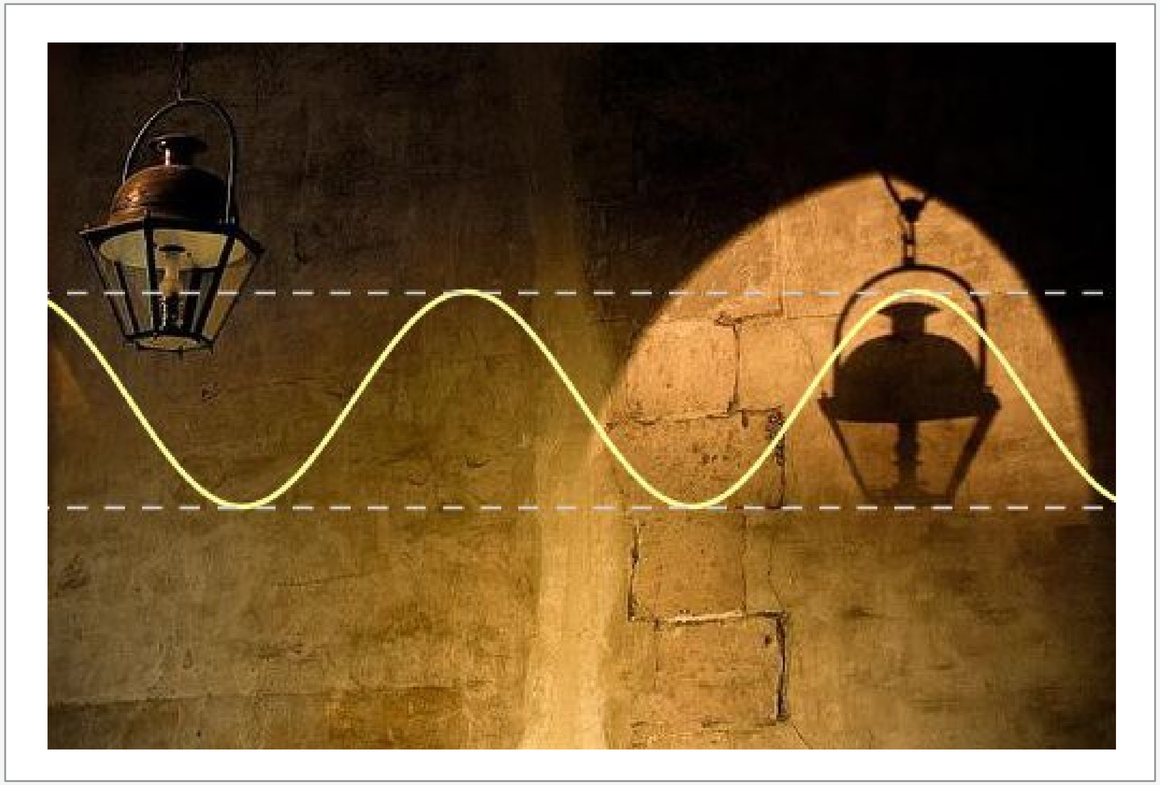
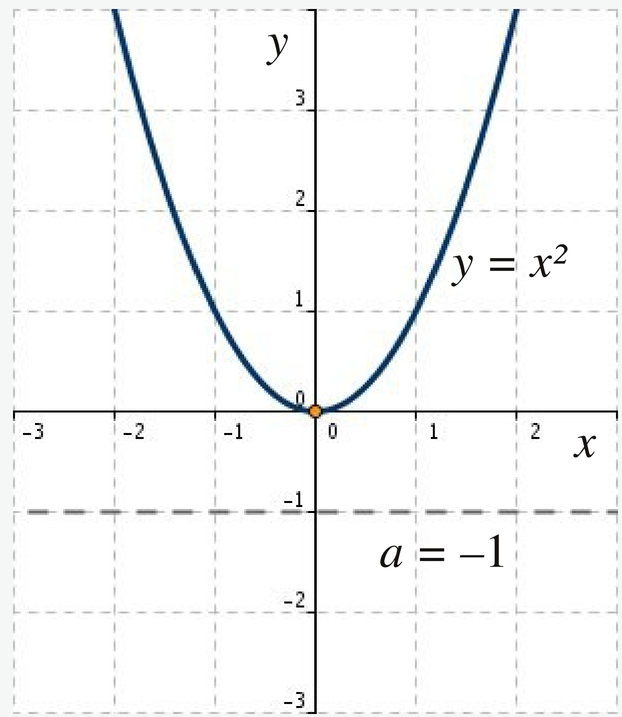


