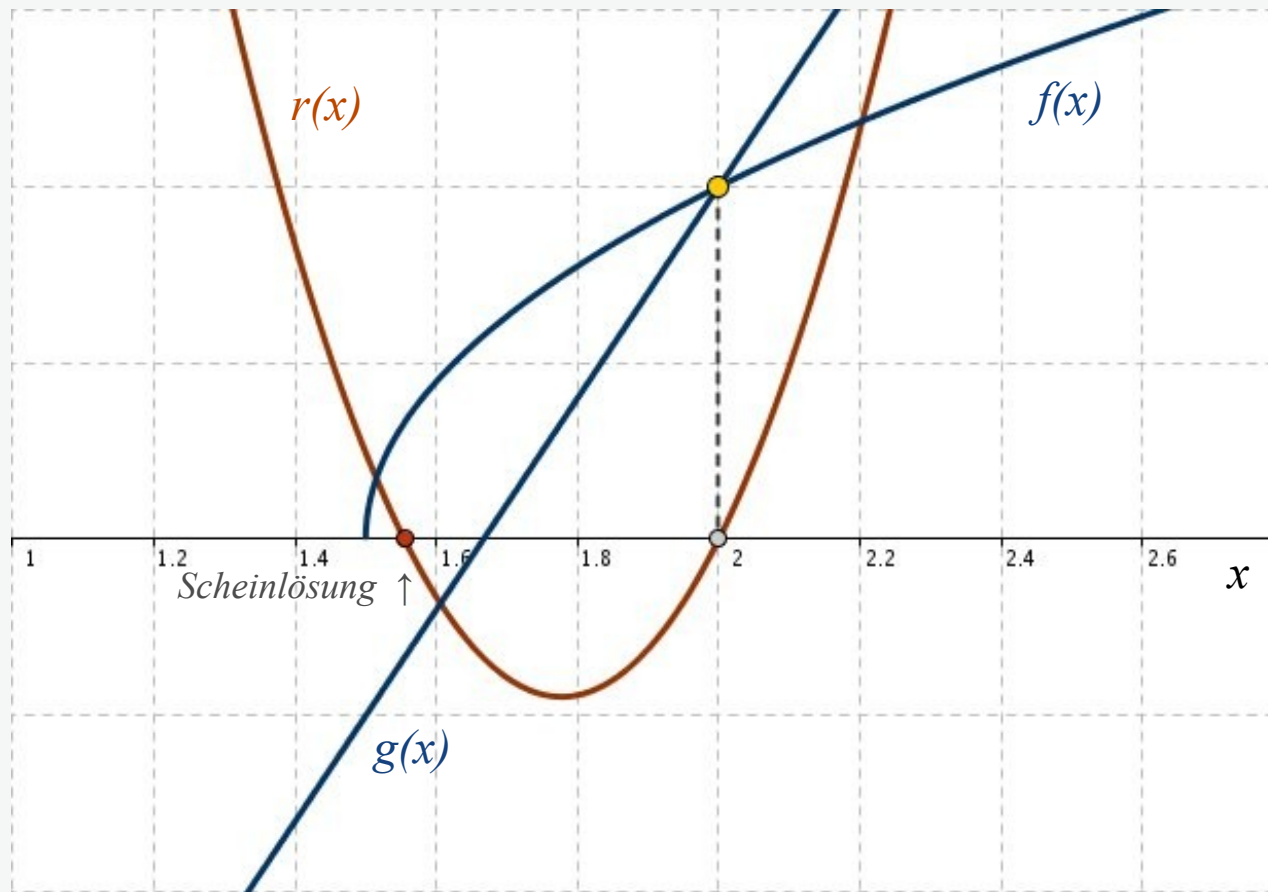


Abb. L6-2: Die Wurzelfunktion $y = f(x)$, die lineare Funktion $y = g(x)$ und die quadratische Funktion $y = r(x)$. Der Schnittpunkt zwischen den Funktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$, die Schnittpunkte der quadratischen Funktion mit der x -Achse

