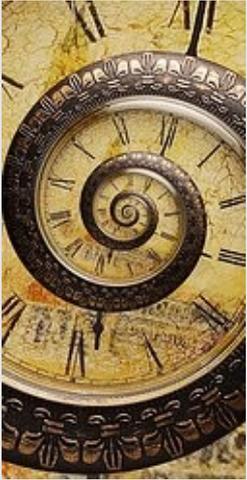


Logarithmusfunktion: Aufgabe 12



Stellen Sie folgende Funktionen graphisch dar und bestimmen Sie den Definitionsbereich:

1) $f(x) = \ln x$, $g(x) = \sqrt{x}$

2) $f(x) = \ln(x + 3)$, $g(x) = \ln(x - 2)$

3) $f(x) = \ln x + 1$, $g(x) = \ln x - 2$

4) $f(x) = \ln(x^2)$, 5) $f(x) = \ln(x^2 - 4)$

6) $f(x) = \ln|x^2 - 4|$

7) $f(x) = \ln(x^2 + 1)$, $g(x) = \ln(x^2 + 3)$

8) $f(x) = \ln[x(x - 2)(x + 2)]$

9) $f(x) = \ln|x(x - 2)(x + 2)|$

10) $f(x) = \ln[|x(x - 2)(x + 2)| + 1]$

11) $f(x) = \ln(\ln x)$

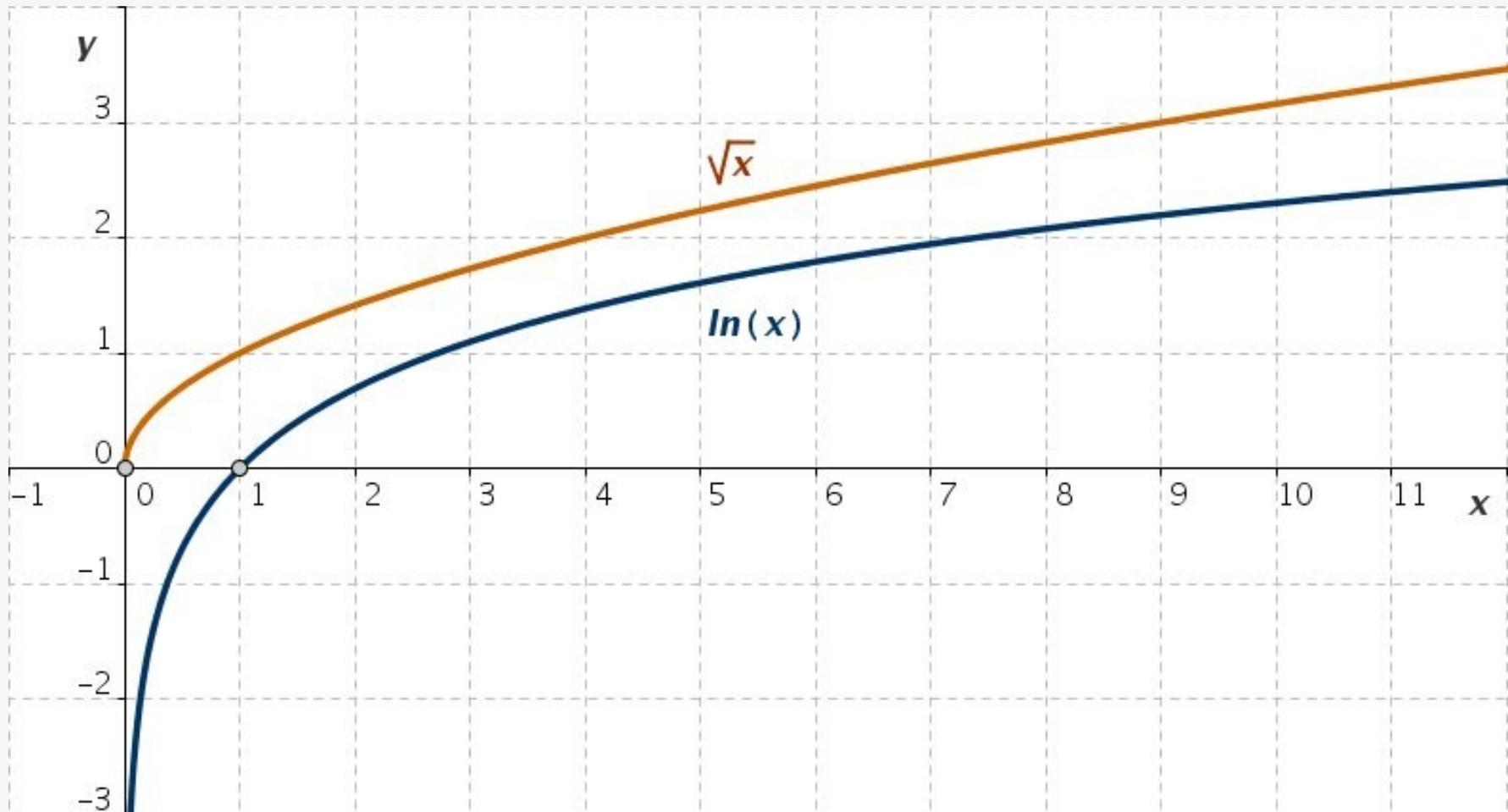


Abb. L12-1: Logarithmus- und Wurzelfunktionen

Graphen der Logarithmusfunktion haben sehr oft eine ähnliche Form wie die der Quadratwurzelfunktion.