http://www.flickr.com/photos/sabriirmak/2193323529/

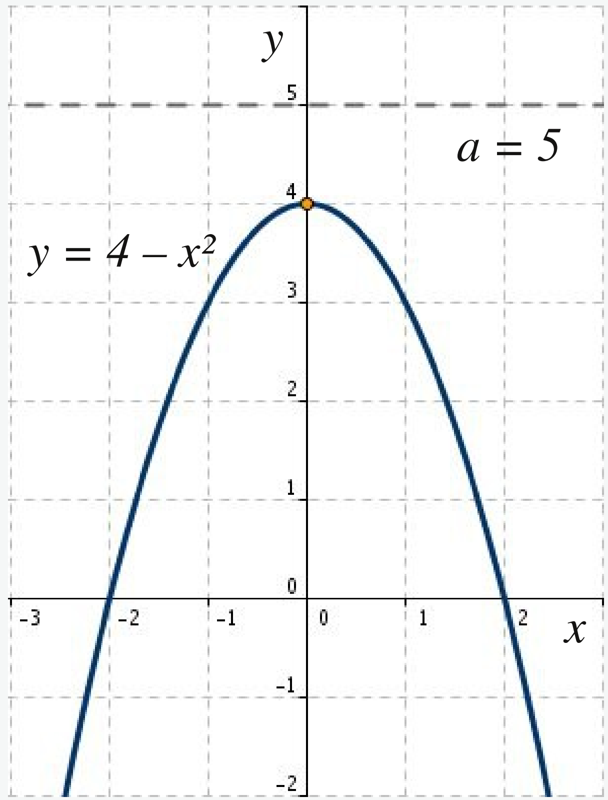
Eigenschaften von Funktionen: Beschränktheit



Die Funktion $y = x^2$ besitzt nur nicht negative Funktionswerte. Für alle x aus dem Definitionsbereich gilt

