

<http://www.flickr.com/photos/sigfrid/2193740772/>

Quadratische Ungleichungen



Lösen Sie folgende quadratische Ungleichungen

Aufgabe 1: $2x^2 - 5x - 3 > 0$

Aufgabe 2: $5x^2 - 8x + 3 < 2x^2 + 4x + 5$

Aufgabe 3: $5x^2 - 8x + 4 < 0$

Quadratische Ungleichungen: Lösung 1

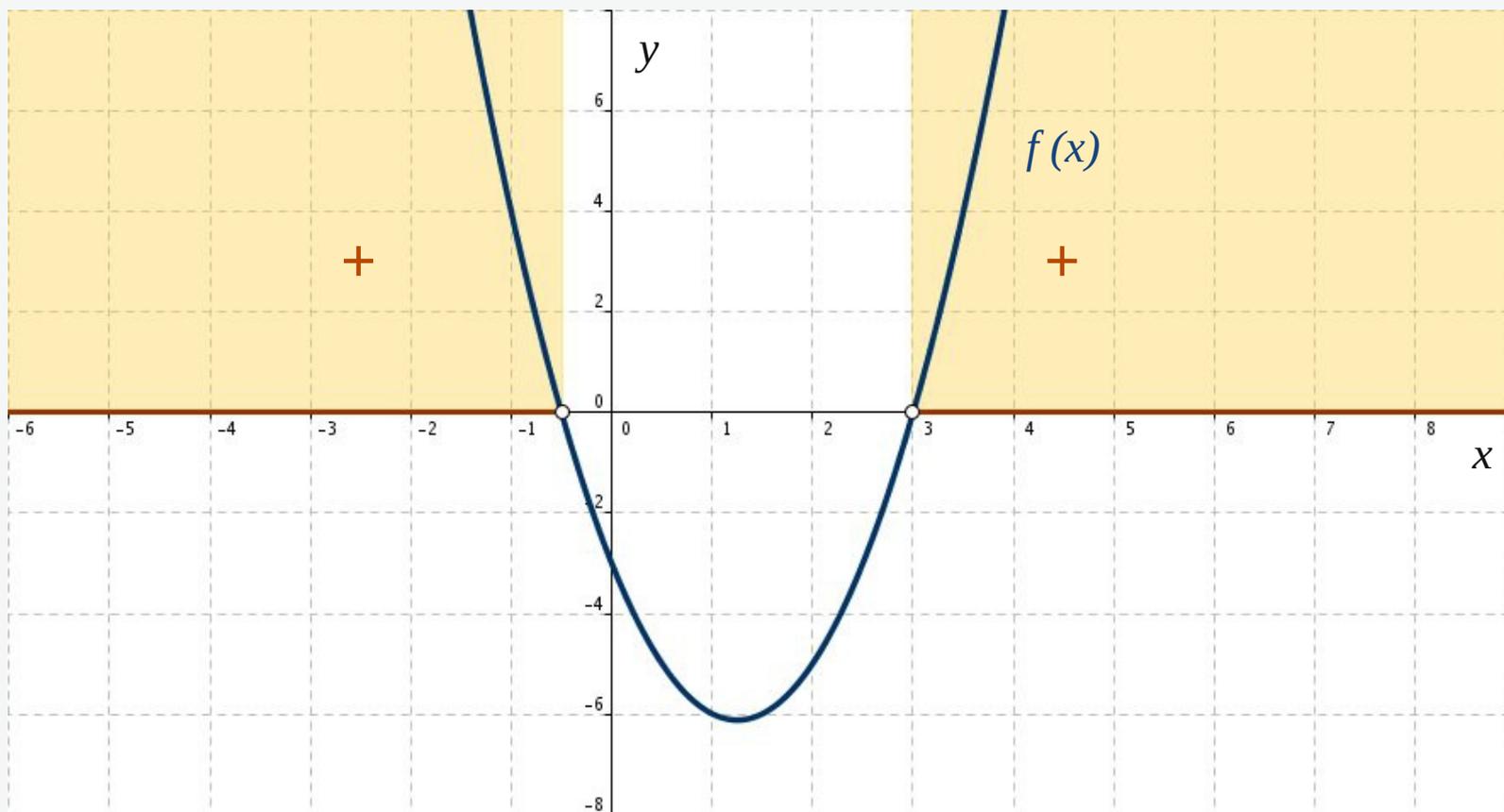


Abb. 1: Die Funktion $f(x) = 2x^2 - 5x - 3$ und Bereich $2x^2 - 5x - 3 > 0$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0 : \quad x_1 = -\frac{1}{2}, \quad x_2 = 3$$

