

Definitions- und Wertebereich von Funktionen

Teil 2

Definitionsbereich und Wertebereich: Aufgaben

Bestimmen Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich der folgenden Funktionen:

Aufgabe 1: $f(x) = \sin x, \quad g(x) = 2 \sin x$

Aufgabe 2: $f(x) = \cos x, \quad g(x) = -2 \cos x$

Aufgabe 3: $f(x) = \cos x, \quad g(x) = \cos^2 x, \quad h(x) = \cos^3 x$

Aufgabe 4: $f(x) = \sin x, \quad g(x) = \sin^2 x, \quad h(x) = \sin^3 x$

Aufgabe 5: $f(x) = \sin^4 x, \quad g(x) = \sin^8 x$

Aufgabe 6: $f(x) = \frac{3}{2} \cos(2x), \quad g(x) = \cos(4x)$

Aufgabe 7: $f(x) = |\cos x|, \quad g(x) = |\sin x|$

Aufgabe 8: $f(x) = |\cos(2x)|, \quad g(x) = -|\sin x|$

Aufgabe 9: $f(x) = \sqrt{\sin x}, \quad g(x) = \sqrt{\sin x + 1}$

Definitionsbereich und Wertebereich: Aufgaben

Aufgabe 10: $f(x) = \frac{1}{2 + \sin x}, \quad g(x) = \frac{1}{1.4 + \sin x}$

Aufgabe 11: $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x}, \quad g(x) = \frac{\sin x}{1/3 + \cos^2 x}$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 1

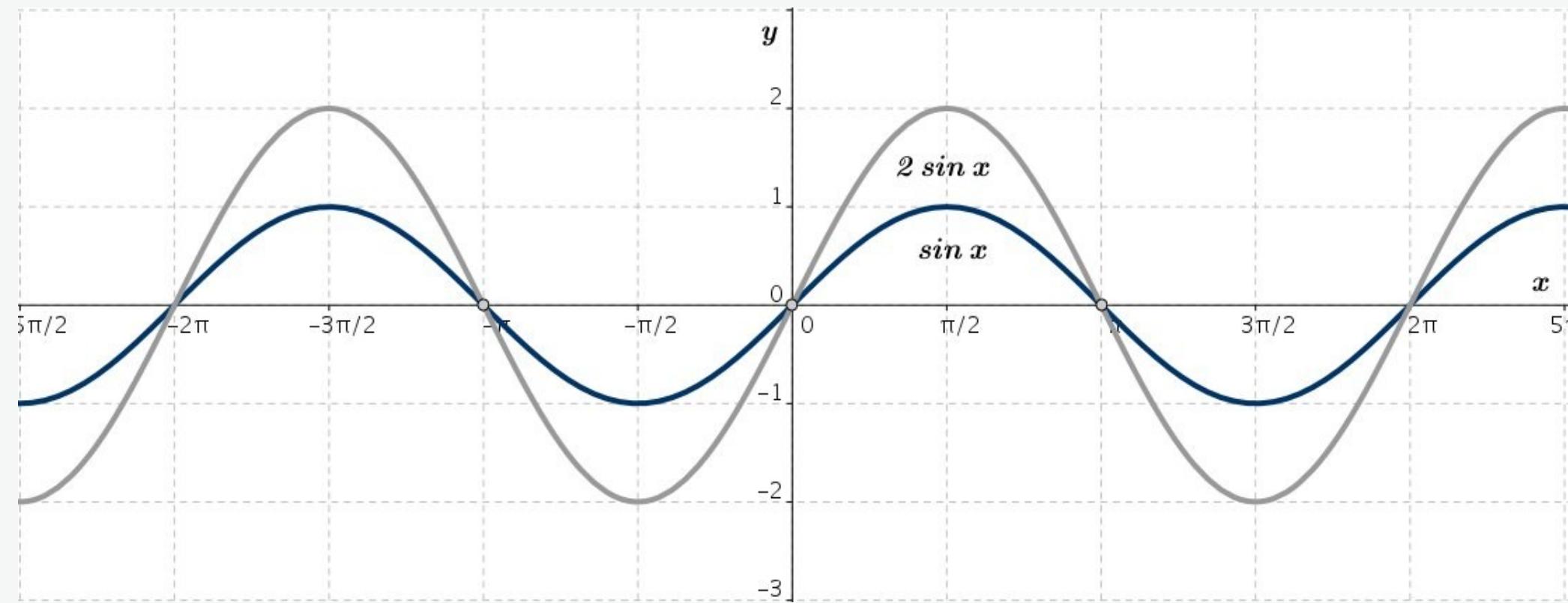


Abb. L1: Trigonometrische Funktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$

$$f(x) = \sin x, \quad D_f = \mathbb{R}, \quad W_f = [-1, 1]$$

$$g(x) = 2 \sin x, \quad D_g = \mathbb{R}, \quad W_g = [-2, 2]$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 2