$$f(x) \geqslant a$$

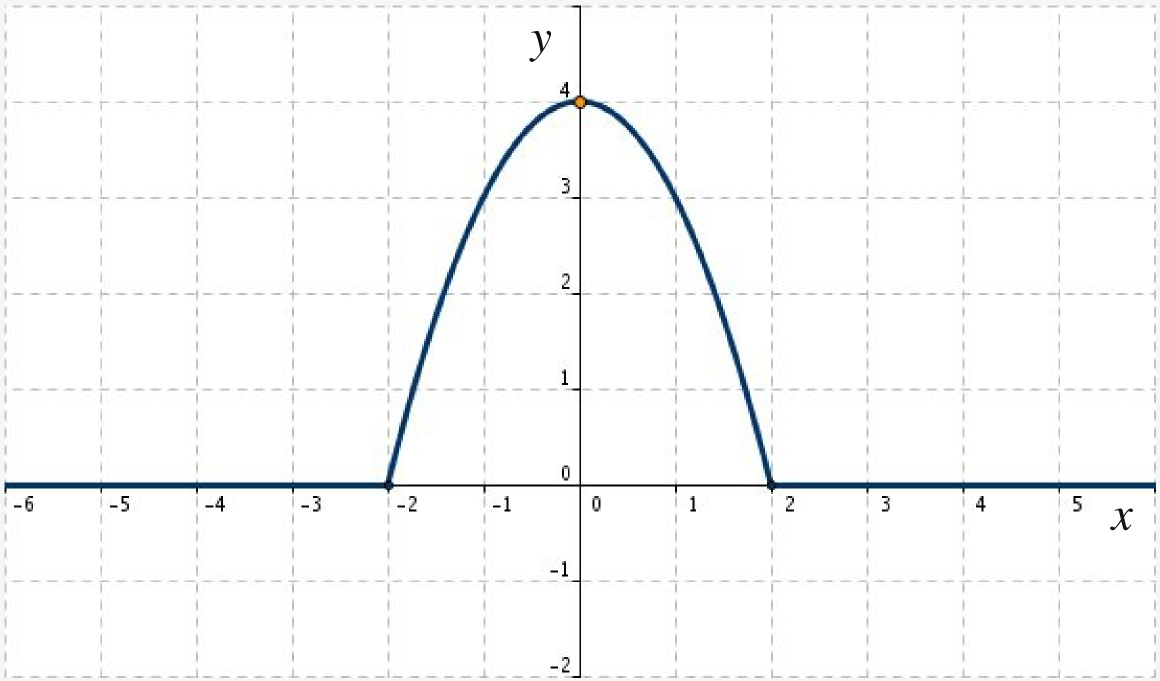
wobei a eine beliebige nicht positive reelle Zahl sein darf, also beispielsweise $a = 0$ oder $a = -5$ usw. Man nennt $y = x^2$ eine nach unten beschränkte Funktion. Jede Zahl, die die Eigenschaft besitzt, dass sie kleiner ist als alle Funktionswerte der Funktion $y = x^2$, wird untere Schranke dieser Funktion genannt. Eine untere Schranke muss demnach nicht unbedingt mit dem kleinsten Funktionswert übereinstimmen.



Die Funktion $y = 4 - x^2$ ist nach oben beschränkt, denn für alle x aus dem Definitionsbereich gilt

$$f(x) \leqslant b$$

Sofern $b \geq 4$ gewählt wird. b wird obere Schranke der Funktion genannt.



$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & |x| < 2 \\ 0, & |x| \geqslant 2 \end{cases}$$

$f(x)$ ist <u>sowohl nach oben als auch nach unten beschränkt</u>.

Stellen Sie die folgenden Funktionen dar, und ermitteln Sie ihre wichtigsten Eigenschaften