$$2x^2 - 5x - 3 > 0 : \quad x \in (-\infty, -0.5) \cup (3, \infty)$$

Quadratische Ungleichungen: Lösung 2

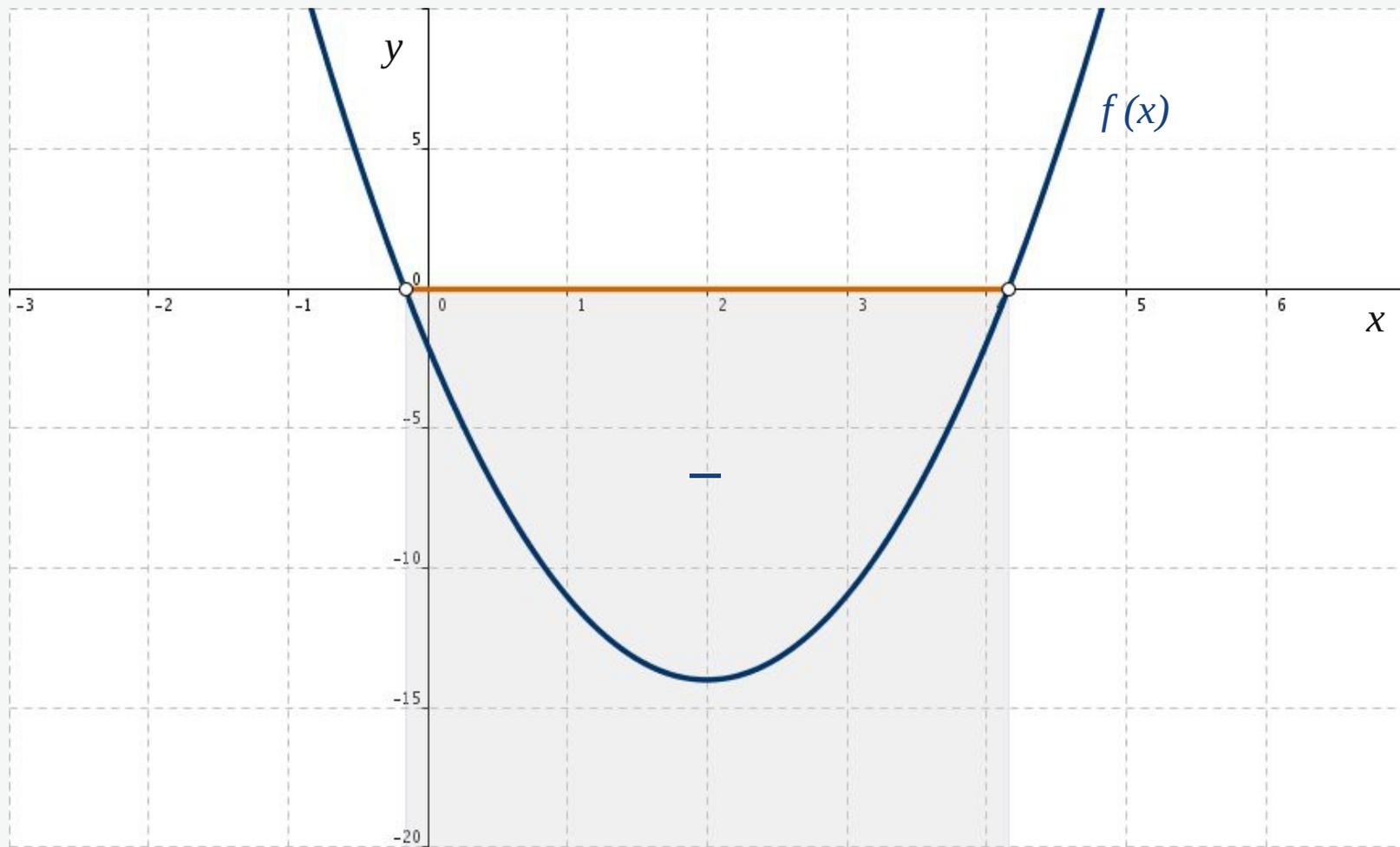


Abb. 2: Die Funktion $f(x) = 3x^2 - 12x - 2$ und Bereich $3x^2 - 12x - 2 > 0$

$$5x^2 - 8x + 3 < 2x^2 + 4x + 5 \quad \Leftrightarrow \quad 3x^2 - 12x - 2 < 0$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{\frac{14}{3}}, \quad x \in \left(2 - \sqrt{\frac{14}{3}}, 2 + \sqrt{\frac{14}{3}} \right)$$