Logarithmusfunktion: Lösung 12-2

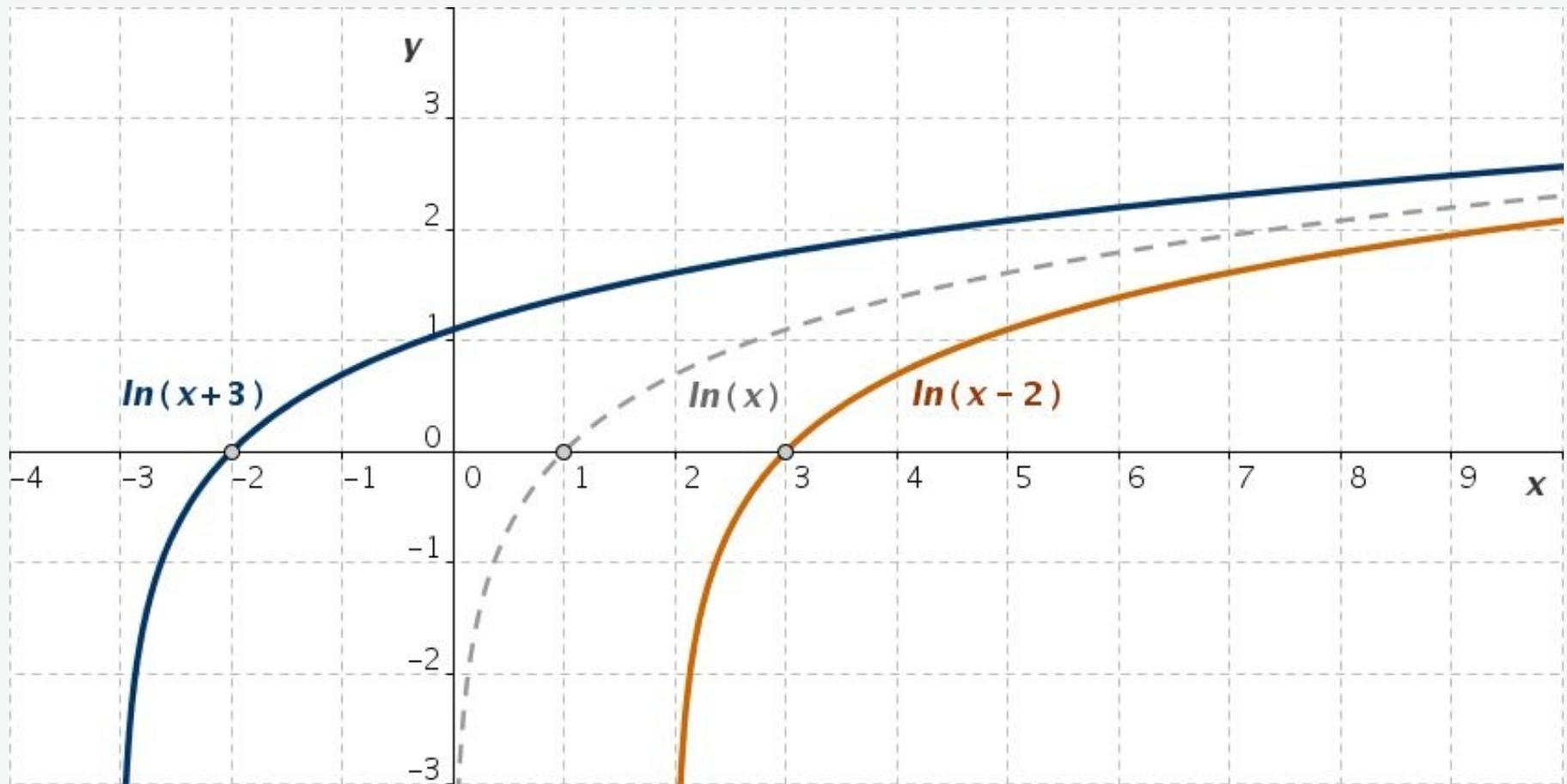


Abb. L12-2: Logarithmusfunktionen

$$D(\ln(x+3)) = (-3, \infty), \quad D(\ln(x-2)) = (2, \infty)$$

Logarithmusfunktion: Lösung 12-3

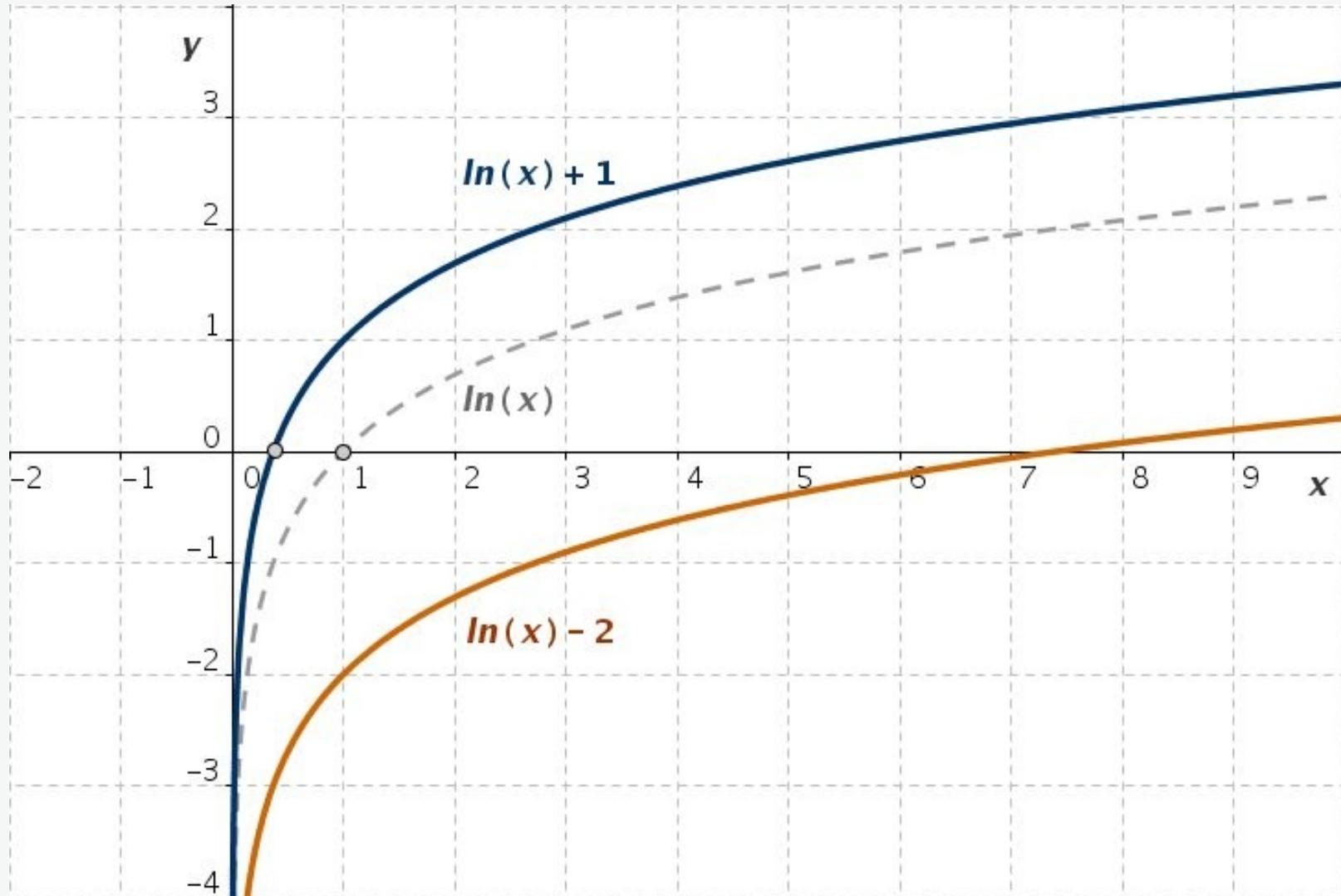


Abb. L12-3: Logarithmusfunktionen