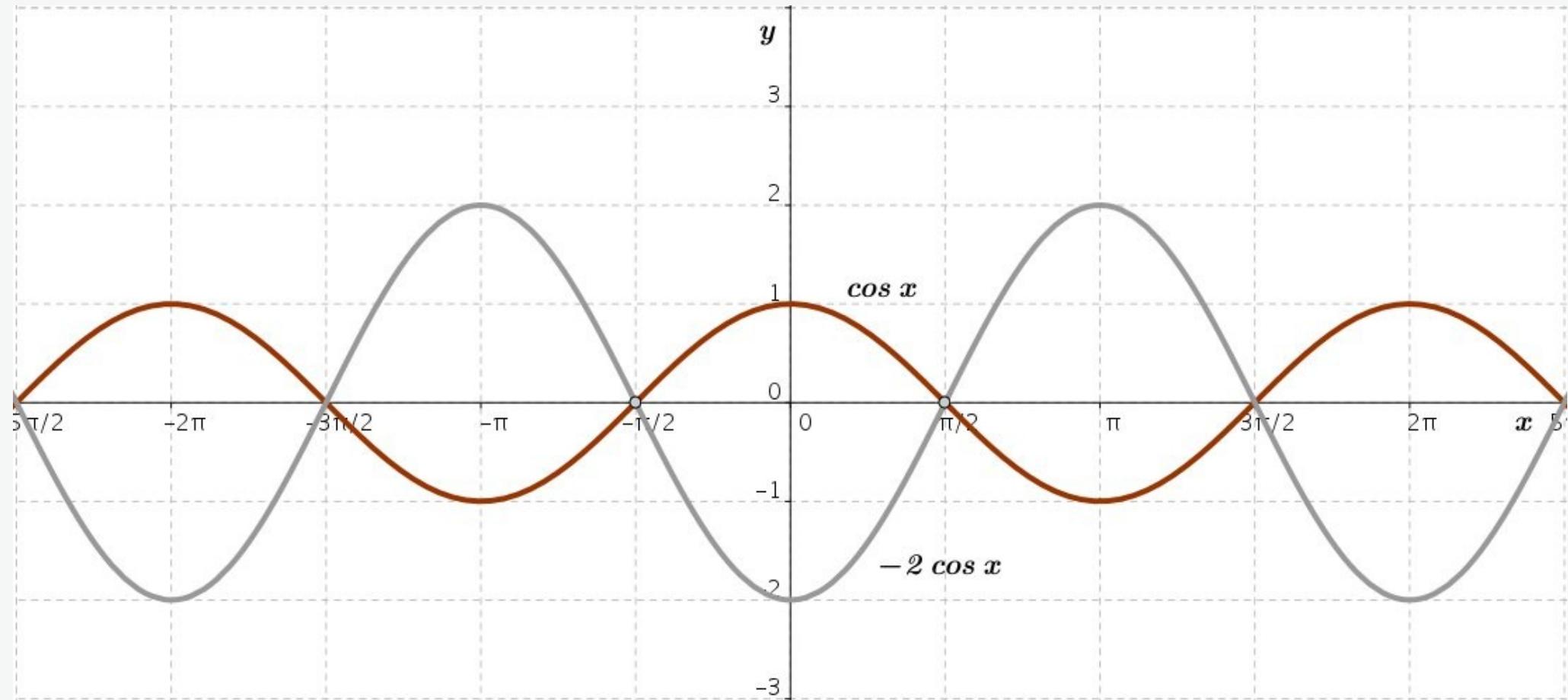


Abb. L2: Trigonometrische Funktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$

$$f(x) = \cos x, \quad D_f = \mathbb{R}, \quad W_f = [-1, 1]$$

$$g(x) = -2 \cos x, \quad D_g = \mathbb{R}, \quad W_g = [-2, 2]$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 3

