Quadratische Gleichungen

Quadratische Gleichung

Gleichungen, in denen die Unbekannte in der zweiten Potenz, aber in keiner höheren Potenz vorkommt, heißen quadratische Gleichungen.

Sie können auf die Form $a\,x^2 + b\,x + c = 0$

gebracht werden. Dabei muss $a \neq 0$ sein, sonst liegt keine quadratische Gleichung vor.

Die Lösungen: *a-b-c-Formel*

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2\,a}, \qquad D = b^2 - 4\,a\,c$$

D ist die Diskriminante.

$D > 0$: zwei reelle Lösungen

$D = 0$: doppelte reelle Lösung

$D < 0$: keine reelle Lösung

$$x^2 + p\,x + q = 0$$

Die Lösungen: *p-q-Formel*

$$x_{1,\,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Die Diskriminante:

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$D > 0$: zwei reelle Lösungen

$D = 0$: doppelte reelle Lösung

$D < 0$: keine reelle Lösung

Aufgaben

Quadratische Gleichungen: Aufgaben 1-6

Lösen Sie folgende quadratischen Gleichungen:

Aufgabe 1: $-2\,x^2 - 4\,x + 6 = 0$

Aufgabe 2: $x^2 - 2\,x - 15 = 0$

Bestimmen Sie die Schnittpunkte folgender quadratischen Funktionen mit der x-Achse:

Aufgabe 3: $f\,(x) = 4\,x^2 + x - \frac{3}{2}$

Aufgabe 4: $f\,(x) = 2\,x^2 + 6\,x + \frac{5}{2}$

Aufgabe 5: $f\,(x) = 2\,x^2 + 4\,x + 2$

Aufgabe 6: $f\,(x) = 2\,x^2 + 4\,x + \frac{5}{2}$

1. $-2x^2 - 4x + 6 = 0 \qquad | \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

2. $x^2 + 2x - 3 = 0$

   Die Lösungen bestimmt man mit der p-q-Formel

   $$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

   $p = 2, \qquad q = -3$

   $D > 0$: zwei reelle Lösungen

   $x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{4} = -1 \pm 2 \quad \Rightarrow$