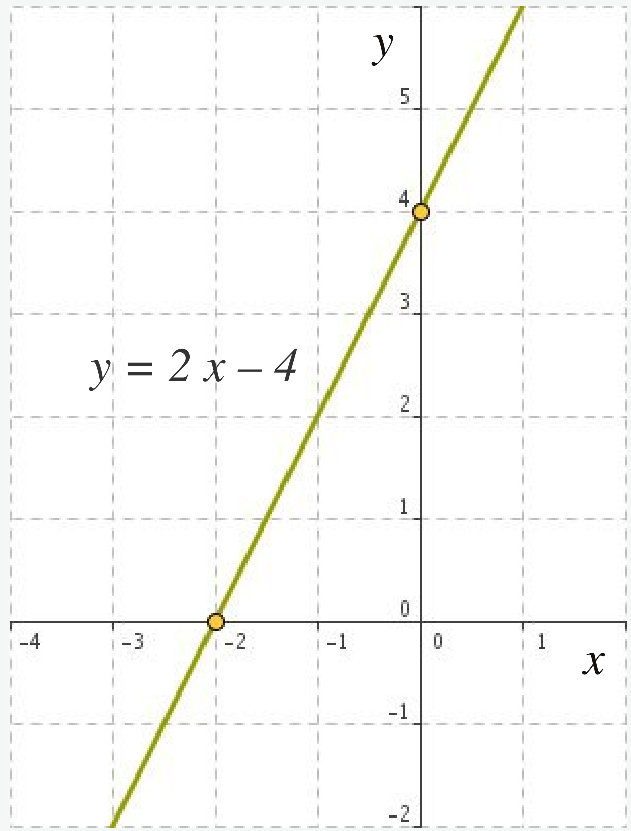
a) $y = 2x + 4$

b) $y = 2|x| - 1$

c) $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2$

d) $y = \begin{cases} x + 1, & x > 0 \\ -x + 1, & x \leqslant 0 \end{cases}$

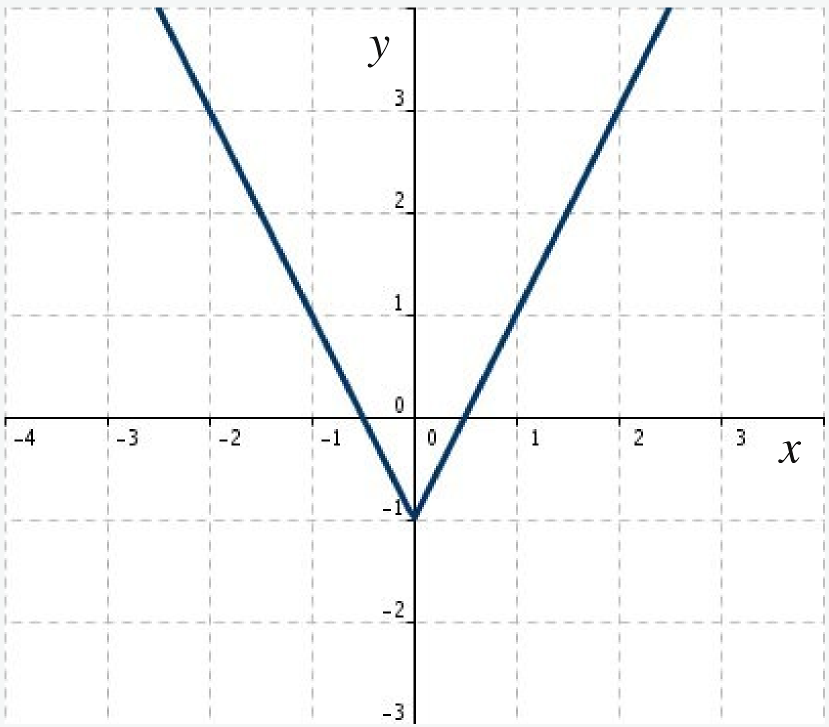
e) $y = \frac{1}{x}, \qquad y = \frac{1}{x - 3}$