$$D(\ln(x) + 1) = D(\ln(x) - 2) = (0, \infty)$$

Logarithmusfunktion: Lösung 12-4

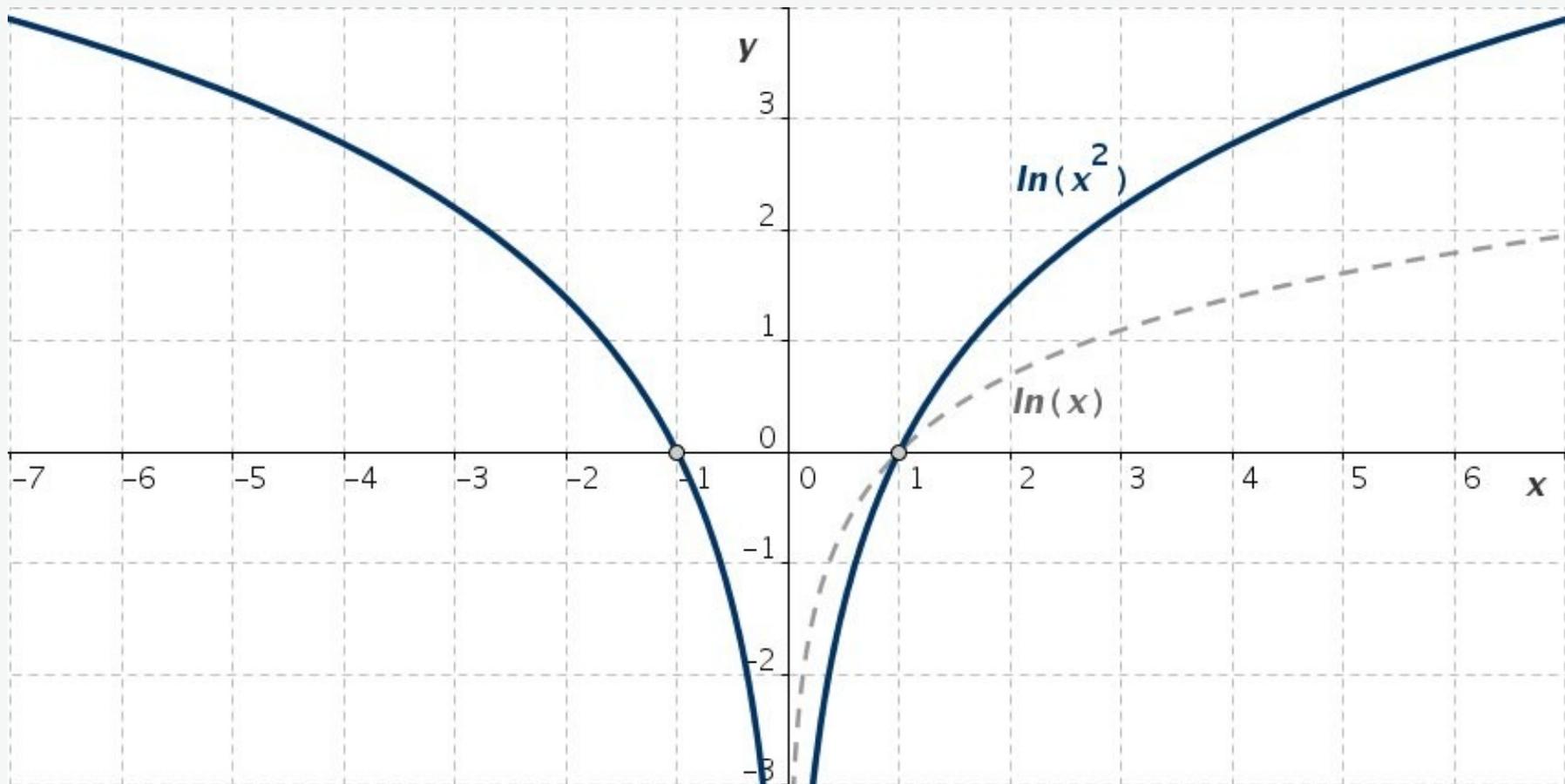


Abb. L12-4: Logarithmusfunktionen

Es ist zu beachten, dass $\ln(x^2) = 2 \ln|x| \neq 2 \ln x$

$$D(\ln(x^2)) = \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad D(\ln x) = (0, \infty)$$