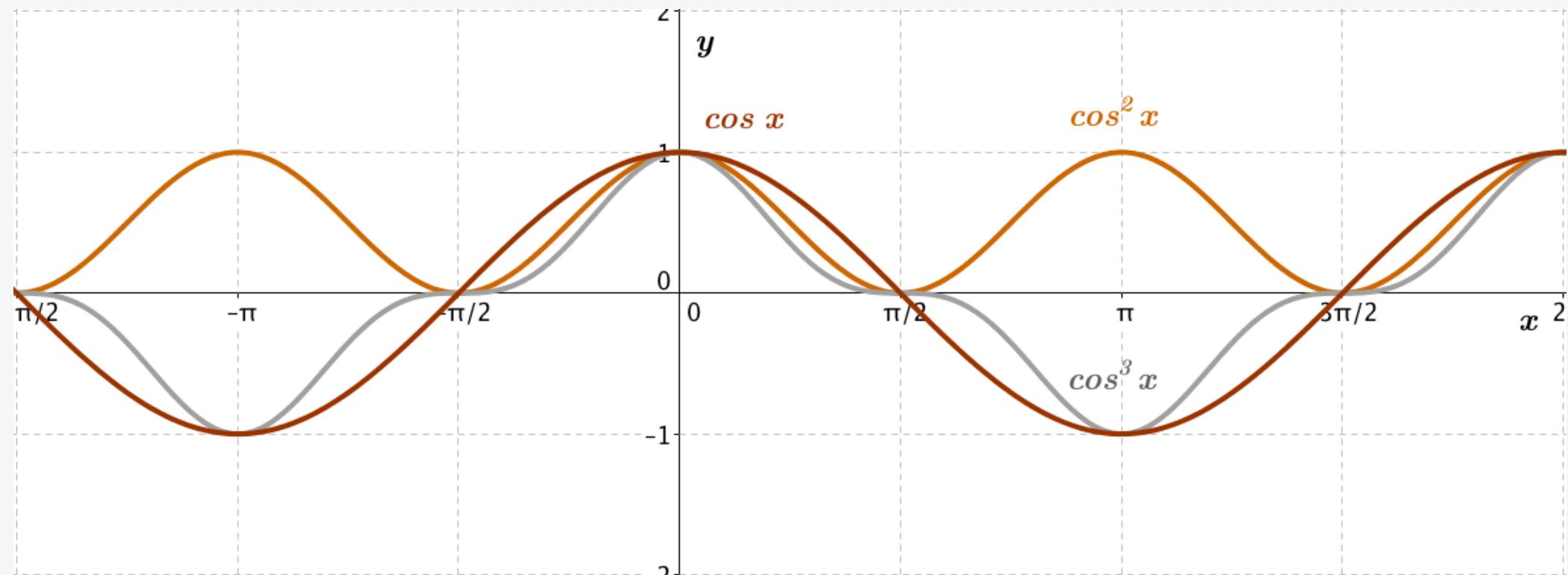
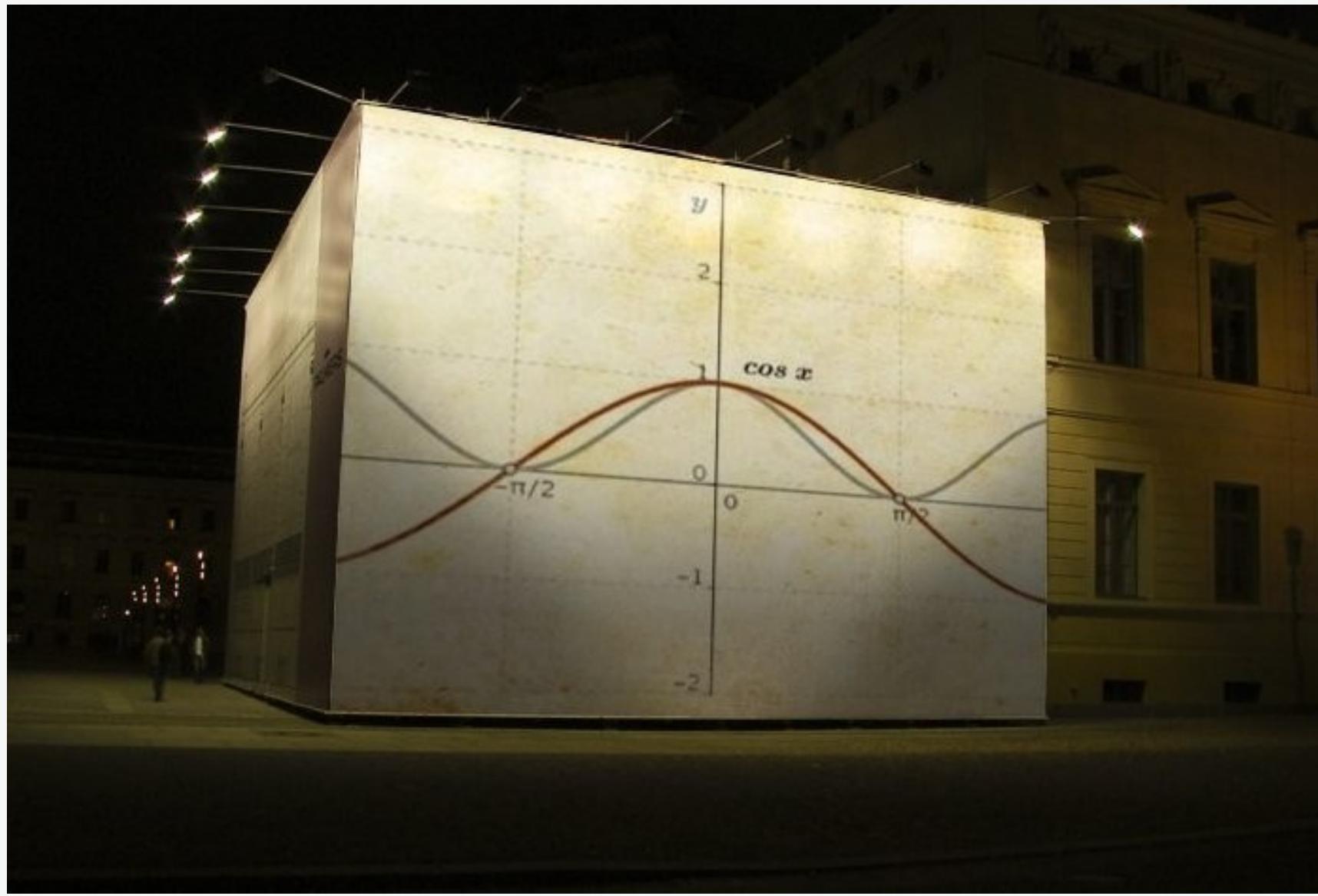