   $x_1 = -3, \qquad x_2 = 1$

3. $\text{L} = \{-3,\ 1\}$

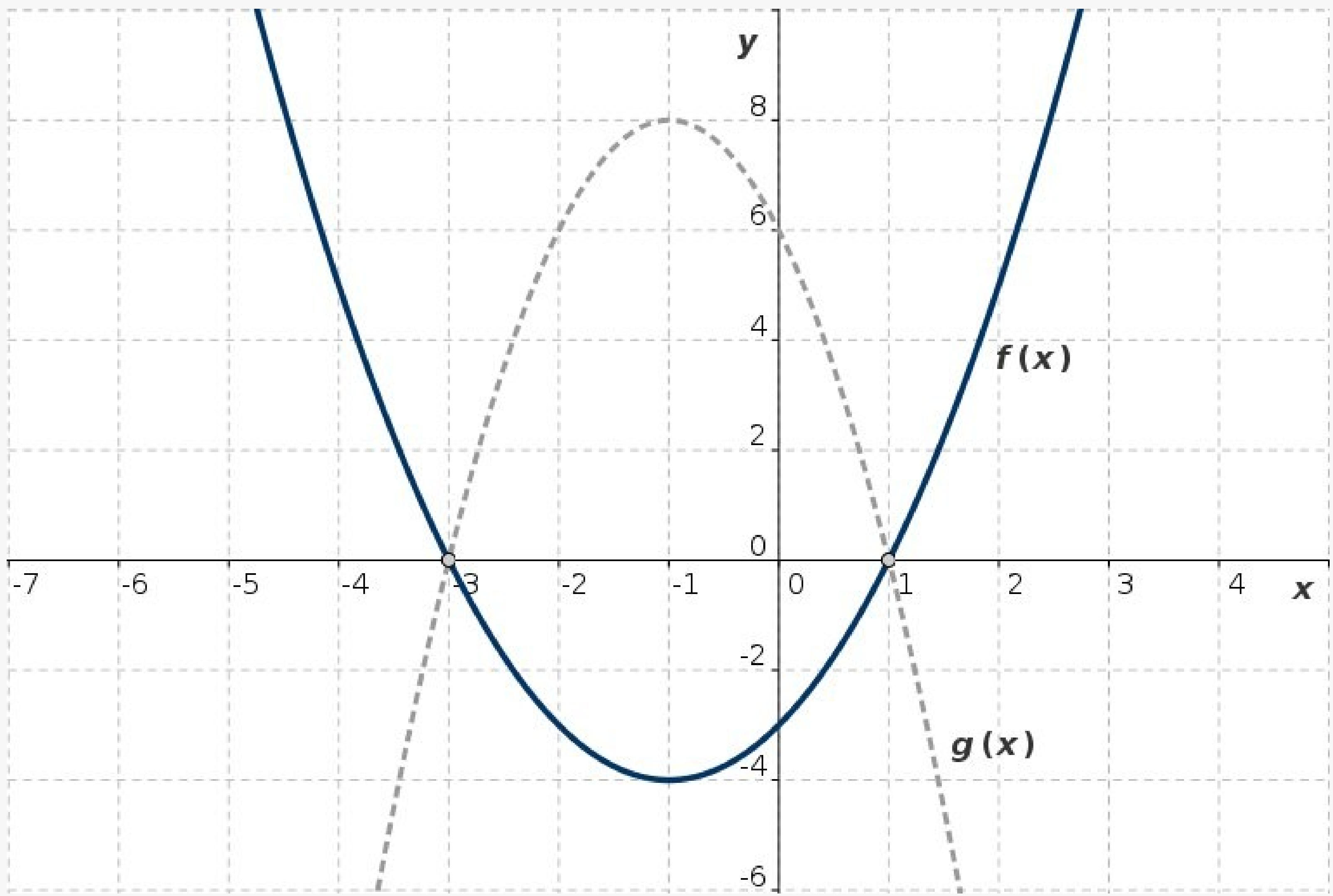

Abb. L1: Funktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$

$$f(x) = x^2 + 2x - 3, \qquad g(x) = -2x^2 - 4x + 6$$

1. $x^2 - 2x - 15 = 0$

2. Die Lösungen bestimmt man mit der p-q-Formel

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$p = -2, \qquad q = -15$$

$D > 0$: zwei reelle Lösungen

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1^2 - (-15)} = 1 \pm \sqrt{16} = 1 \pm 4 \quad \Rightarrow$$

