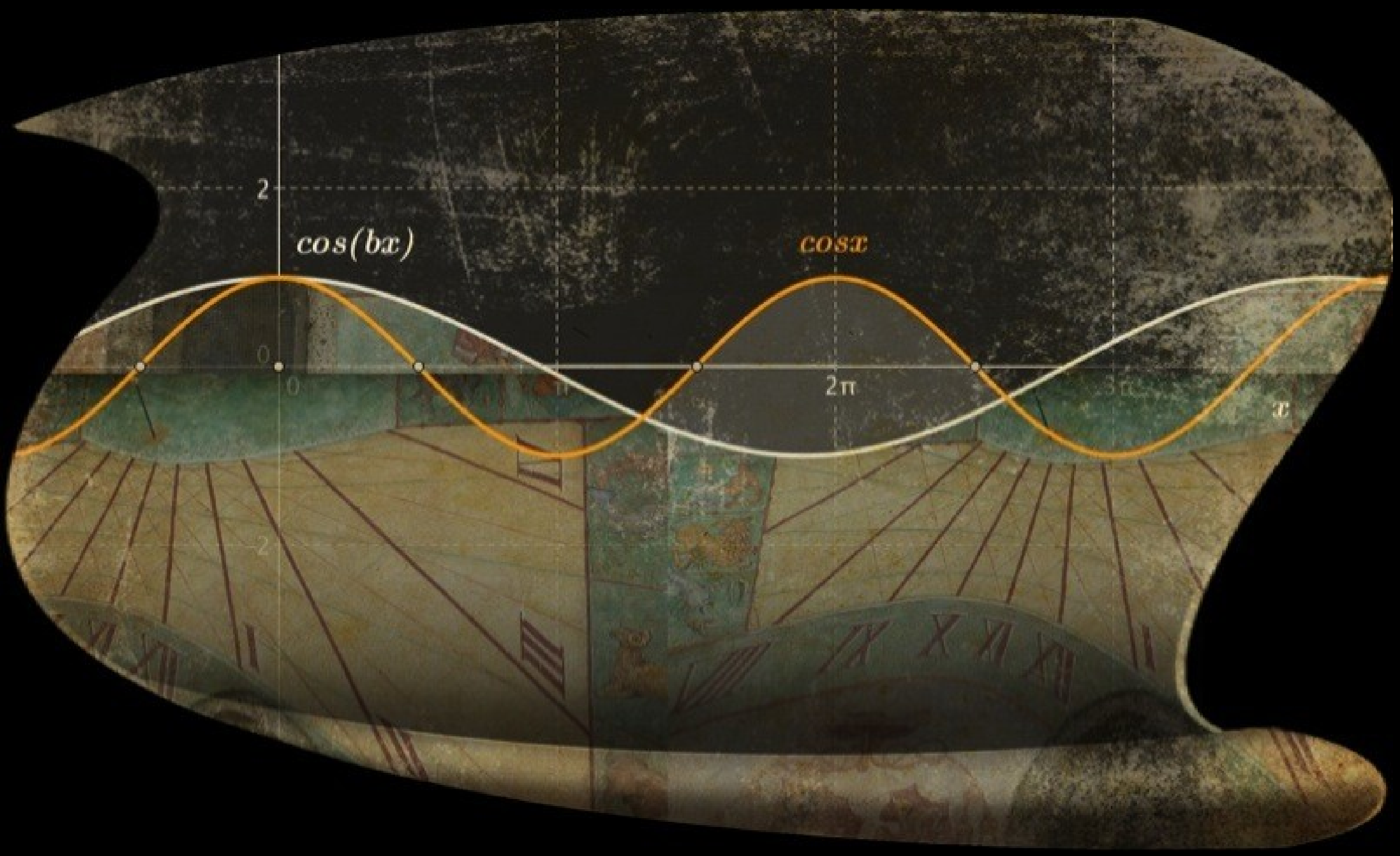

Kosinusfunktion: graphische Darstellung und Interpretation

Aufgabe 1:

Zeichnen Sie die trigonometrische Kosinusfunktion $g(x) = a \cos x$. Erklären Sie, wie der Graph dieser Funktion aus dem Graphen von $f(x) = \cos x$ entsteht.