$$f(x) = \sqrt{2x - 3}, \quad g(x) = 3x - 5, \quad r(x) = 9x^2 - 32x + 28$$

Wurzelgleichungen: Graphische Lösung 7

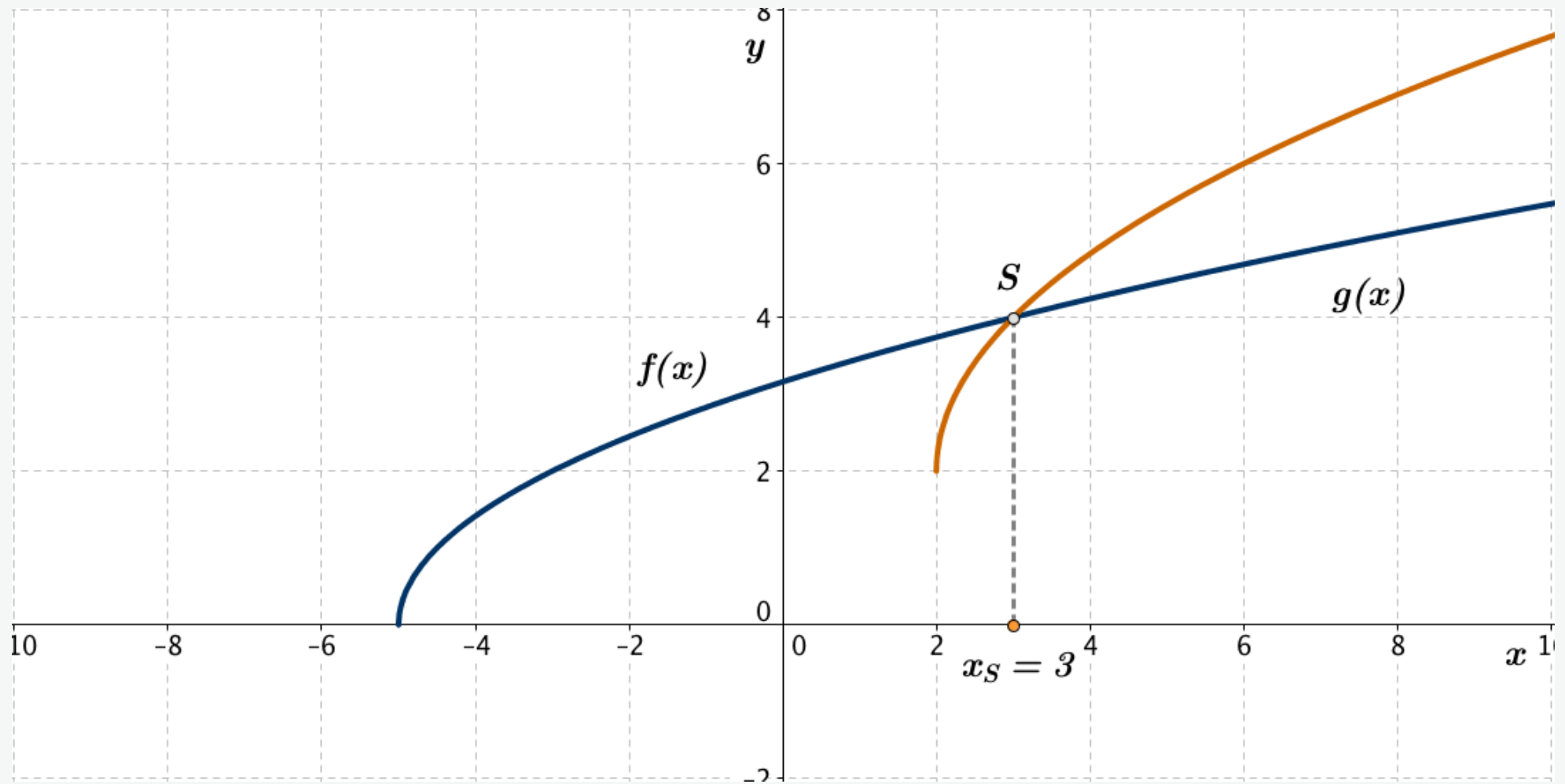


Abb. L7-1: Die Wurzelfunktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$, der Schnittpunkt zwischen diesen Funktionen