Abb. L3: Trigonometrische Funktionen $y = f(x)$, $y = g(x)$ und $y = h(x)$

$$f(x) = \cos x, \quad D_f = \mathbb{R}, \quad W_f = [-1, 1]$$

$$g(x) = \cos^2 x, \quad D_g = \mathbb{R}, \quad W_g = [0, 1]$$

$$h(x) = \cos^3 x, \quad D_h = \mathbb{R}, \quad W_h = [-1, 1]$$



Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 4

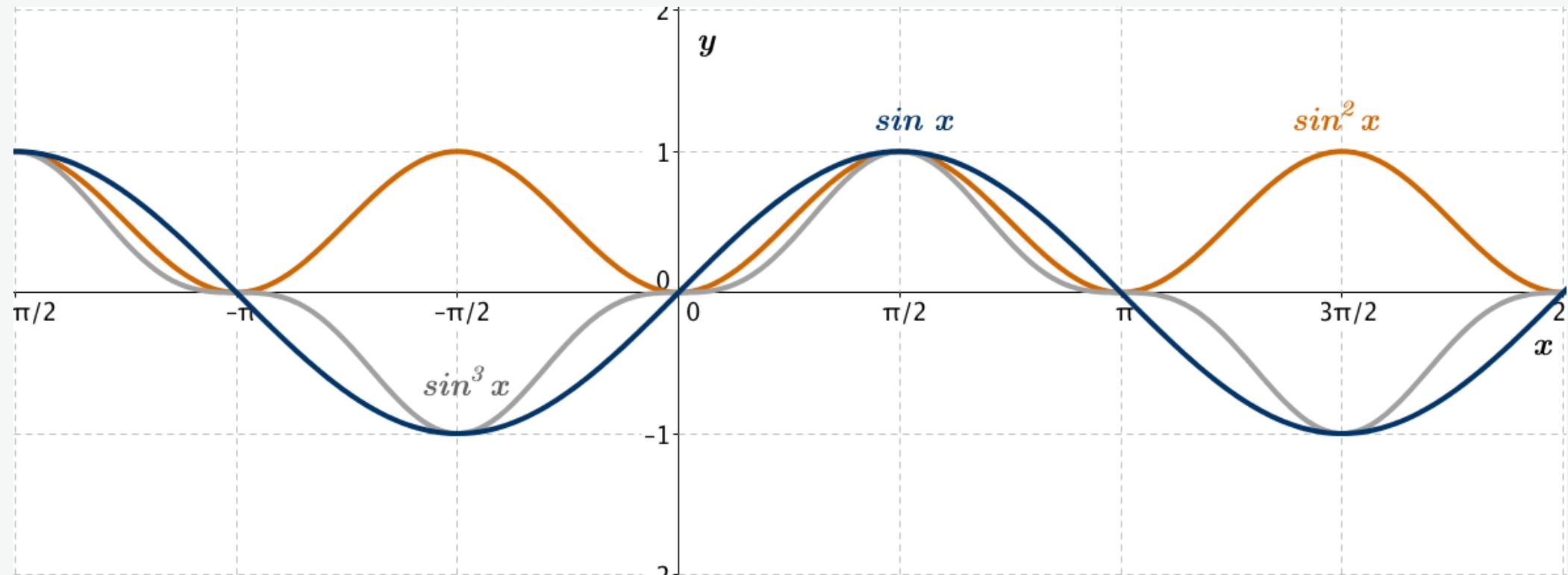


Abb. L4: Trigonometrische Funktionen $y = f(x)$, $y = g(x)$ und $y = h(x)$

$$f(x) = \sin x, \quad D_f = \mathbb{R}, \quad W_f = [-1, 1]$$

$$g(x) = \sin^2 x, \quad D_g = \mathbb{R}, \quad W_g = [0, 1]$$

$$h(x) = \sin^3 x, \quad D_h = \mathbb{R}, \quad W_h = [-1, 1]$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 5

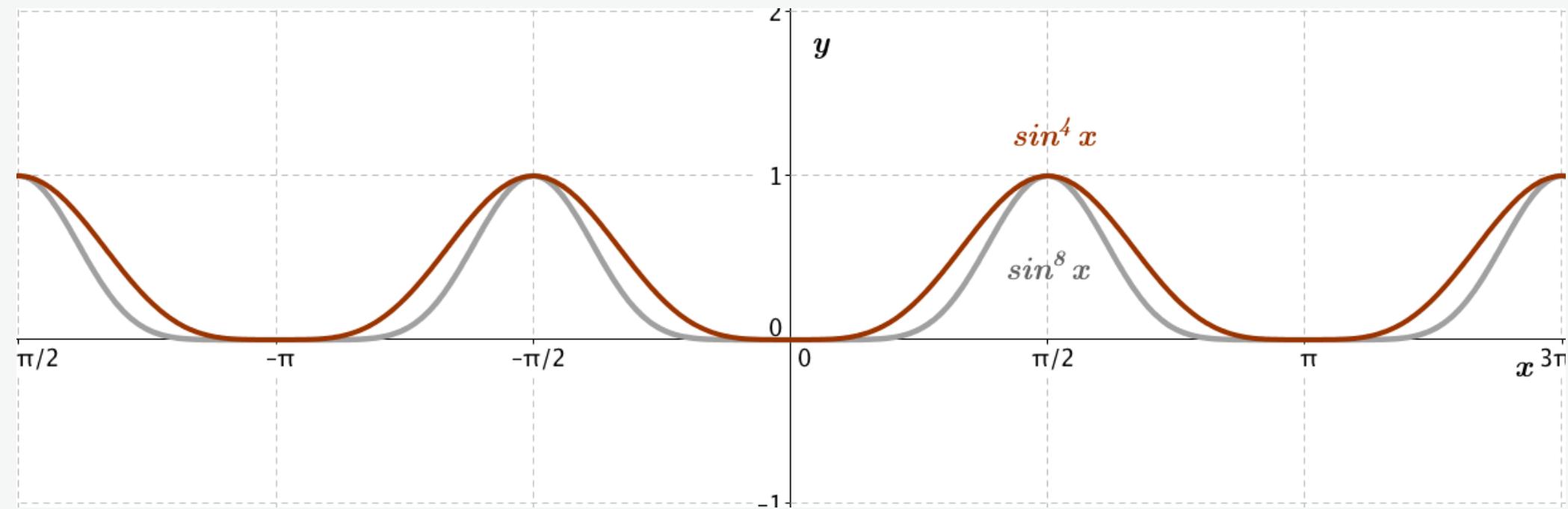


Abb. L5: Trigonometrische Funktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$

$$f(x) = \sin^4 x, \quad D_f = \mathbb{R}, \quad W_f = [0, 1]$$

$$g(x) = \sin^8 x, \quad D_g = \mathbb{R}, \quad W_g = [0, 1]$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 6