Logarithmusfunktion: Lösung 12-5

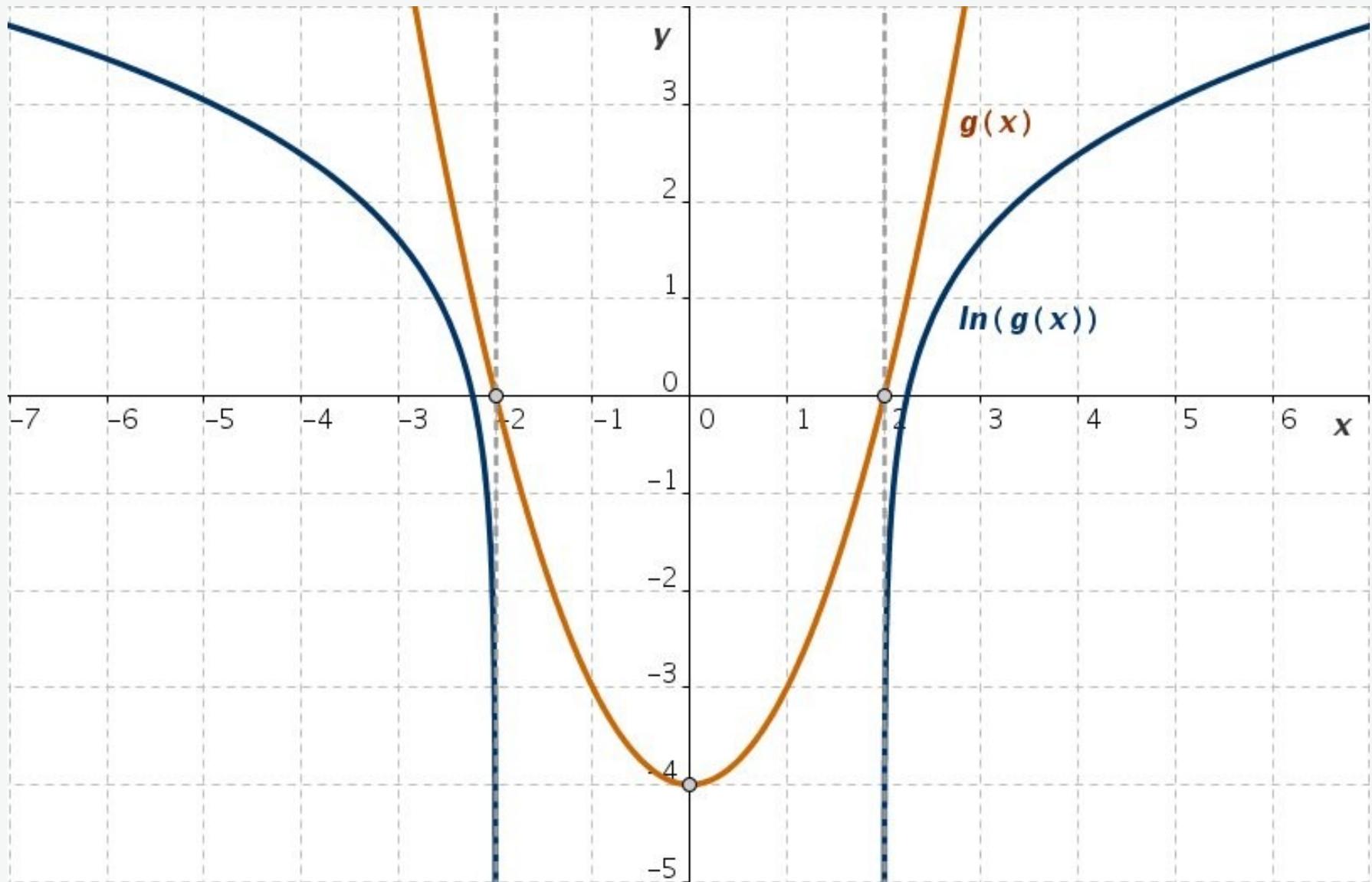


Abb. L12-5: Funktionen $g(x)$ und $f(x) = \ln(g(x))$

$$g(x) = x^2 - 4, \quad f(x) = \ln(g(x)) = \ln(x^2 - 4), \quad D(f(x)) = |x| > 2$$