$$f(x) = \sqrt{2x + 10}, \quad g(x) = 2 + \sqrt{4x - 8}$$

$S(3, 4)$ ist der Schnittpunkt der Funktionen $f(x)$ und $g(x)$, die x -Koordinate des Punktes S ist die Lösung der Wurzelgleichung

$$\sqrt{2x + 10} = 2 + \sqrt{4x - 8}$$

Wurzelgleichungen: Graphische Lösung 7

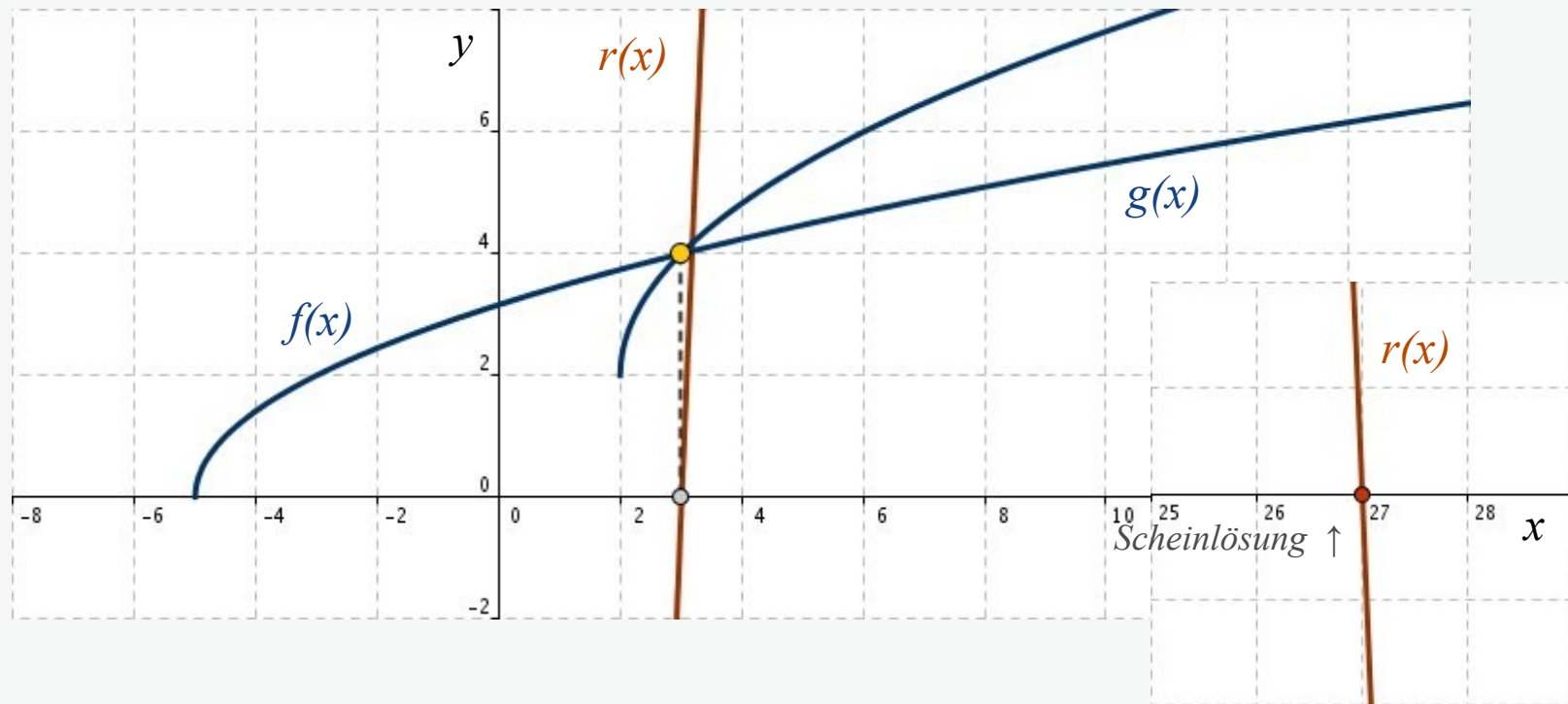


Abb. L7-2: Die Wurzelfunktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$, der Schnittpunkt zwischen diesen Funktionen