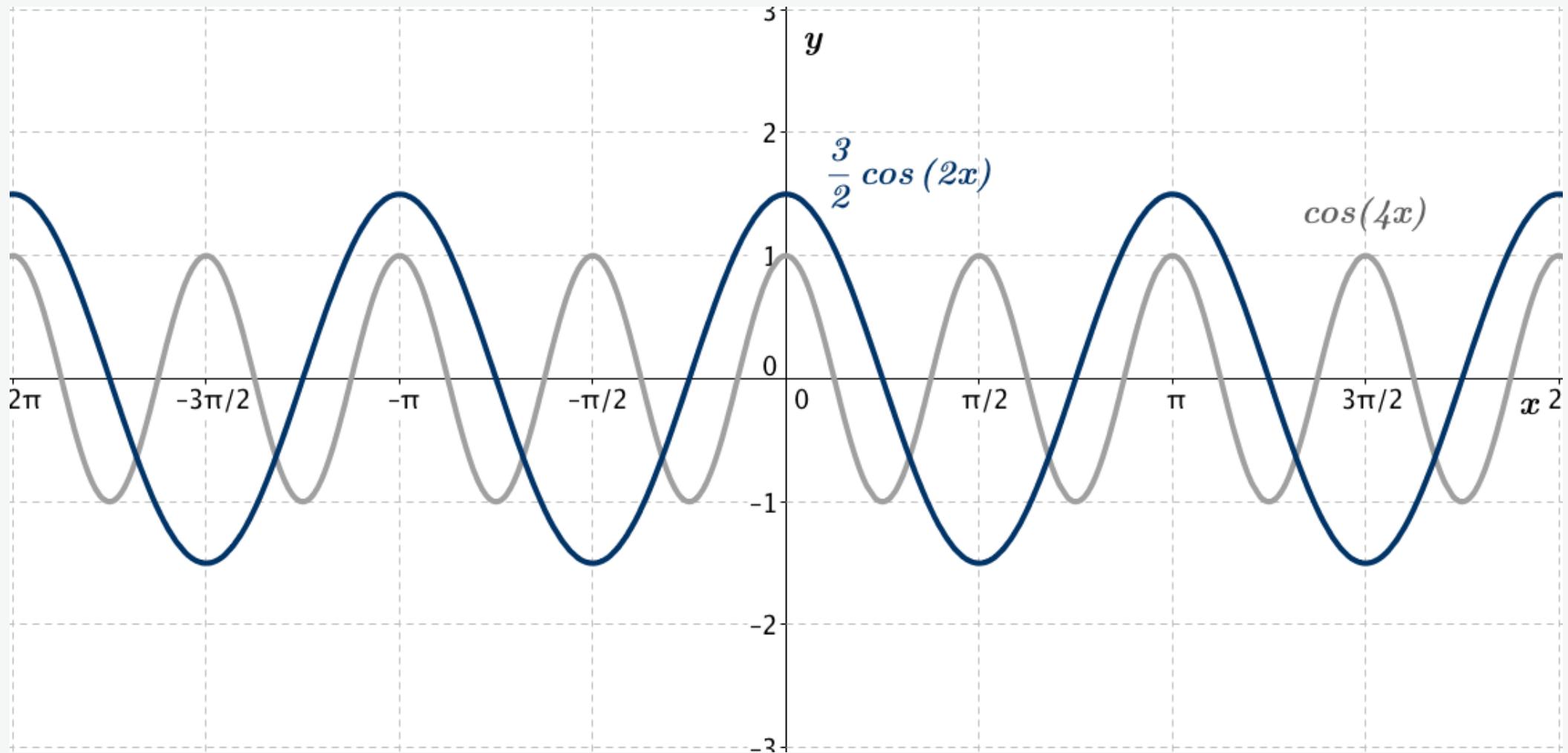


Abb. L6: Trigonometrische Funktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$

$$f(x) = \frac{3}{2} \cos(2x), \quad D_f = \mathbb{R}, \quad W_f = \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right]$$

$$g(x) = \cos(4x), \quad D_g = \mathbb{R}, \quad W_g = [-1, 1]$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 7