Quadratische Ungleichungen: Lösung 3

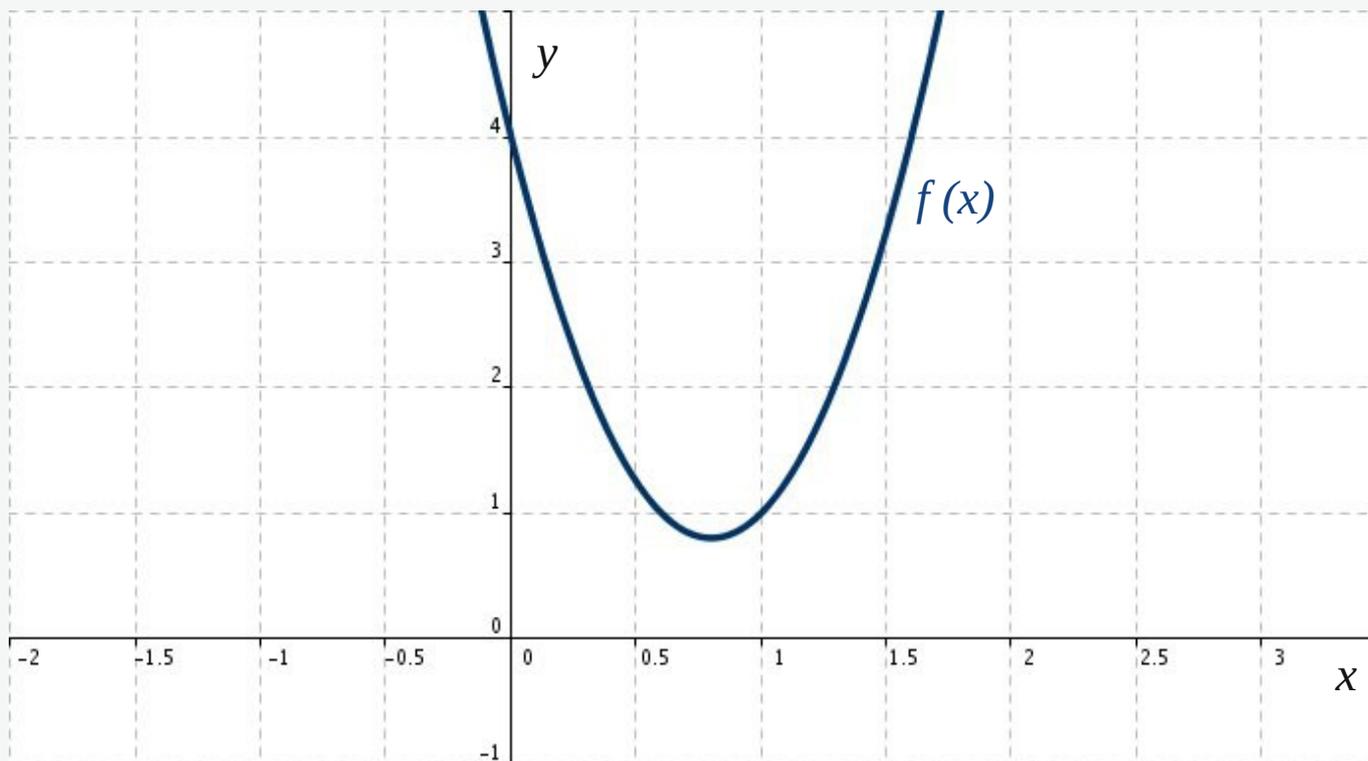


Abb. 3: Die Funktion $f(x) = 5x^2 - 8x + 4$

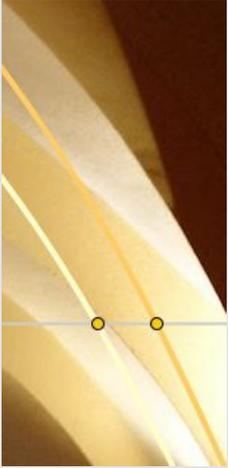
$$5x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$D = \sqrt{b^2 - 4ac} = \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4} = \sqrt{64 - 80} = \sqrt{-16} < 0$$

$a > 0$: Parabel ist nach oben geöffnet.