$$f(x) = \sqrt{2x + 10}, \quad g(x) = 2 + \sqrt{4x - 8}$$

$$r(x) = -x^2 + 30x - 81$$

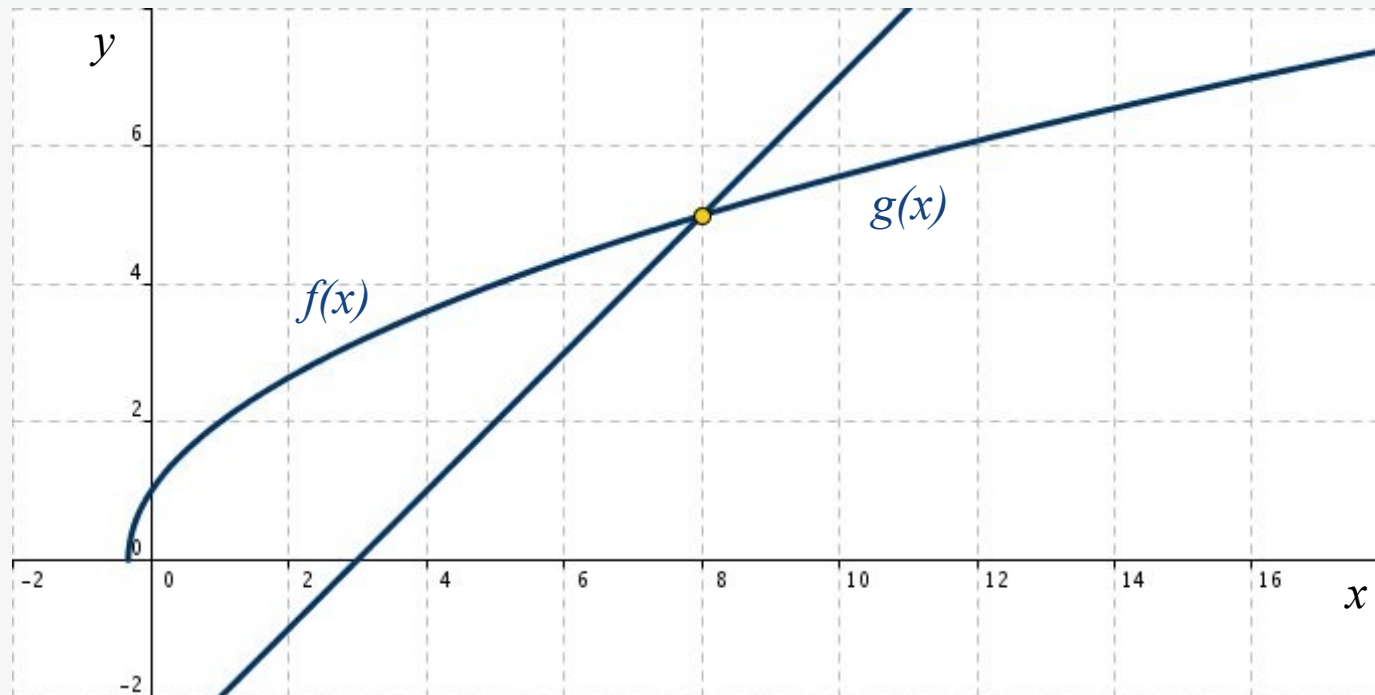


Abb. L8: Die Wurzelfunktion $y = f(x)$ und die lineare Funktion $y = g(x)$, der Schnittpunkt zwischen diesen Funktionen

$$f(x) = \sqrt{3x + 1}, \quad g(x) = x - 3$$

$S(8, 5)$ ist der Schnittpunkt der Funktionen $f(x)$ und $g(x)$.