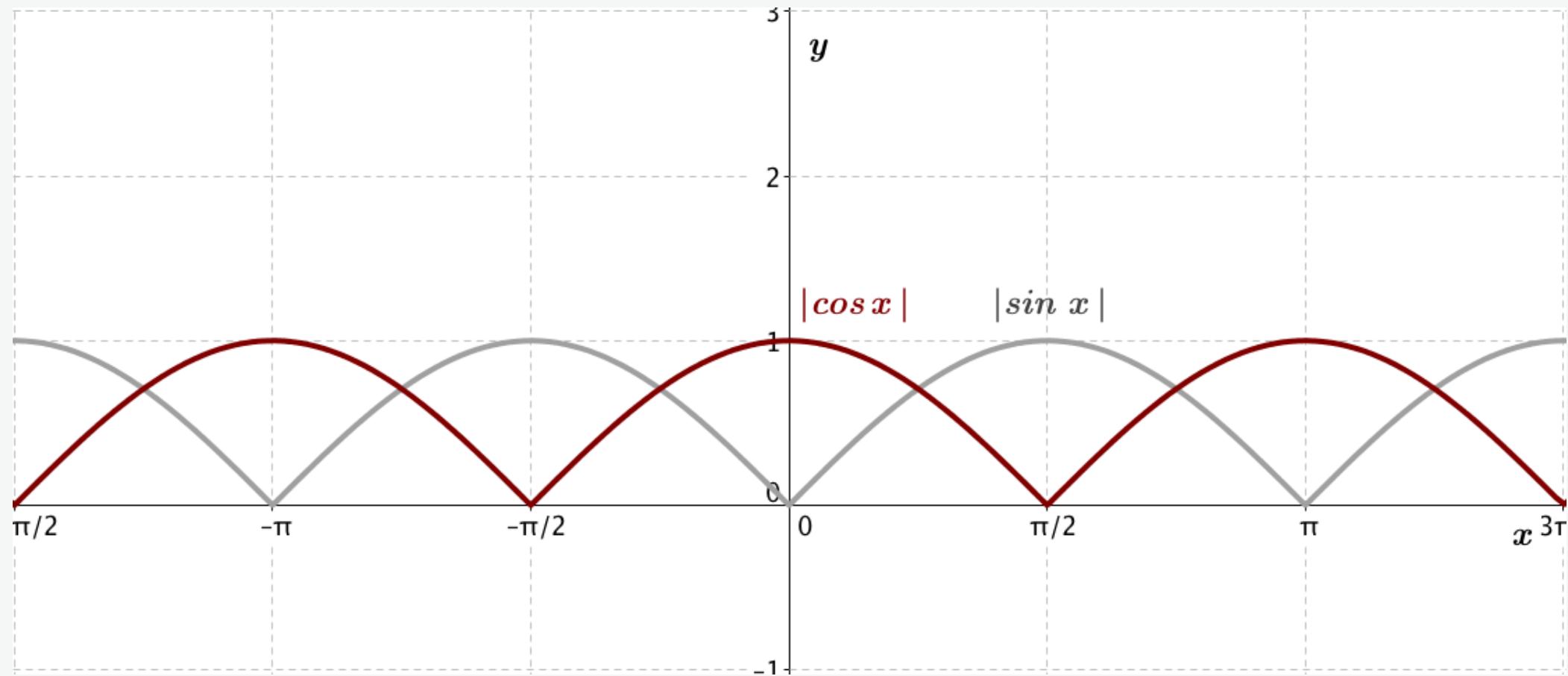


Abb. L7: Trigonometrische Funktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$

$$f(x) = |\cos x|, \quad D_f = \mathbb{R}, \quad W_f = [0, 1]$$

$$g(x) = |\sin x|, \quad D_g = \mathbb{R}, \quad W_g = [0, 1]$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 8

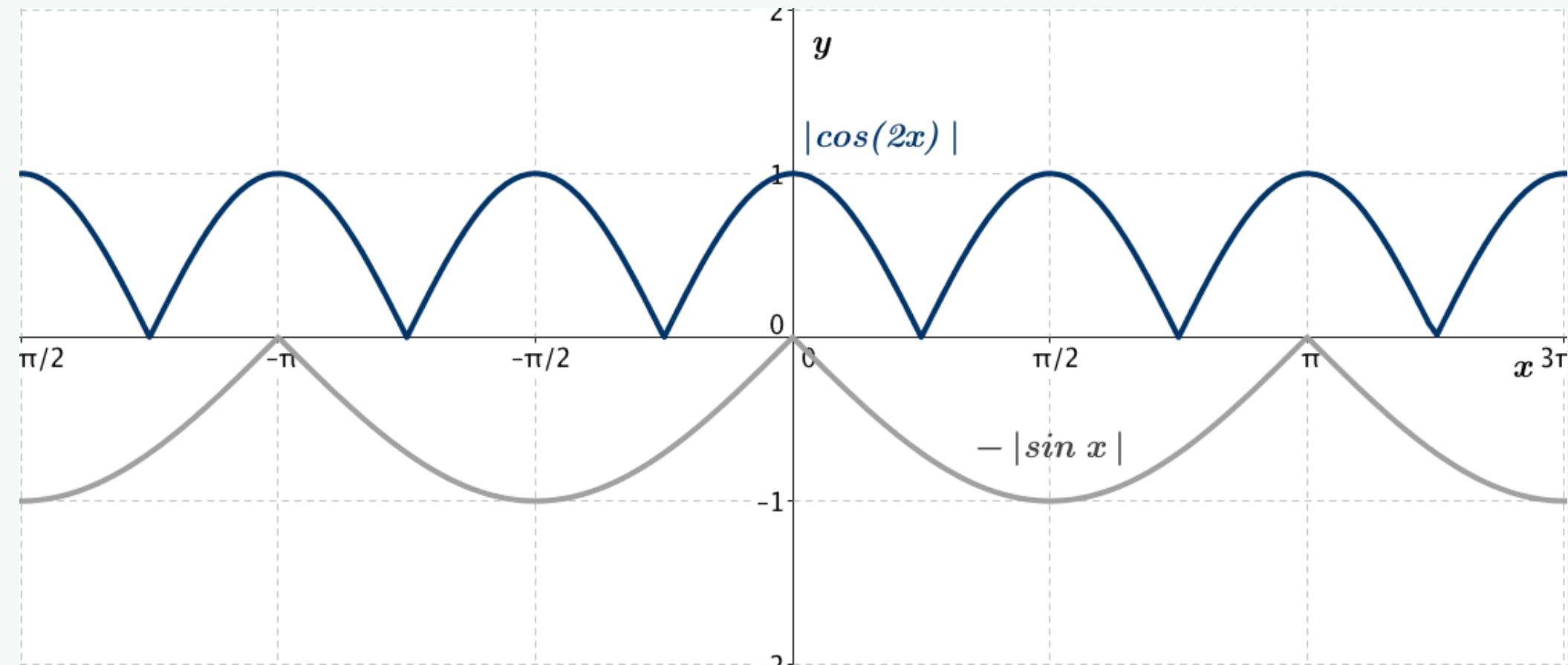


Abb. L8: Trigonometrische Funktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$

$$f(x) = |\cos(2x)|, \quad D_f = \mathbb{R}, \quad W_f = [0, 1]$$

$$g(x) = -|\sin x|, \quad D_g = \mathbb{R}, \quad W_g = [-1, 0]$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 9