$D < 0$: keine Schnittpunkte mit der x -Achse.

Die quadratische Ungleichung $5x^2 - 8x + 4 < 0$ hat keine Lösungen.



Lösen Sie folgende biquadratische Ungleichungen

Aufgabe 4: $x^4 + 3x^2 \leq 4$

Aufgabe 5: $x^4 - 10x^2 + 9 < 0$

Biquadratische Ungleichungen: Lösung 4

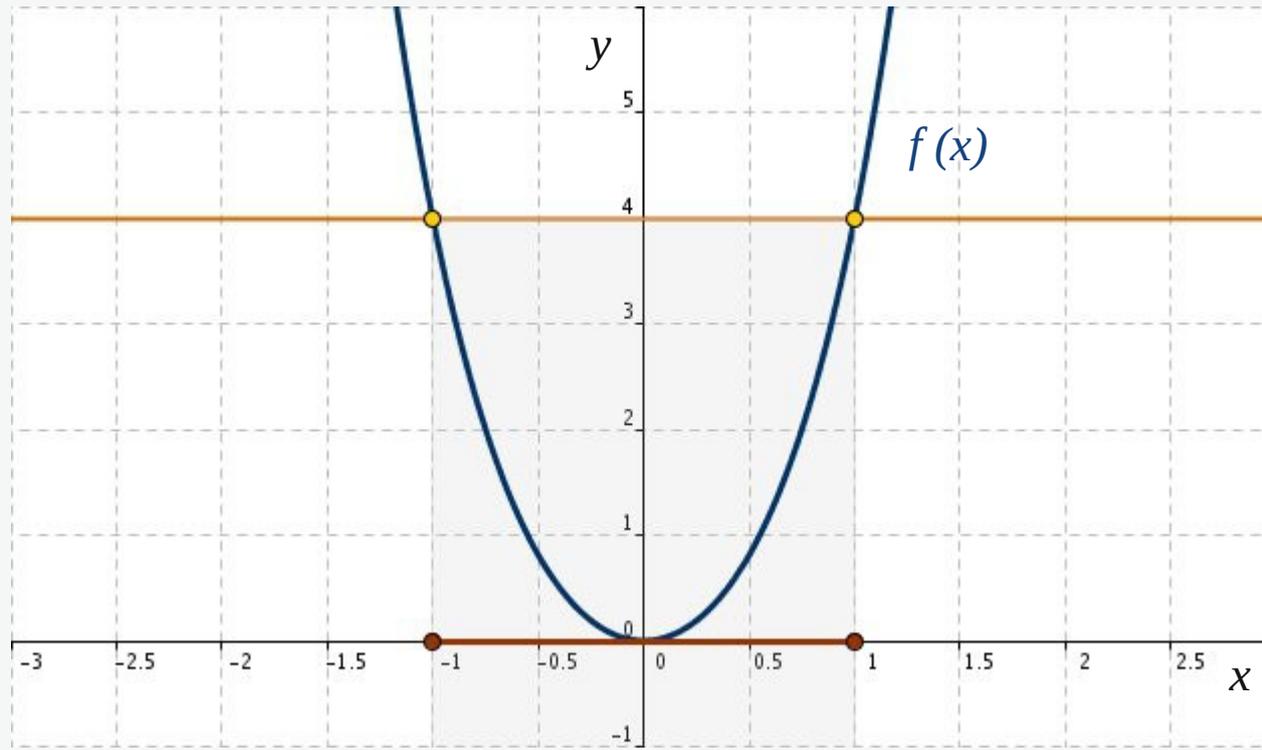


Abb. 4: Biquadratische Funktion $f(x)$

$$f(x) = x^4 + 3x^2$$