Logarithmusfunktion: Lösung 12-6

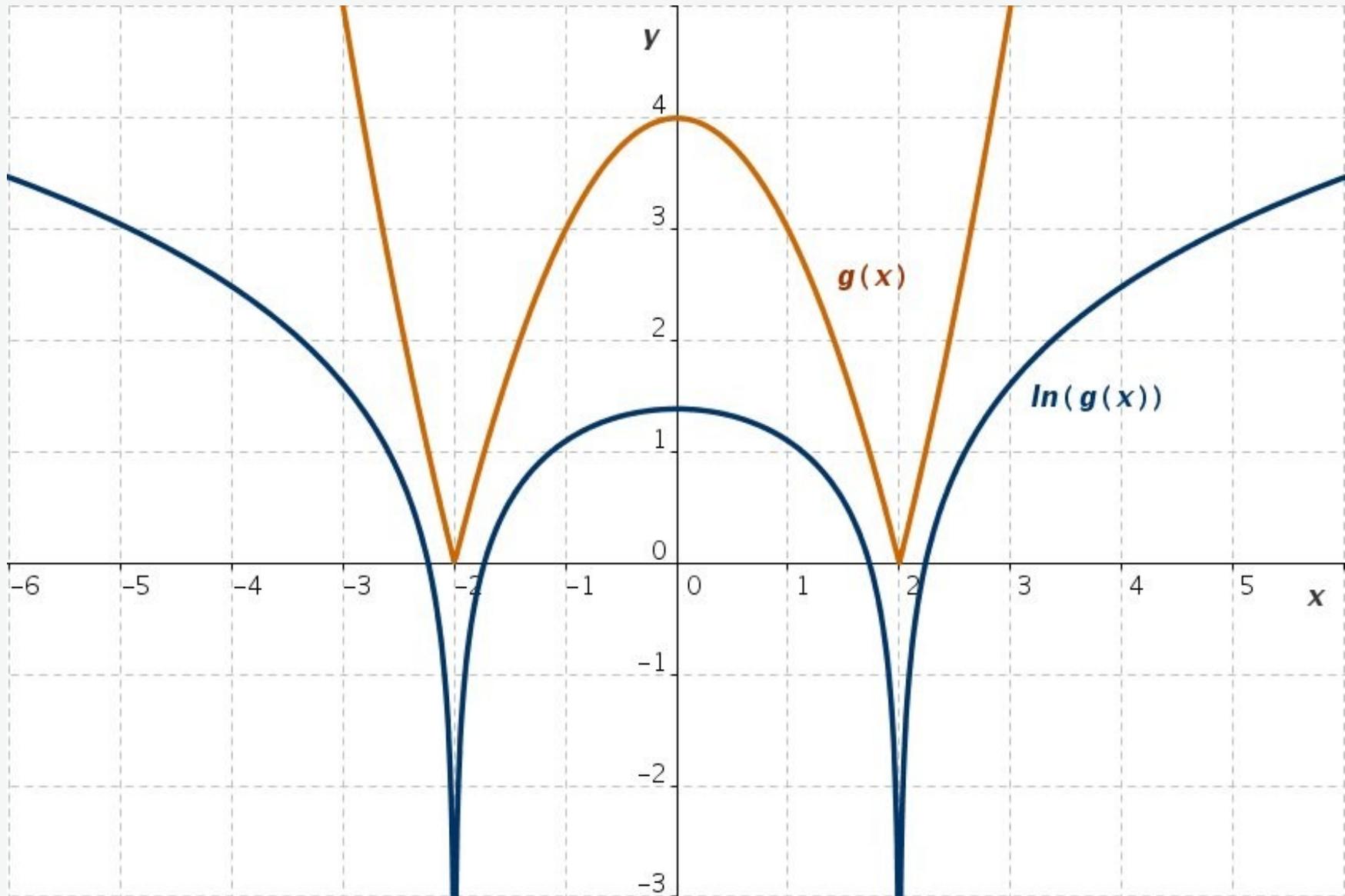


Abb. L12-6: Funktionen $g(x)$ und $f(x) = \ln(g(x))$

$$g(x) = |x^2 - 4|, \quad f(x) = \ln(g(x)) = \ln|x^2 - 4|, \quad D(f(x)) = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$$

Logarithmusfunktion: Lösung 12-7

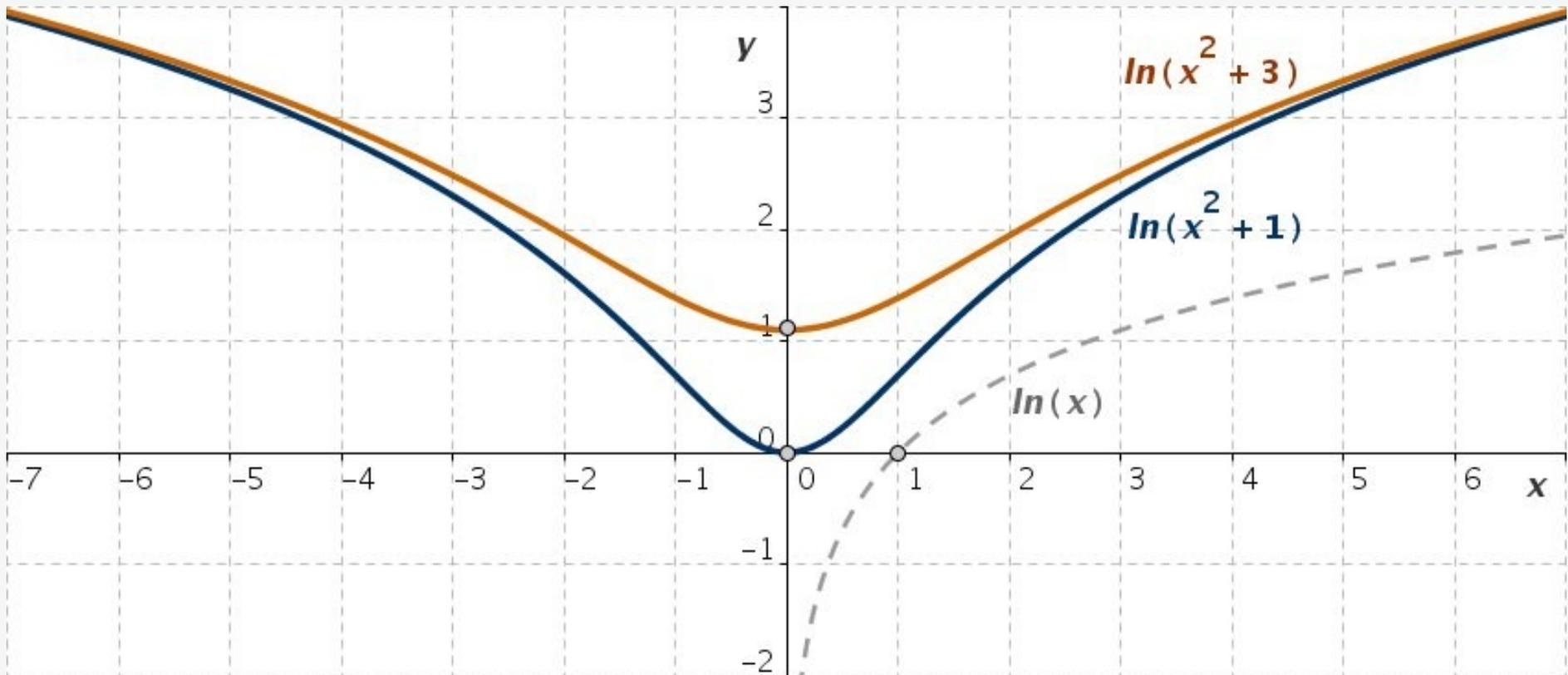


Abb. L12-7: Logarithmusfunktionen

$$f(x) = \ln(x^2 + 1), \quad g(x) = \ln(x^2 + 3), \quad D(f(x)) = D(g(x)) = \mathbb{R}$$