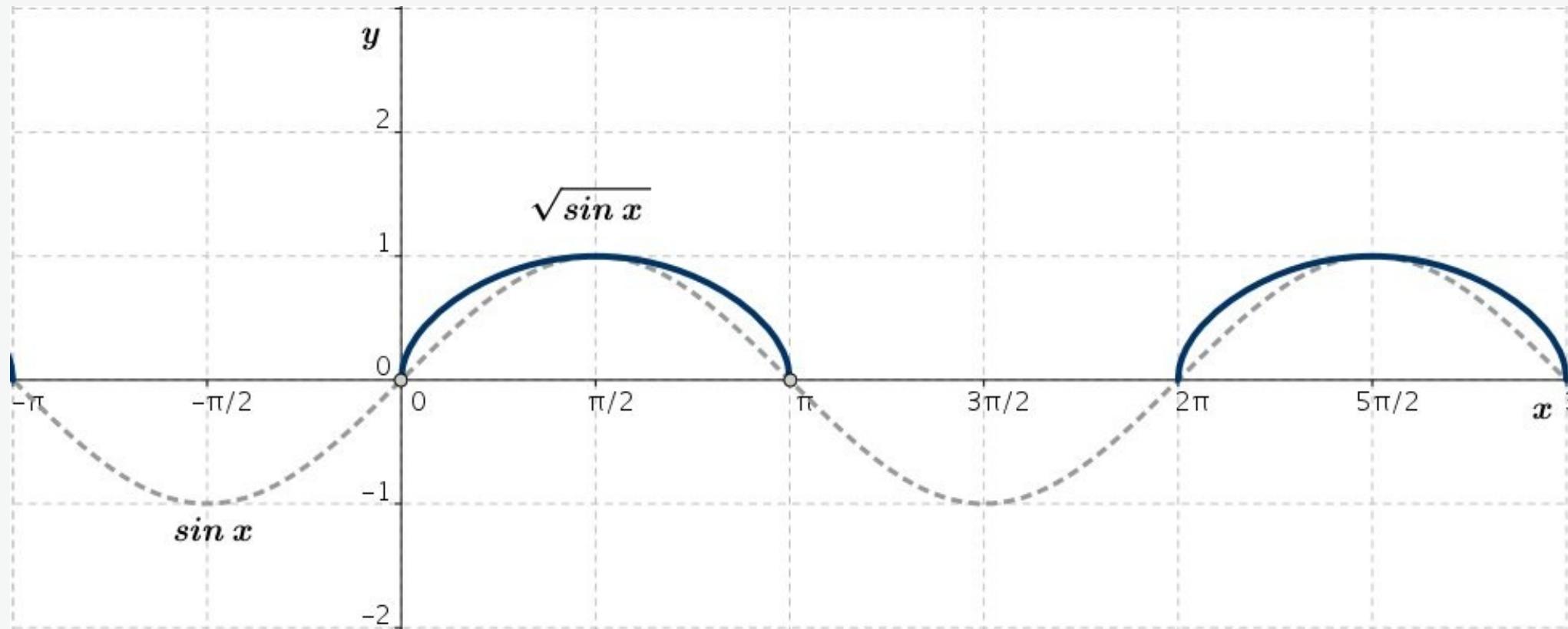


Abb. L9-1: Trigonometrische Funktion $y = f(x)$

$$f(x) = \sqrt{\sin x}$$

$$D_f = \dots \cup [-2\pi, -\pi] \cup [0, \pi] \cup [2\pi, 3\pi] \cup \dots$$

$$W_f = [0, 1]$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 9

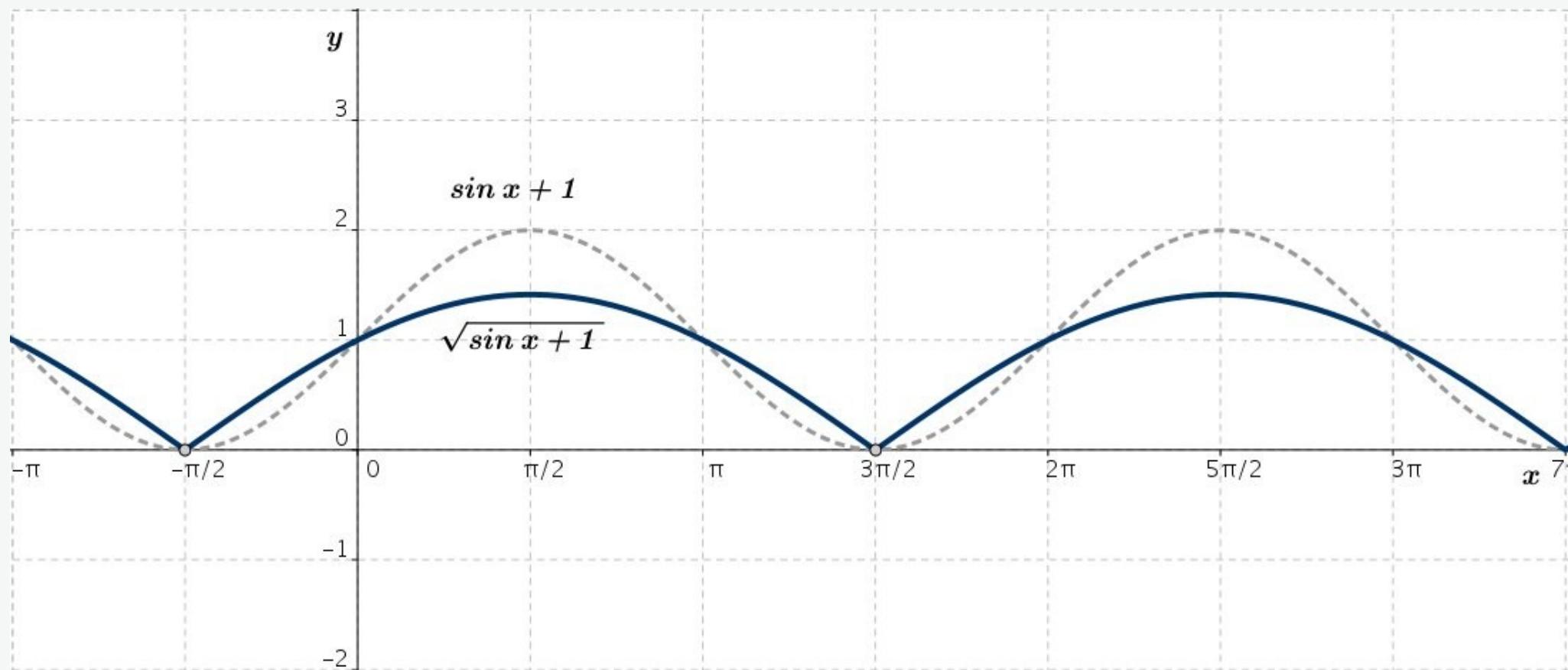


Abb. L9-2: Trigonometrische Funktion $y = g(x)$

$$g(x) = \sqrt{\sin x + 1}, \quad D_g = \mathbb{R}, \quad W_g = [0, \sqrt{2}]$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 10