$$D = \mathbb{R}$$

unbeschränkt

streng monoton steigend



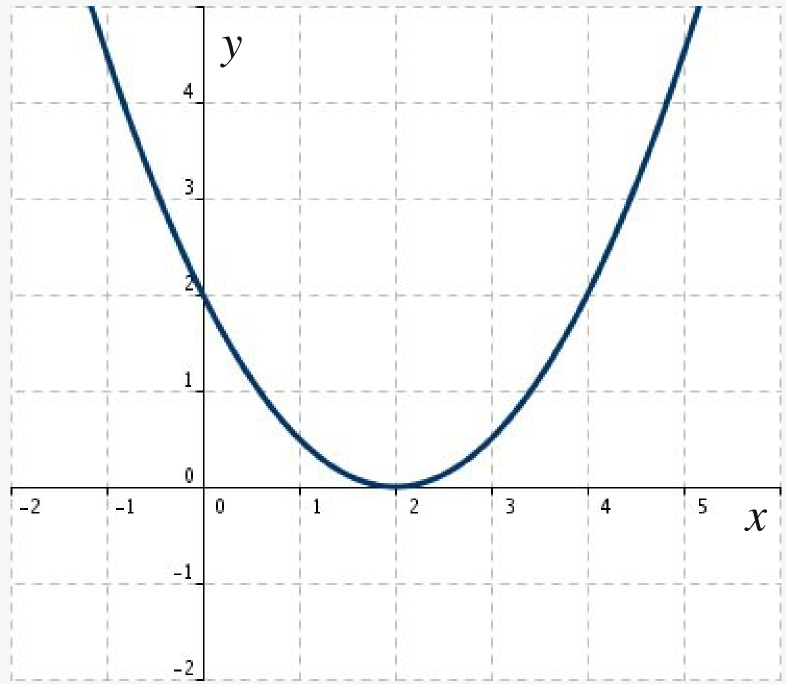
$$y = 2|x| - 1, \qquad D = \mathbb{R}$$

nach unten beschränkt *($b \leq -1$)*

streng monoton fallend *($x \leq 0$)*

streng monoton steigend *($x \geq 0$)*

axialsymmetrisch

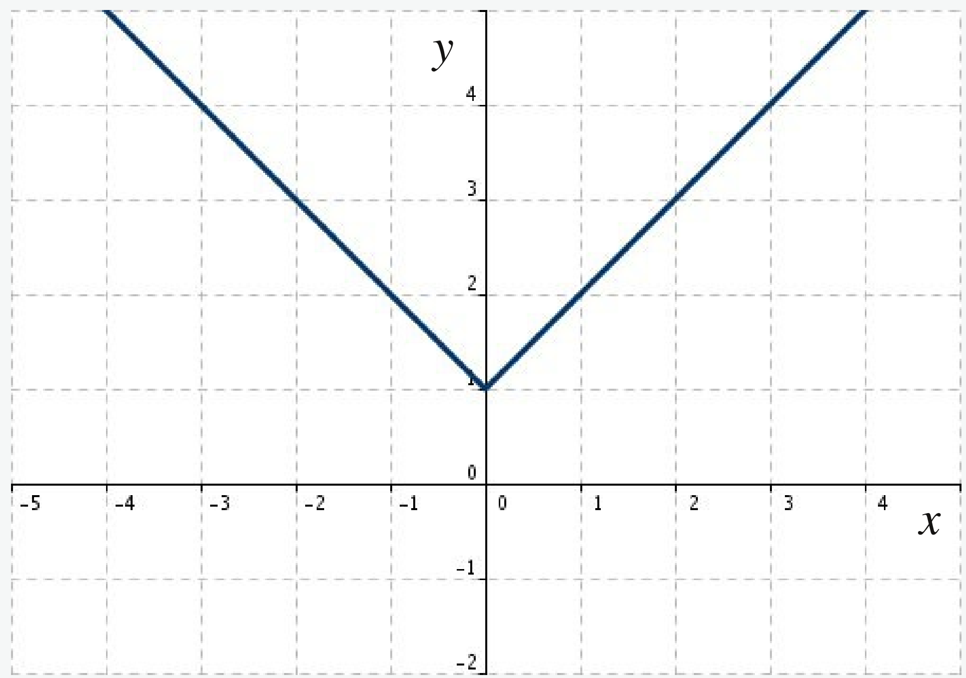


$$y = \frac{1}{2}\,(x - 2)^2, \qquad D = \mathbb{R}$$

nach unten beschränkt *(b ≤ 0)*

streng monoton fallend *(x ≤ 2)*

streng monoton steigend *(x ≥ 2)*