Wurzelgleichungen: Graphische Lösung 9

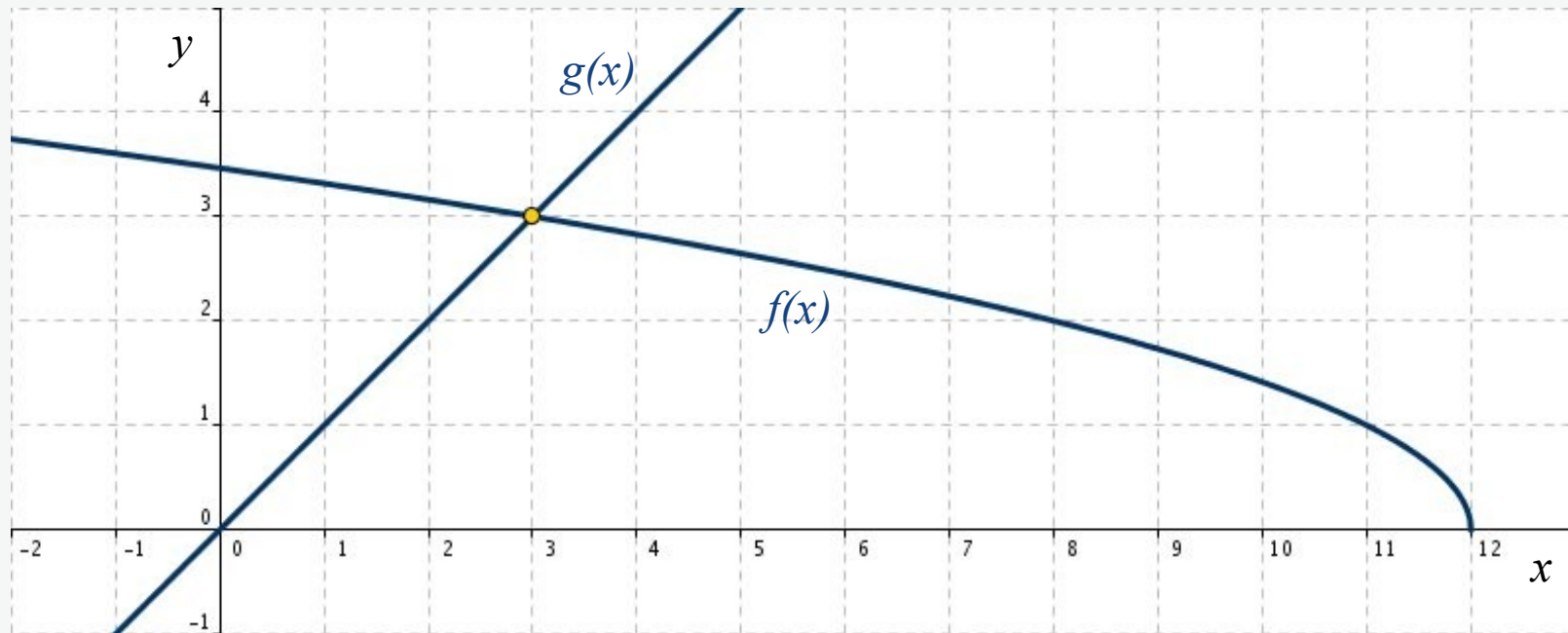


Abb. L9: Die Wurzelfunktion $y = f(x)$ und die lineare Funktion $y = g(x)$, der Schnittpunkt zwischen diesen Funktionen

$$f(x) = \sqrt{-x + 12}, \quad g(x) = x$$

$S(3, 3)$ ist der Schnittpunkt der Funktionen $f(x)$ und $g(x)$.