$$x^2 + 1 > 0, \quad x^2 + 3 > 0 \quad - \text{erfüllt für alle reelle } x$$

Logarithmusfunktion: Lösung 12-8

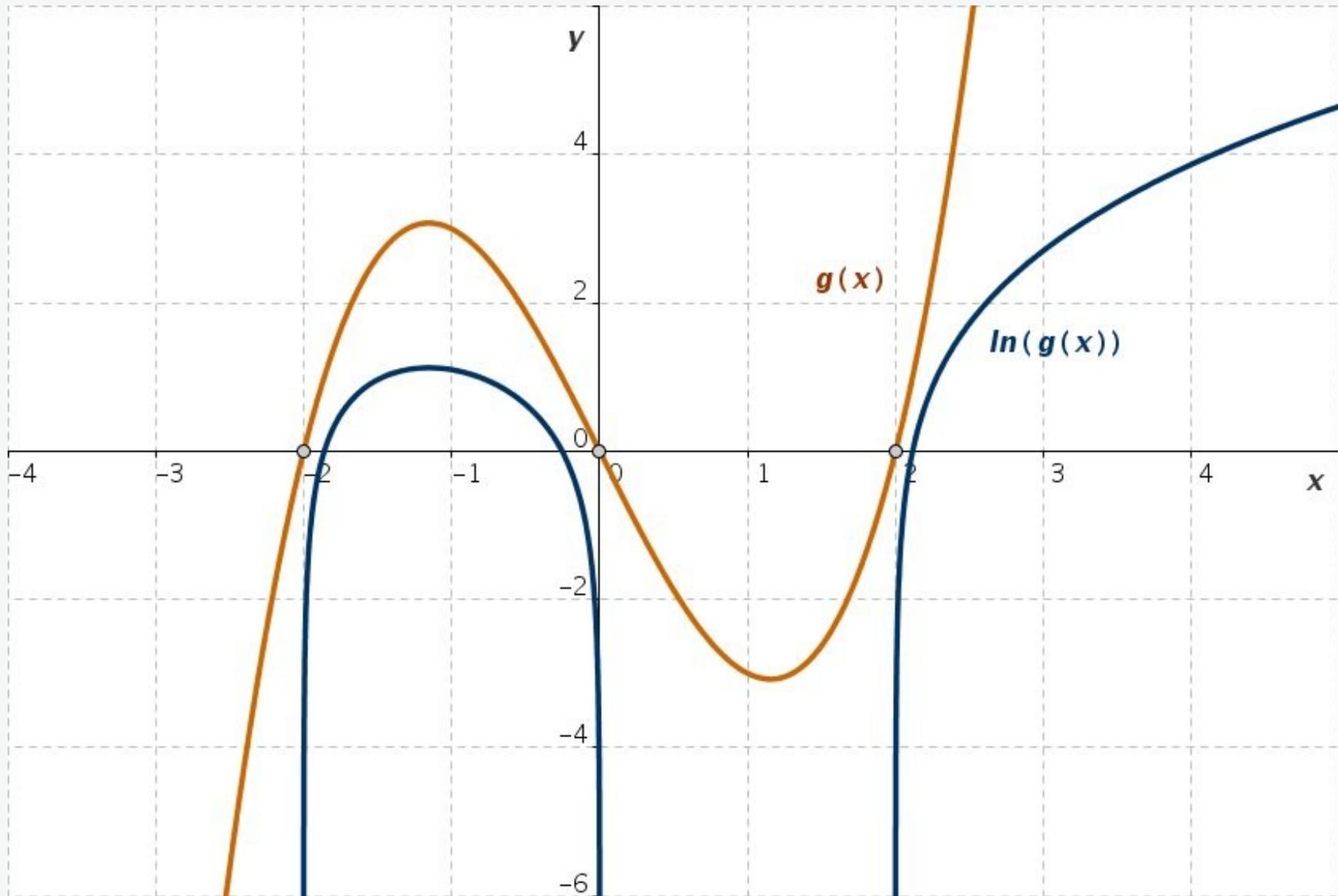


Abb. L12-8: Funktionen $g(x)$ und $f(x) = \ln(g(x))$

$$g(x) = x(x - 2)(x + 2), \quad D(f(x)) = (-2, 0) \cup (2, \infty)$$

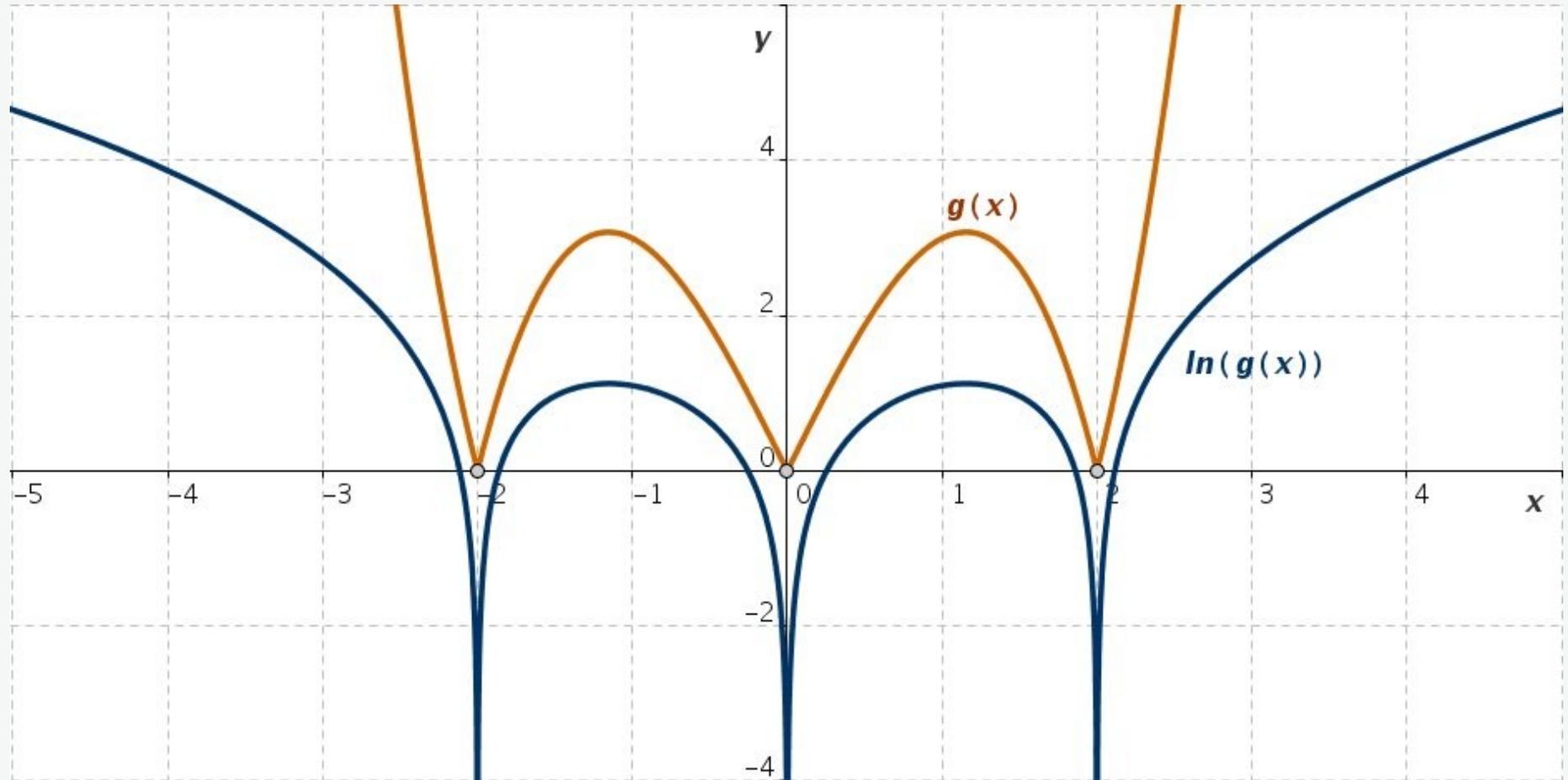