$$x_1 = -3, \qquad x_2 = 5$$

3. $\mathrm{L} = \{-3,\ 5\}$

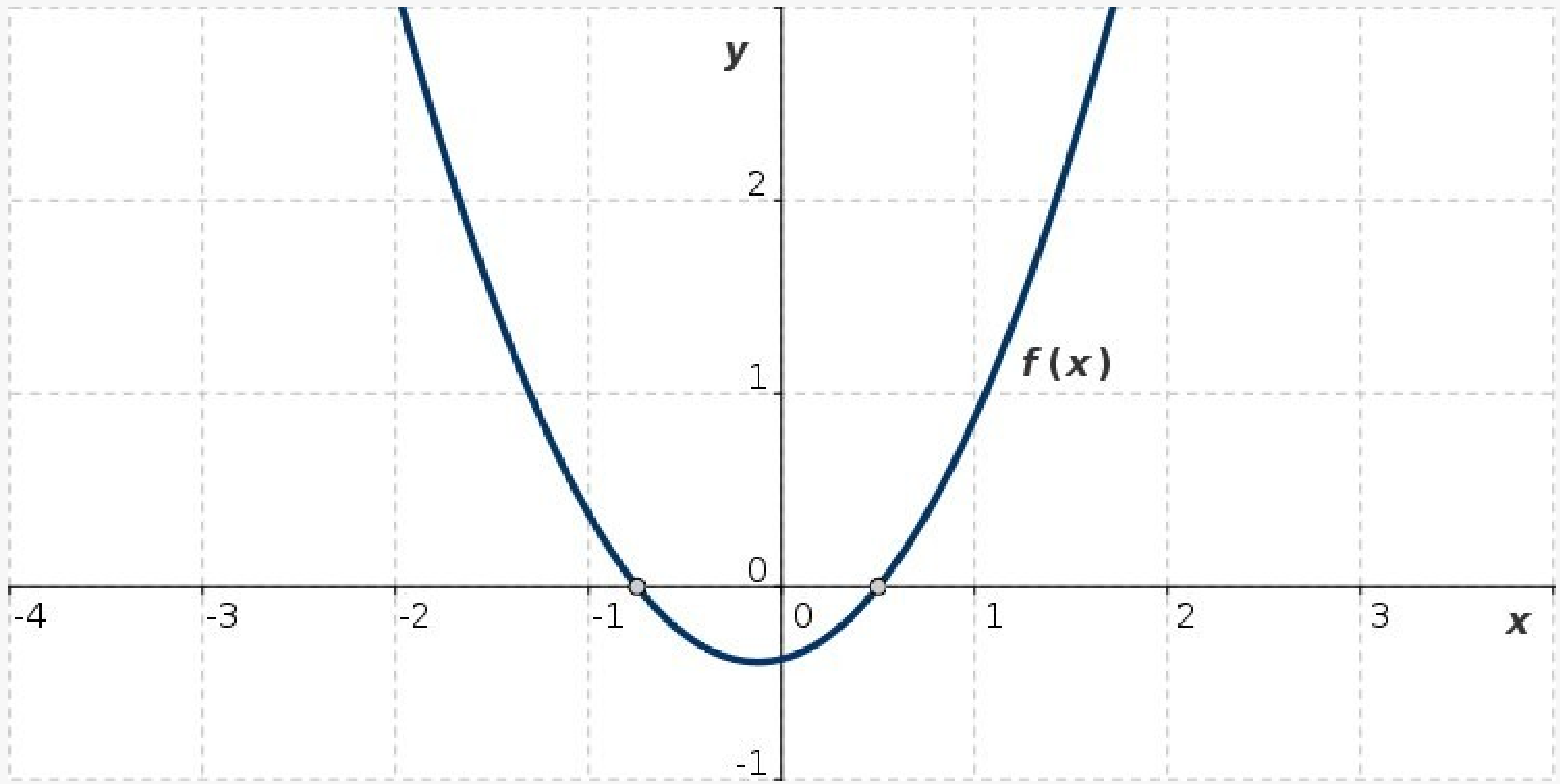

Abb. L3: Funktion y = f (x)

$$f(x) = 4x^2 + x - \frac{3}{2}, \qquad 4x^2 + x - \frac{3}{2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + \frac{x}{4} - \frac{3}{8} = 0$$