Wurzelgleichungen: Lösung 10

$$\sqrt{29 - \sqrt{x^2 - 9}} = 5 \quad | \quad \text{Gleichung quadrieren}$$

$$\sqrt{x^2 - 9} = 4 \quad | \quad \text{nochmals quadrieren}$$

$$x^2 = 25, \quad \Rightarrow \quad x_1 = -5, \quad x_2 = 5$$

$$x_1 = -5 \quad : \quad \sqrt{29 - \sqrt{(-5)^2 - 9}} = 5$$

$$x_2 = 5 \quad : \quad \sqrt{29 - \sqrt{5^2 - 9}} = 5$$

$$L = \{-5, 5\}$$

Wurzelgleichungen: Lösung 10

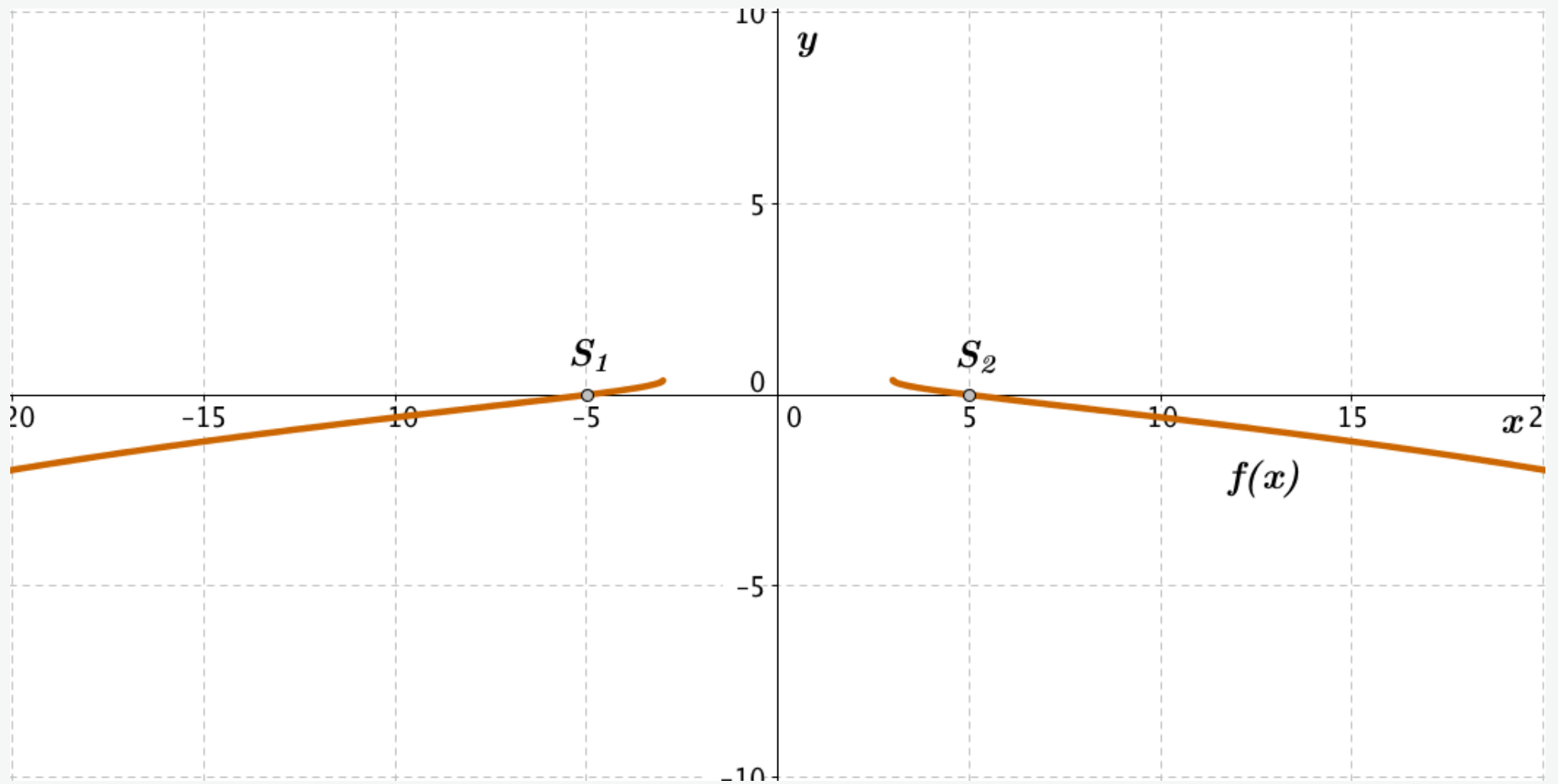


Abb. L-10: Funktion $f(x)$

$$f(x) = \sqrt{29 - \sqrt{x^2 - 9}} - 5, \quad S_1 = (-5, 0), \quad S_2 = (5, 0)$$