Erklärung:

Der Graph der Funktion $g(x) = a \cos x$ entsteht aus der normalen Kosinusfunktion durch Streckung in y-Richtung um den Faktor a. Ist a negativ, wird die um $|a|$ gestreckte Kosinusfunktion $|a| \cos x$ an der x-Achse gespiegelt. Die Größe $|a|$ nennt man Amplitude der Funktion. Die Periode der Funktion ändert sich nicht!

$$f(x) = \cos x, \qquad T_f = 2\pi$$

$$g(x) = a \cos x, \qquad T_g = 2\pi$$

Bemerkung:

1) Für $0 < |a| < 1$ spricht man von einer Stauchung des Graphen. Im Folgenden steht Streckung auch für den Fall der Stauchung.

2) Die „normale Kosinusfunktion“ ist die Funktion $y = \cos x$.

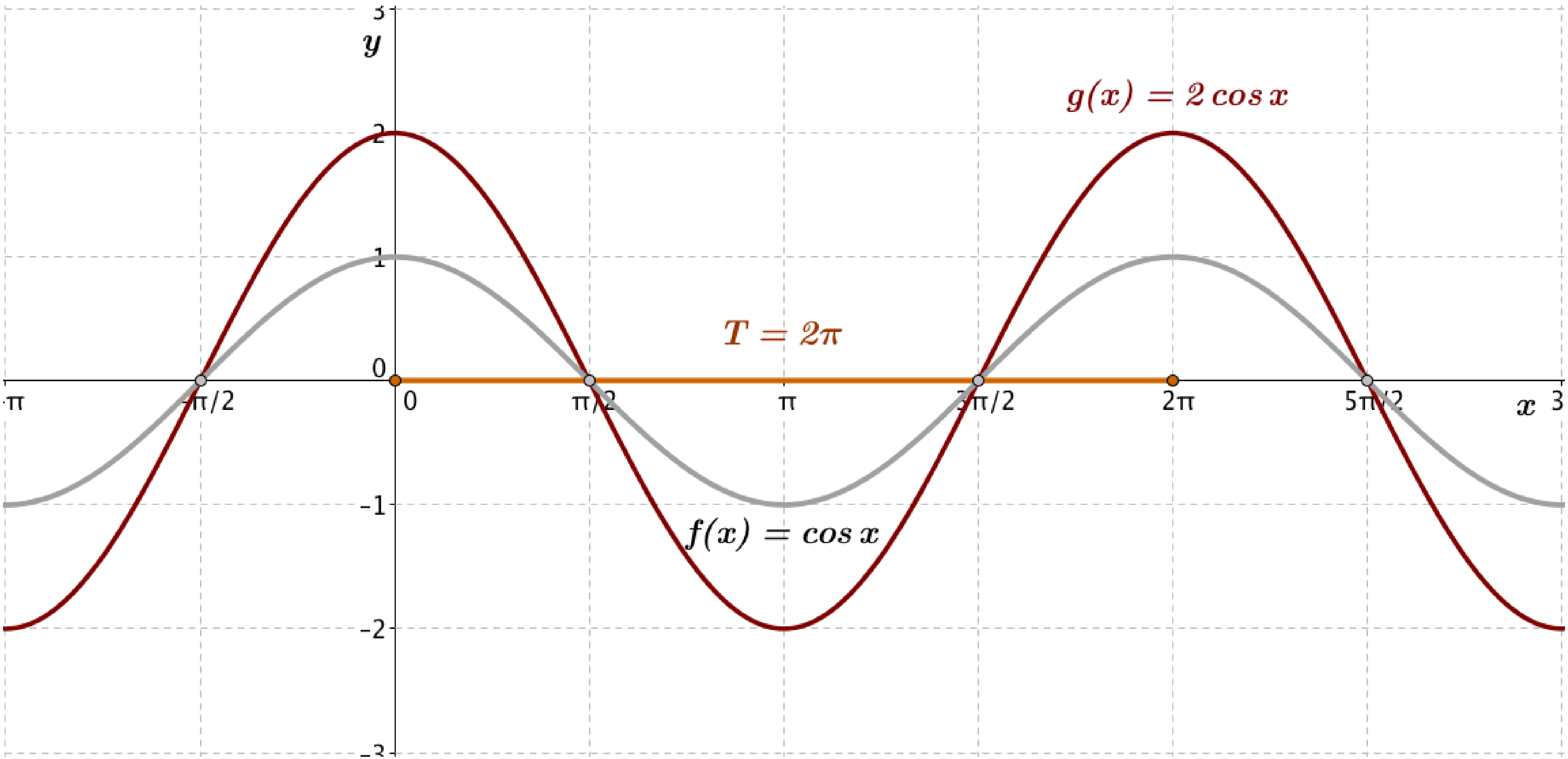

Abb. L1-1: Die Kosinusfunktionen $f(x) = \cos x$ und $g(x) = 2 \cos x$. Man erhält den Graphen einer Funktion $g(x)$, indem man den Graphen der Funktion $f(x) = \cos x$ in Richtung der y-Achse um den Faktor 2 streckt.