Abb. L12-9: Funktionen $g(x)$ und $f(x) = \ln(g(x))$

$$g(x) = |x(x - 2)(x + 2)|, \quad f(x) = \ln(g(x))$$

$$D(f(x)) = \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$$

Logarithmusfunktion: Lösung 12-10

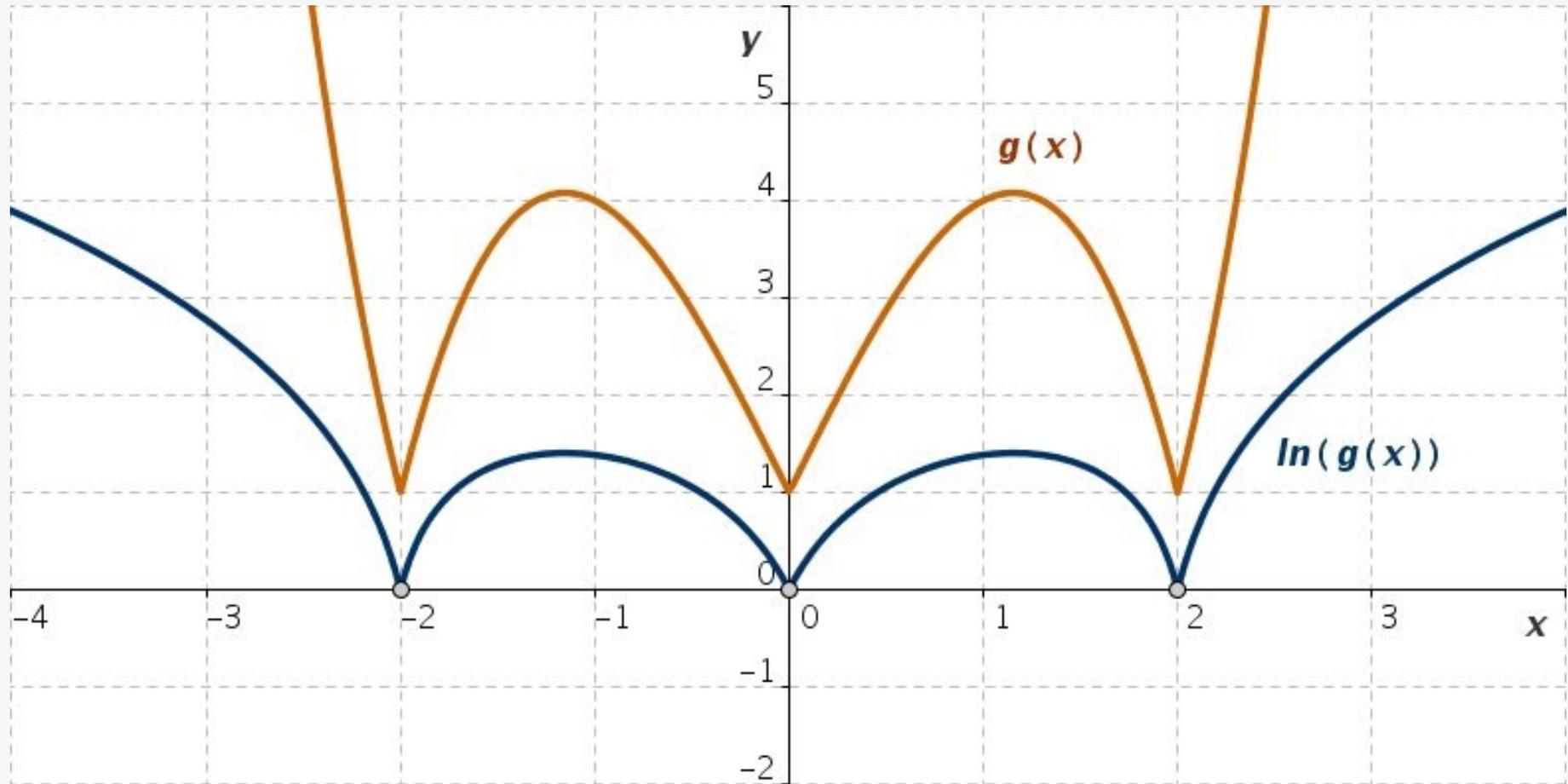


Abb. L12-10: Funktionen $g(x)$ und $f(x) = \ln(g(x))$