$$x^4 + 3x^2 - 4 = 0, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = 1$$

$$x^4 + 3x^2 \leq 4, \quad x \in [-1, 1]$$

Biquadratische Ungleichungen: Lösung 5

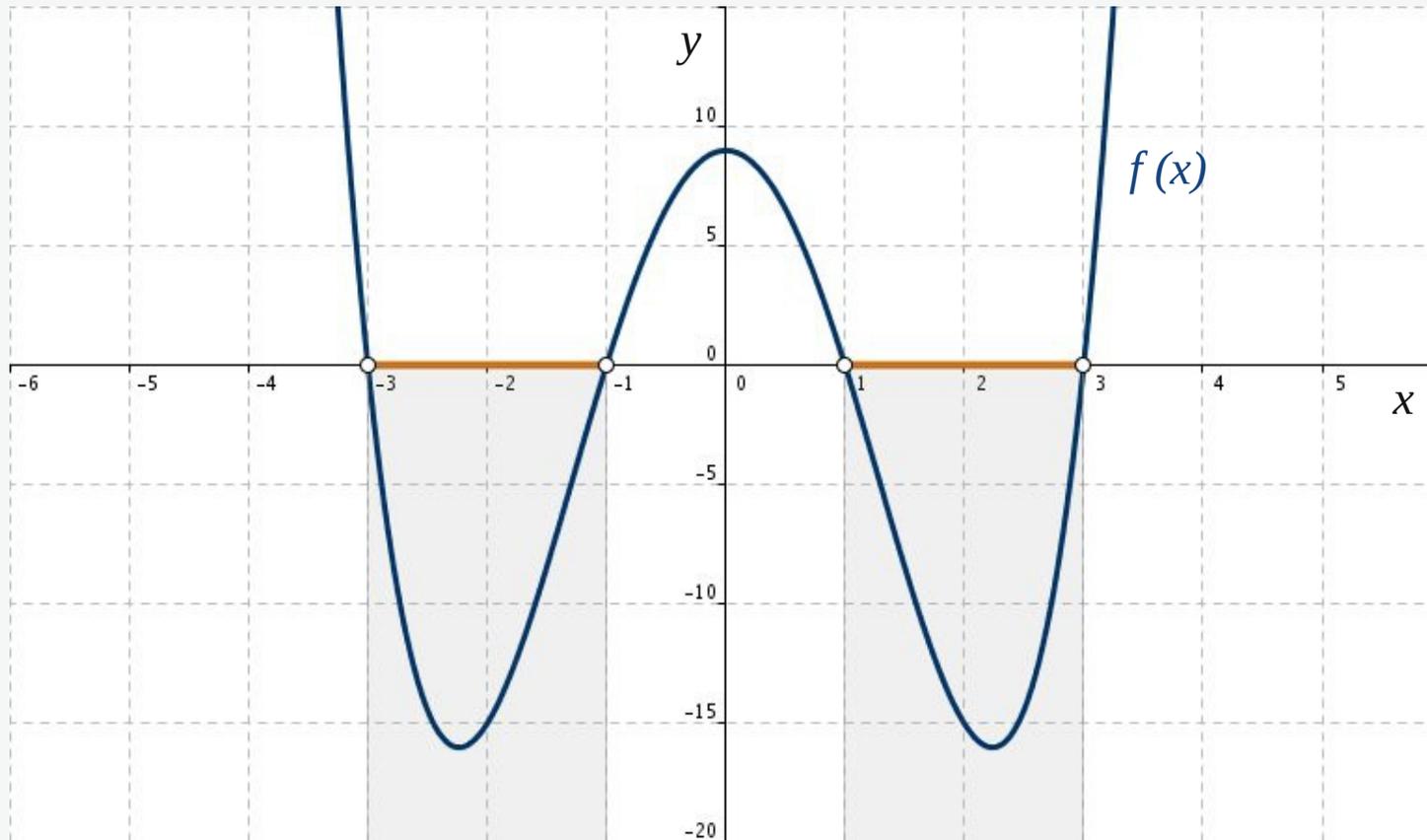


Abb. 4: Biquadratische Funktion $f(x)$

$$f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$$

$$G : x^4 - 10x^2 + 9 = 0, \quad L_G = \{-3, -1, 1, 3\}$$

$$x^4 - 10x^2 + 9 < 0 : \quad x \in (-3, -1) \cup (1, 3)$$