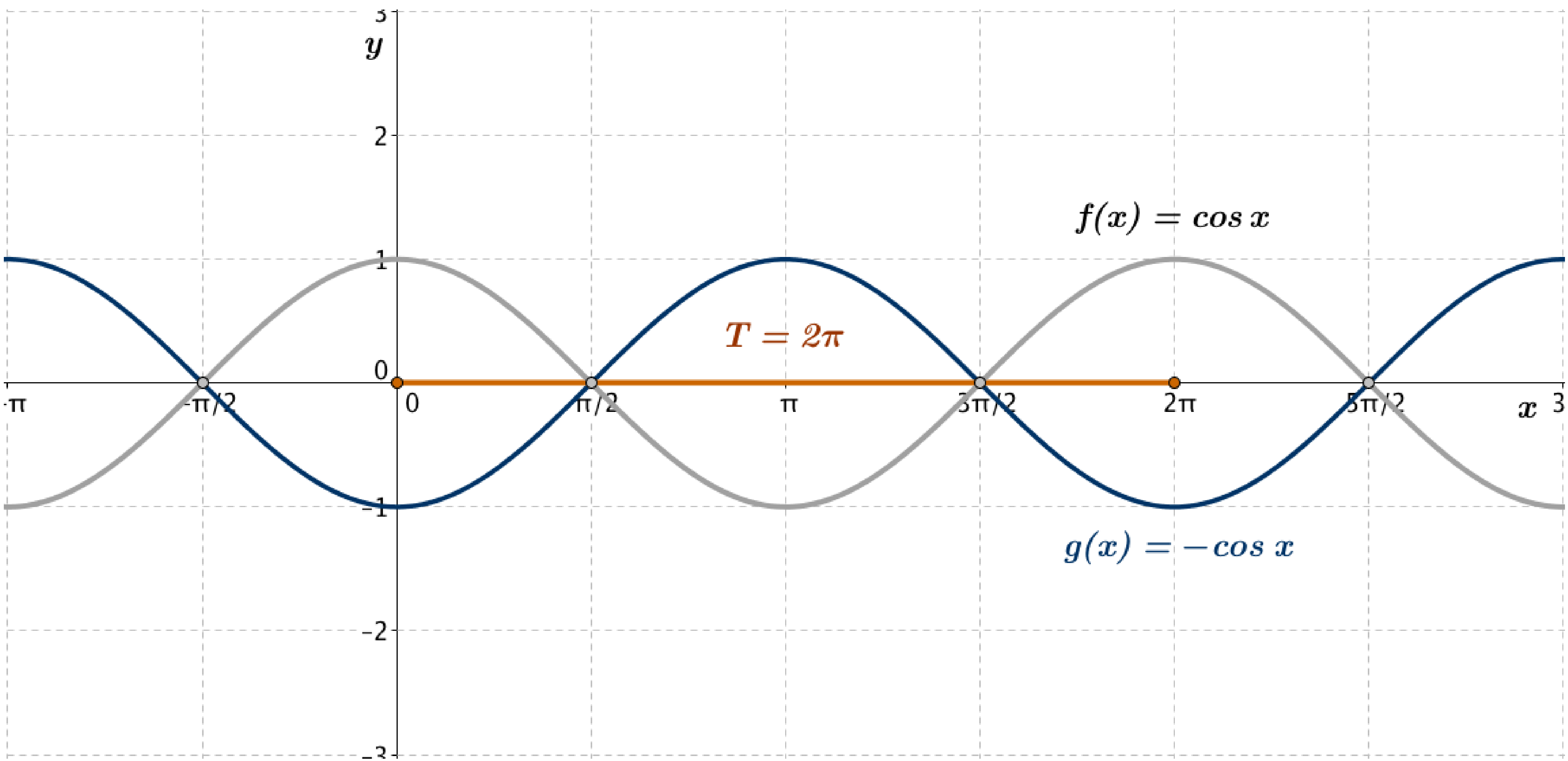

Abb. L1-2: Die Kosinusfunktionen f (x) = cos x und g (x) = - cos x. Man erhält den Graphen einer Funktion g (x), indem man den Graphen der Funktion f (x) = cos x an der x-Achse spiegelt