$$x_1 = -\frac{3}{4}, \qquad x_2 = \frac{1}{2}$$

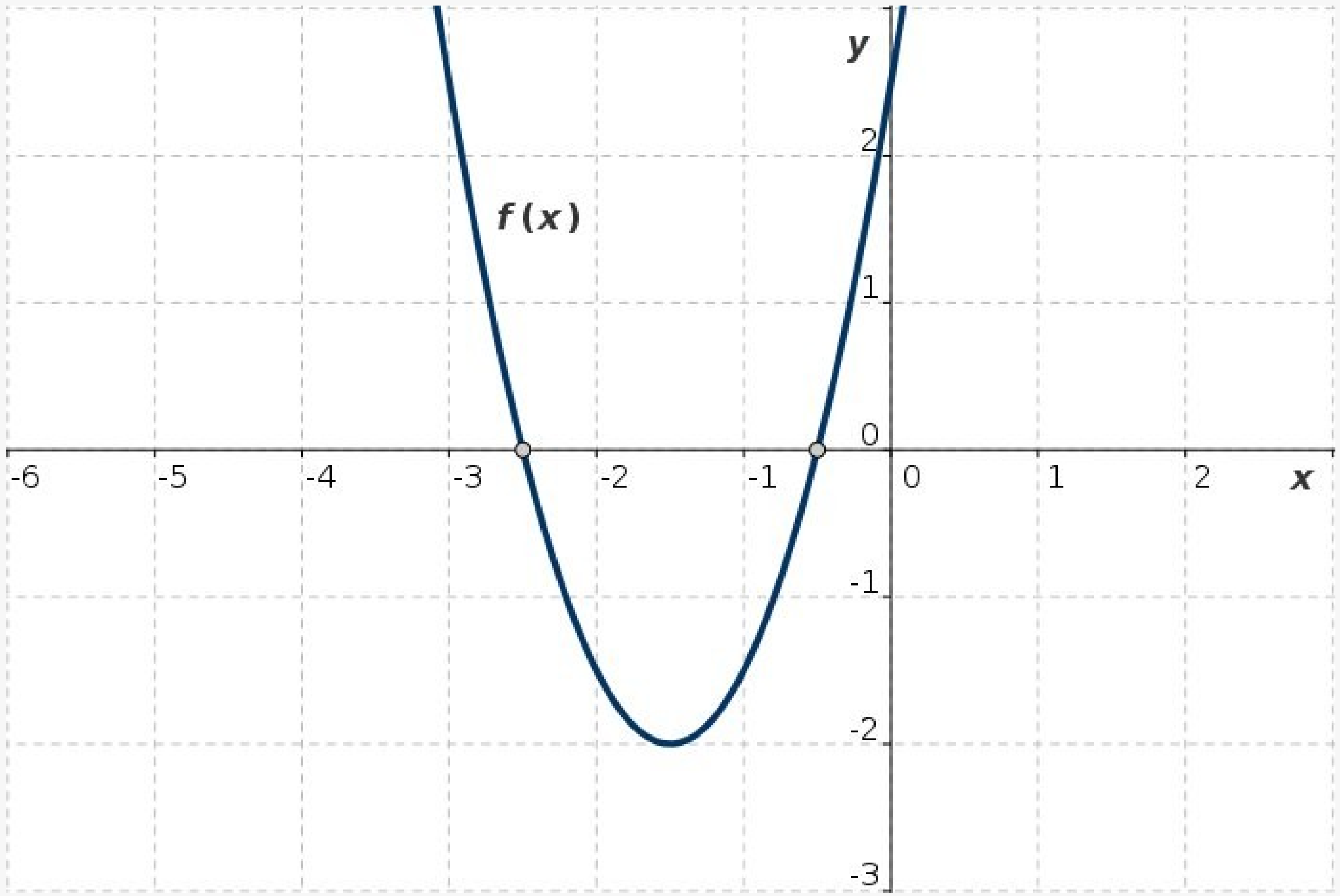

Abb. L4: Funktion $y = f(x)$

$$f(x) = 2x^2 + 6x + \frac{5}{2}, \qquad x^2 + 3x + \frac{5}{4} = 0, \qquad x_1 = -\frac{5}{2}, \qquad x_2 = -\frac{1}{2}$$