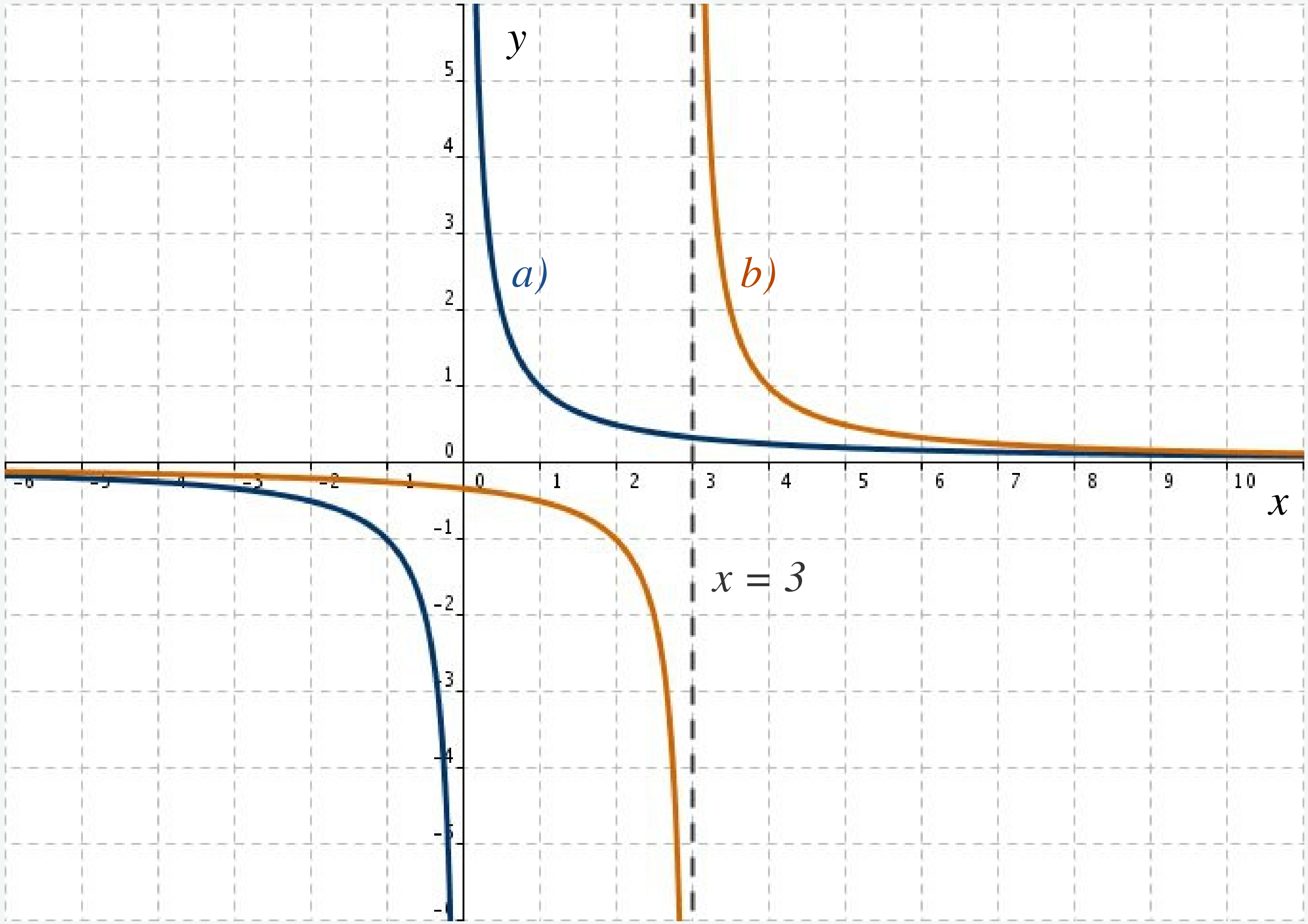
$$y = \begin{cases} x + 1, & x > 0 \\ -x + 1, & x \leqslant 0 \end{cases} \qquad D = \mathbb{R}$$

nach unten beschränkt *(b ≤ 1)*

streng monoton fallend *(x ≤ 0)*

streng monoton steigend *(x > 0)*

axialsymmetrisch



$$y(x) = \frac{1}{x}, \quad D = \mathbb{R} \setminus \{0\}; \qquad y = \frac{1}{x-3}, \quad D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

nicht beschränkt, streng monoton fallend

$y = 1/x$ ist punktsymmetrisch