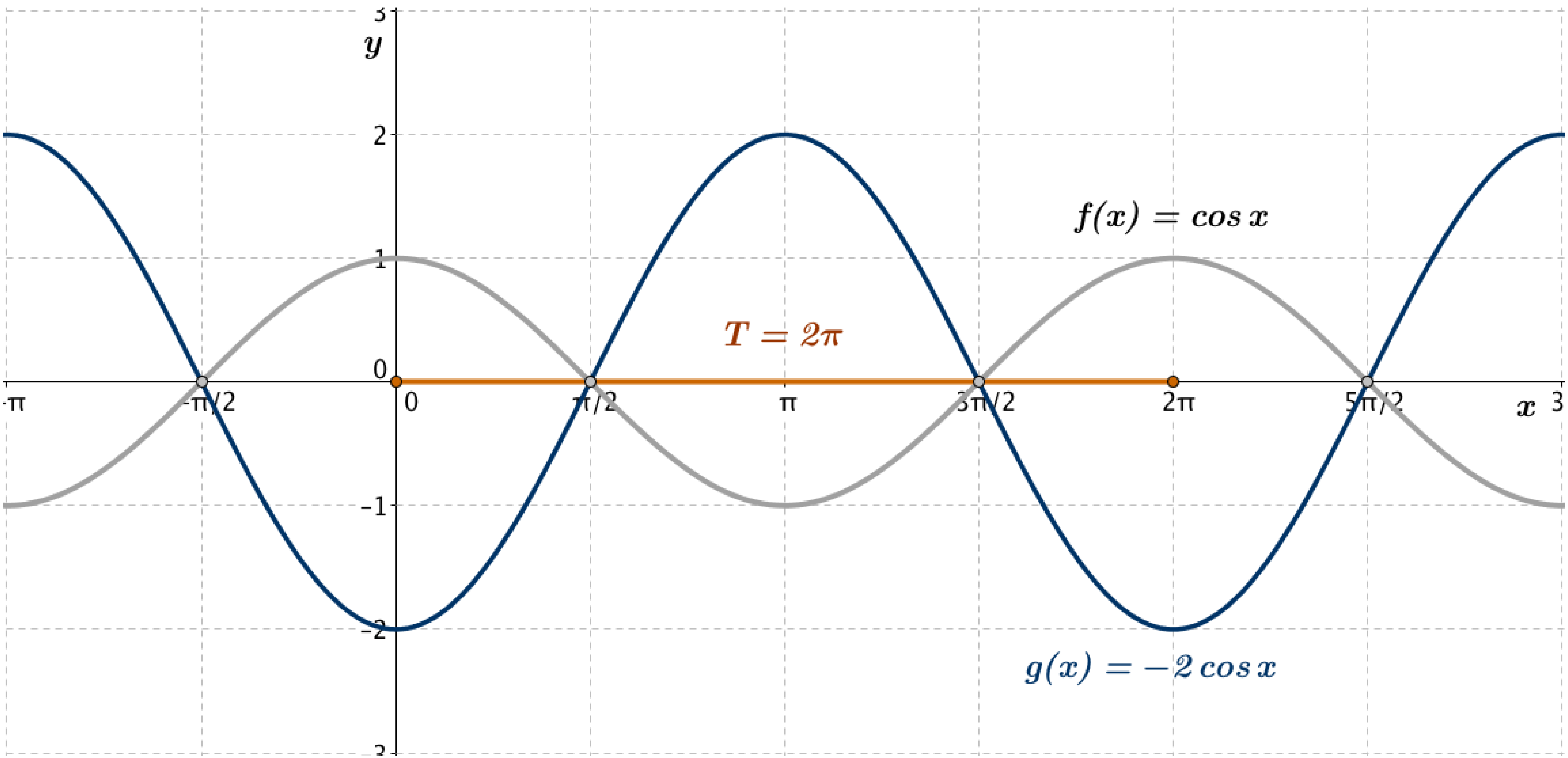

Abb. L1-3: Die Kosinusfunktionen $f(x) = \cos x$ und $g(x) = -2\cos x$. Man erhält den Graphen einer Funktion $g(x)$, indem man den Graphen der Funktion $f(x) = \cos x$ in Richtung der y-Achse um den Faktor 2 streckt und dann an der x-Achse spiegelt

Aufgabe 2:

Zeichnen Sie die trigonometrische Kosinusfunktion $g(x) = \cos(bx)$. Erklären Sie, wie der Graph dieser Funktion aus dem Graphen von $f(x) = \cos x$ entsteht.

Erklärung:

Der Graph der Funktion $g(x) = \cos(bx)$ entsteht aus der normalen Kosinusfunktion durch Streckung in x-Richtung um den Faktor $1/|b|$. Die Periode der Funktion $g(x)$ ist also $T = 2\pi/|b|$.

$$f(x) = \cos(x), \qquad T = 2\pi$$

$$g(x) = \cos(bx), \qquad T = \frac{2\pi}{|b|}$$

Die Nullstellen der Funktion $y = f(x)$ sind: $x_k = \dfrac{1}{|b|}\left(\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right)$