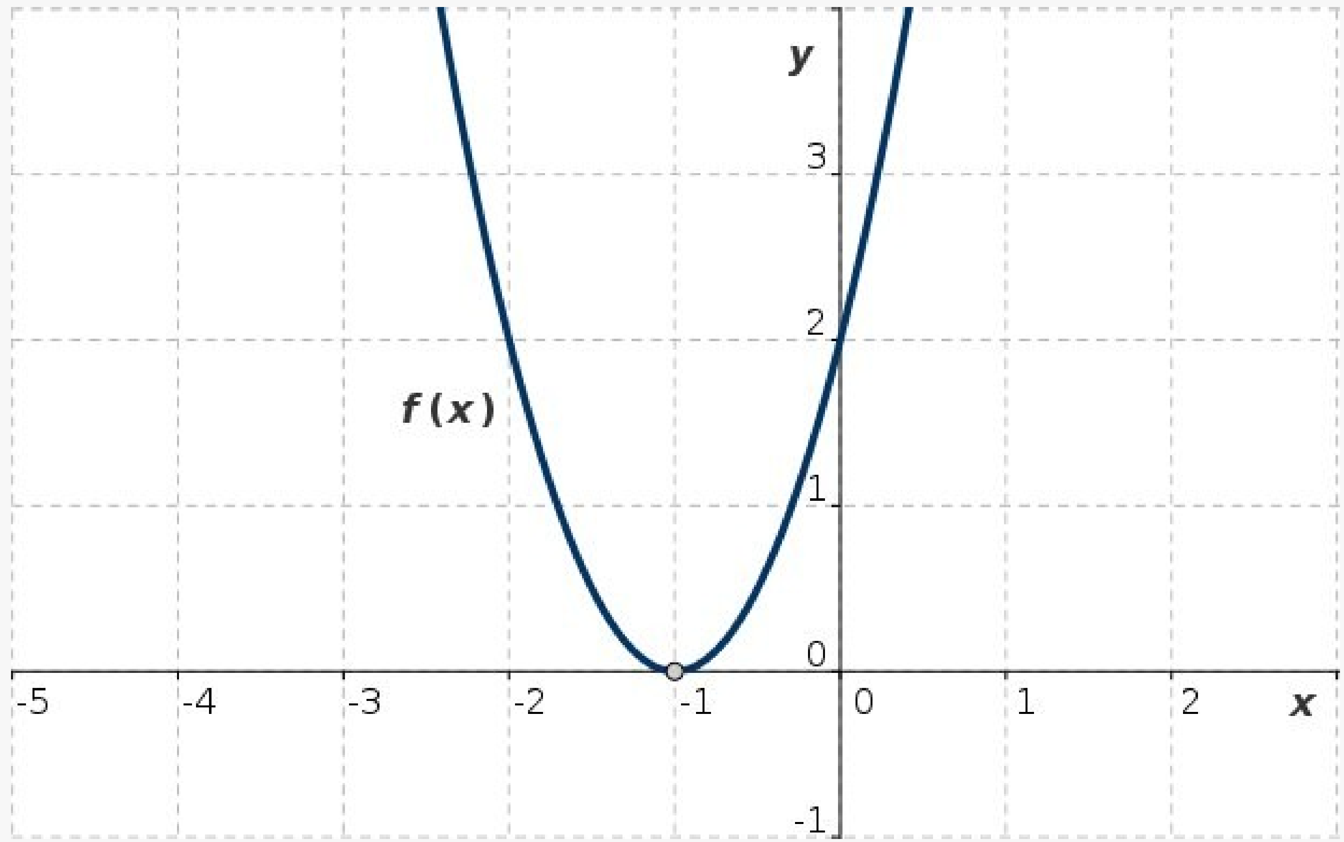

Abb. L5: Funktion y = f (x)