$$g(x) = |x(x - 2)(x + 2)| + 1, \quad f(x) = \ln(g(x))$$

$$D(f(x)) = \mathbb{R}$$

Logarithmusfunktion: Lösung 12-11

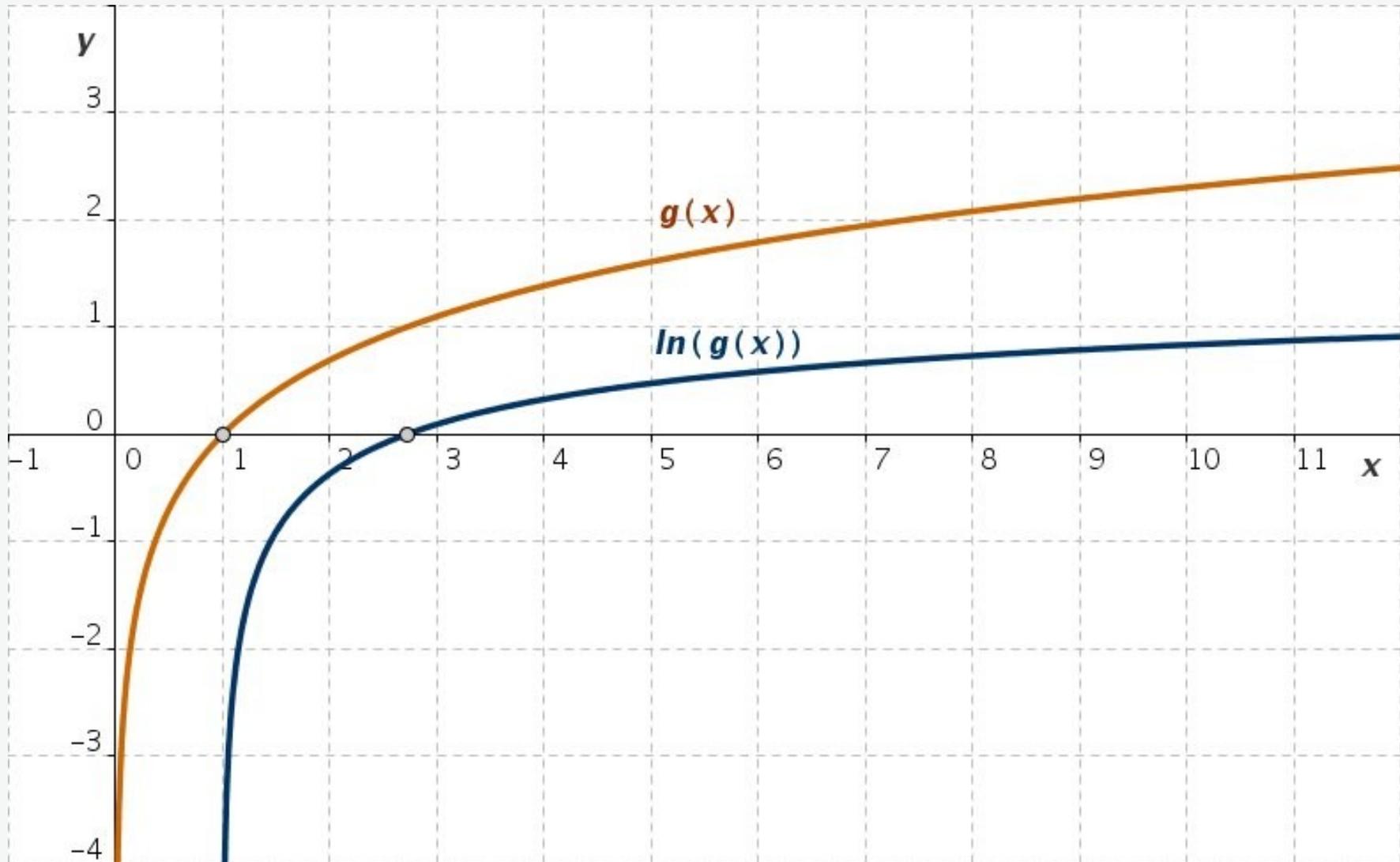


Abb. L12-11: Logarithmusfunktionen

$$g(x) = \ln x, \quad f(x) = \ln(g(x)) = \ln(\ln x), \quad D(f(x)) = (1, \infty)$$