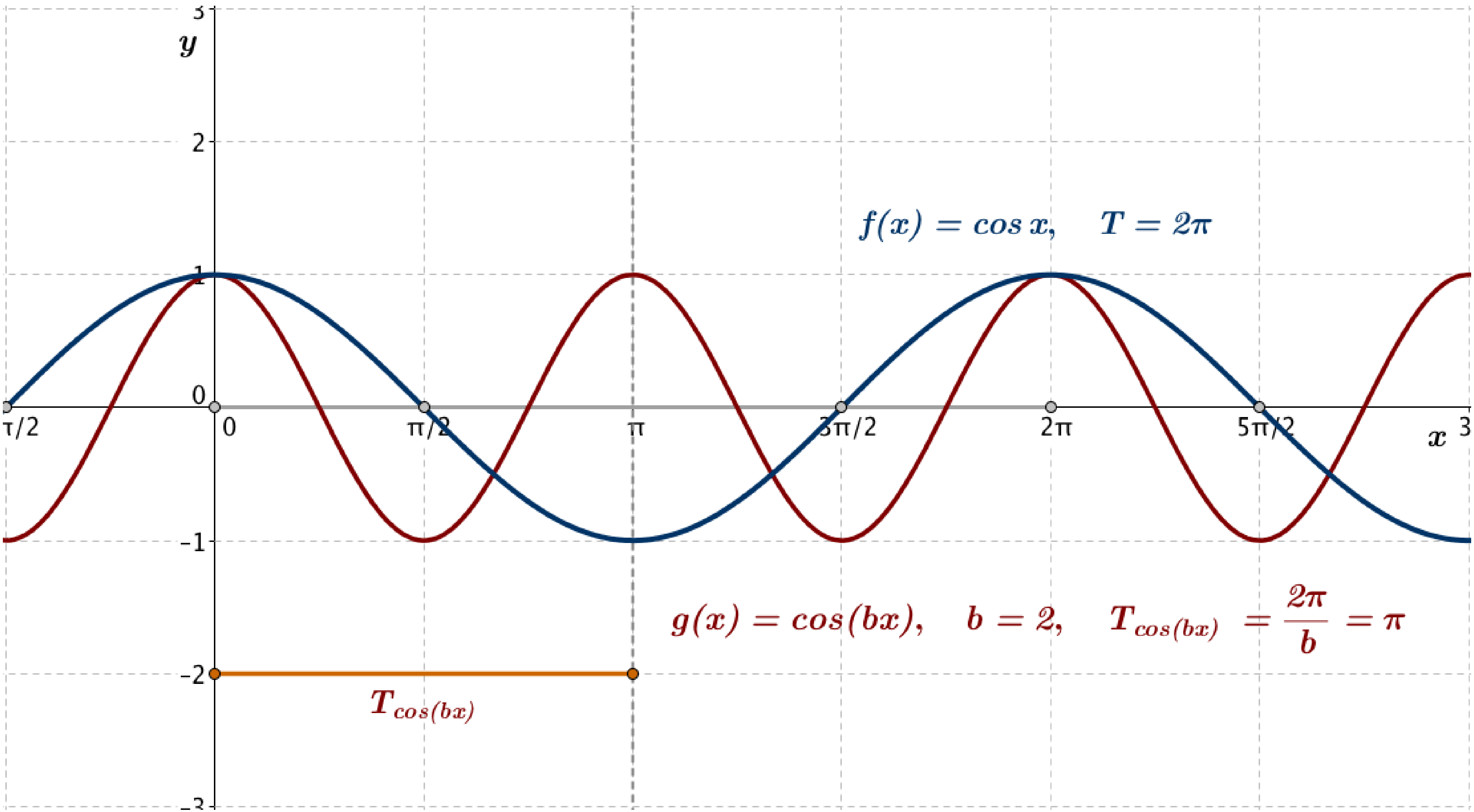

Abb. L2-1: Die Kosinusfunktionen $f(x) = \cos x$ und $g(x) = \cos(2x)$. Man erhält den Graphen einer Funktion $g(x)$, indem man den Graphen der Funktion $f(x) = \cos x$ in Richtung der x-Achse um den Faktor 2 streckt