$$f(x) = 2x^2 + 4x + 2, \qquad x^2 + 2x + 1 = 0, \qquad x_1 = x_2 = -1$$

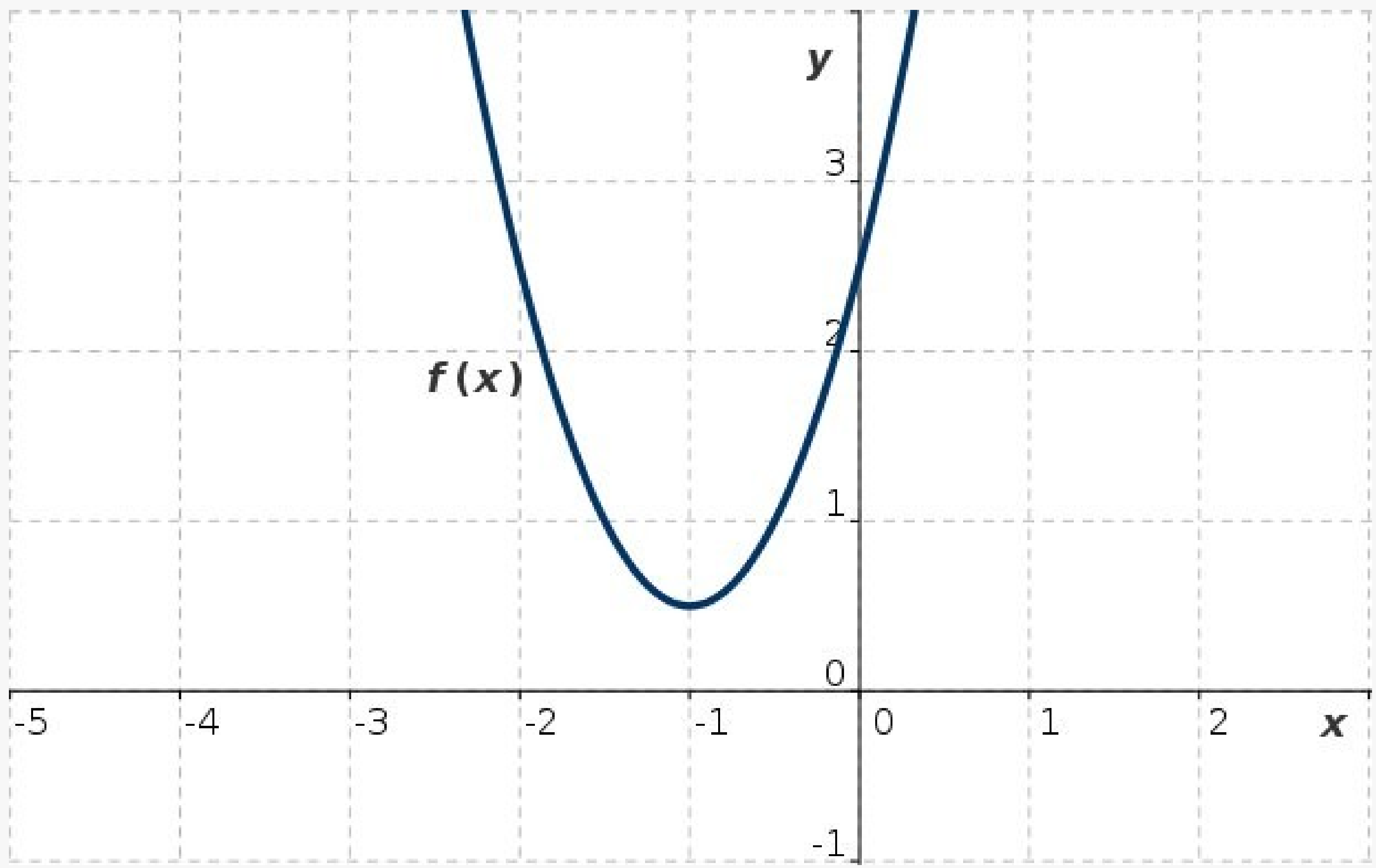

Abb. L6: Funktion y = f (x)

$$f(x) = 2x^2 + 4x + \frac{5}{2}, \qquad x^2 + 2x + \frac{5}{4} = 0, \qquad x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{-\frac{1}{4}}$$