Wurzelgleichungen: Aufgaben 11-20

Aufgabe 11: $\sqrt{x - 2} - 1 = 0$

Aufgabe 12: $\sqrt{x + 5} = x + 3$

Aufgabe 13: $\sqrt{2x + 9} = 5$

Aufgabe 14: $\sqrt{5x - 4} = 9$

Aufgabe 15: $\sqrt{2x - 3} - 2 = 1$

Aufgabe 16: $\sqrt{x + 1} = 2 - \sqrt{x}$

Aufgabe 17: $\sqrt{2x + 5} - \sqrt{3x - 2} = 1$

Aufgabe 18: $\sqrt{x^2 - 8x} = 3$

Aufgabe 19: $\sqrt{x^2 + 7x + 11} = 1$

Aufgabe 20: $\sqrt{5x + 4} = \sqrt{3x - 1}$

Wurzelgleichungen: Lösungen 11-20

Lösung 11: $\sqrt{x - 2} - 1 = 0, \quad \sqrt{x - 2} = 1, \quad L = \{ 3 \}$

Lösung 12: $\sqrt{x + 5} = x + 3, \quad L = \{ -1 \}$

Lösung 13: $\sqrt{2x + 9} = 5, \quad L = \{ 8 \}$

Lösung 14: $\sqrt{5x - 4} = 9, \quad 5x = 85, \quad L = \{ 17 \}$

Lösung 15: $\sqrt{2x - 3} - 2 = 1, \quad 2x - 3 = 9, \quad L = \{ 6 \}$

Lösung 16: $\sqrt{x + 1} = 2 - \sqrt{x}, \quad L = \left\{ \frac{9}{16} \right\}$

Lösung 17: $\sqrt{2x + 5} - \sqrt{3x - 2} = 1,$
 $x^2 - 24x + 44 = 0, \quad L = \{ 2 \}$

Lösung 18: $\sqrt{x^2 - 8x} = 3, \quad L = \{ -1, 9 \}$

Lösung 19: $\sqrt{x^2 + 7x + 11} = 1, \quad L = \{ -5, -2 \}$

Lösung 20: $\sqrt{5x + 4} = \sqrt{3x - 1}, \quad L = \left\{ -\frac{5}{2} \right\}$

Wurzelgleichungen: Aufgaben 21-26

Aufgabe 21: $\sqrt{2x + \sqrt{4x - 3}} = 3, \quad L = \{3\}$

Aufgabe 22: $\sqrt{x + \sqrt{x + 5}} = 1, \quad L = \{-1\}$

Aufgabe 23: $2\sqrt{5x + \sqrt{10x + 6}} = 6, \quad L = \{1\}$

Aufgabe 24: $5\sqrt{x - \sqrt{2x - 8}} = 10, \quad L = \{4, 6\}$

Aufgabe 25: $12\sqrt{x - \sqrt{4x - 7}} = 12, \quad L = \{2, 4\}$

Aufgabe 26: $\sqrt{x + \sqrt{x - 2}} = 2, \quad L = \{3\}$

Lösung 21: $\sqrt{2x + \sqrt{4x - 3}} = 3, \quad L = \{3\}$

Lösung 22: $\sqrt{x + \sqrt{x + 5}} = 1, \quad L = \{-1\}$

Lösung 23: $2\sqrt{5x + \sqrt{10x + 6}} = 6, \quad L = \{1\}$

Lösung 24: $5\sqrt{x - \sqrt{2x - 8}} = 10, \quad L = \{4, 6\}$

Lösung 25: $12\sqrt{x - \sqrt{4x - 7}} = 12, \quad L = \{2, 4\}$

Lösung 26: $\sqrt{x + \sqrt{x - 2}} = 2, \quad L = \{3\}$