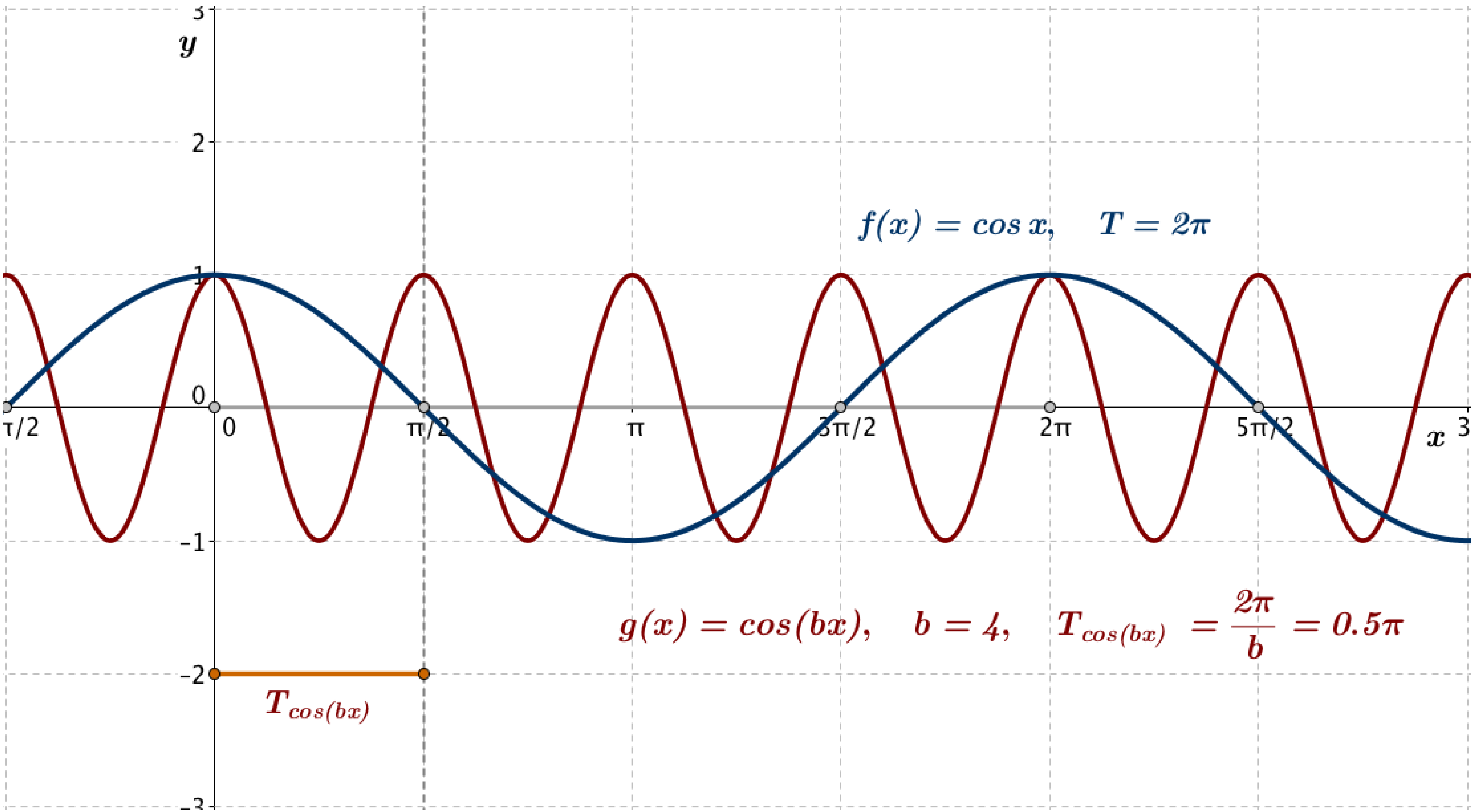

Abb. L2-2: Die Kosinusfunktionen f (x) = cos x und g (x) = cos (4x). Man erhält den Graphen einer Funktion g (x), indem man den Graphen der Funktion f (x) = cos x in Richtung der x-Achse um den Faktor 4 streckt

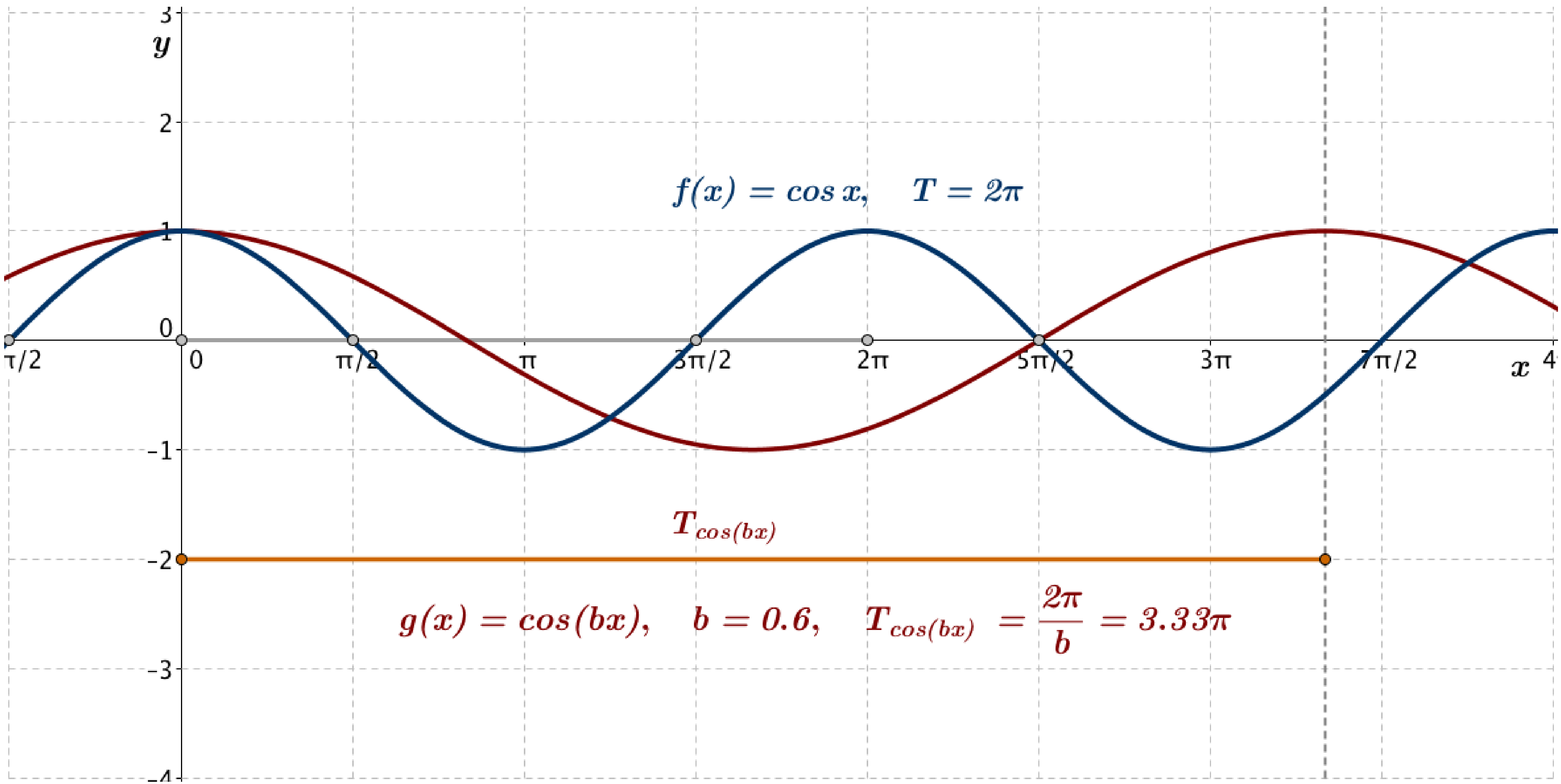

Abb. L2-3: Die Kosinusfunktionen $f(x) = \cos x$ und $g(x) = \cos(0.6x)$. Man erhält den Graphen einer Funktion $g(x)$, indem man den Graphen der Funktion $f(x) = \cos x$ in Richtung der x-Achse um den Faktor 0.6 streckt

Aufgabe 3:

Zeichnen Sie die Kosinusfunktion $f(x) = \cos(x + c)$. Erklären Sie, wie der Graph dieser Funktion aus dem Graphen von $y = \cos x$ entsteht.

Erklärung:

Der Term c im Argument der Funktion $g(x) = \cos(x + c)$ bewirkt eine Verschiebung des Graphen der normalen Kosinusfunktion in Richtung der x-Achse nach links für $c > 0$ und nach rechts für $c < 0$. In der Physik nennt man c die Phasenverschiebung der Kosinuskurve. Die Nullstellen der Funktion $y = g(x)$ sind:

$$x_k = \frac{\pi}{2} + k\pi - c$$

Aufgabe 4:

Der Graph dieser Kosinusfunktion verknüpft die Streckungen in x- und y-Richtung und eine Verschiebung.

$$g(x) = a \cos(b\, x + c)$$

Die Nullstellen der Funktion $y = g(x)$ sind: $x_k = \dfrac{k\pi - c}{b}$

Aufgabe 5:

Zeichnen Sie die trigonometrische Kosinusfunktion $g(x) = \cos x + d$. Erklären Sie, wie der Graph dieser Funktion aus dem Graphen von $f(x) = \cos x$ entsteht.

Erklärung:

Der Term d in der Gleichung der Funktion $f(x) = \cos x + d$ bewirkt eine Verschiebung des Graphen der normalen Kosinusfunktion in positiver Richtung der y-Achse, wenn $d > 0$, und in negativer Richtung, wenn $d < 0$. Die gleiche Transformation erhält der Graph

$$g(x) = a \cos(b x + c) + d$$