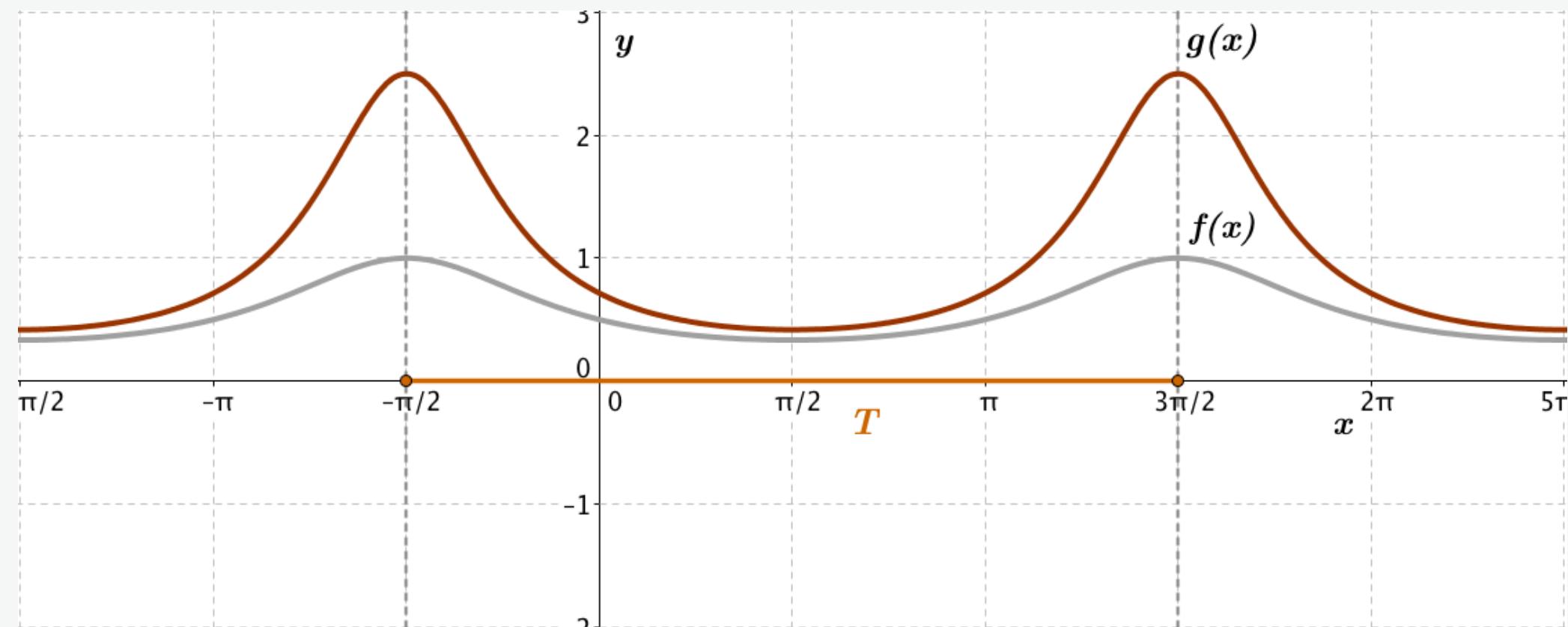


Abb. L10: Die Funktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$

$$f(x) = \frac{1}{2 + \sin x}, \quad D_f = \mathbb{R}, \quad W_f = \left[\frac{1}{3}, 1 \right]$$

$$g(x) = \frac{1}{1.4 + \sin x}, \quad D_g = \mathbb{R}, \quad W_g = \left[\frac{5}{12}, \frac{5}{2} \right]$$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 11

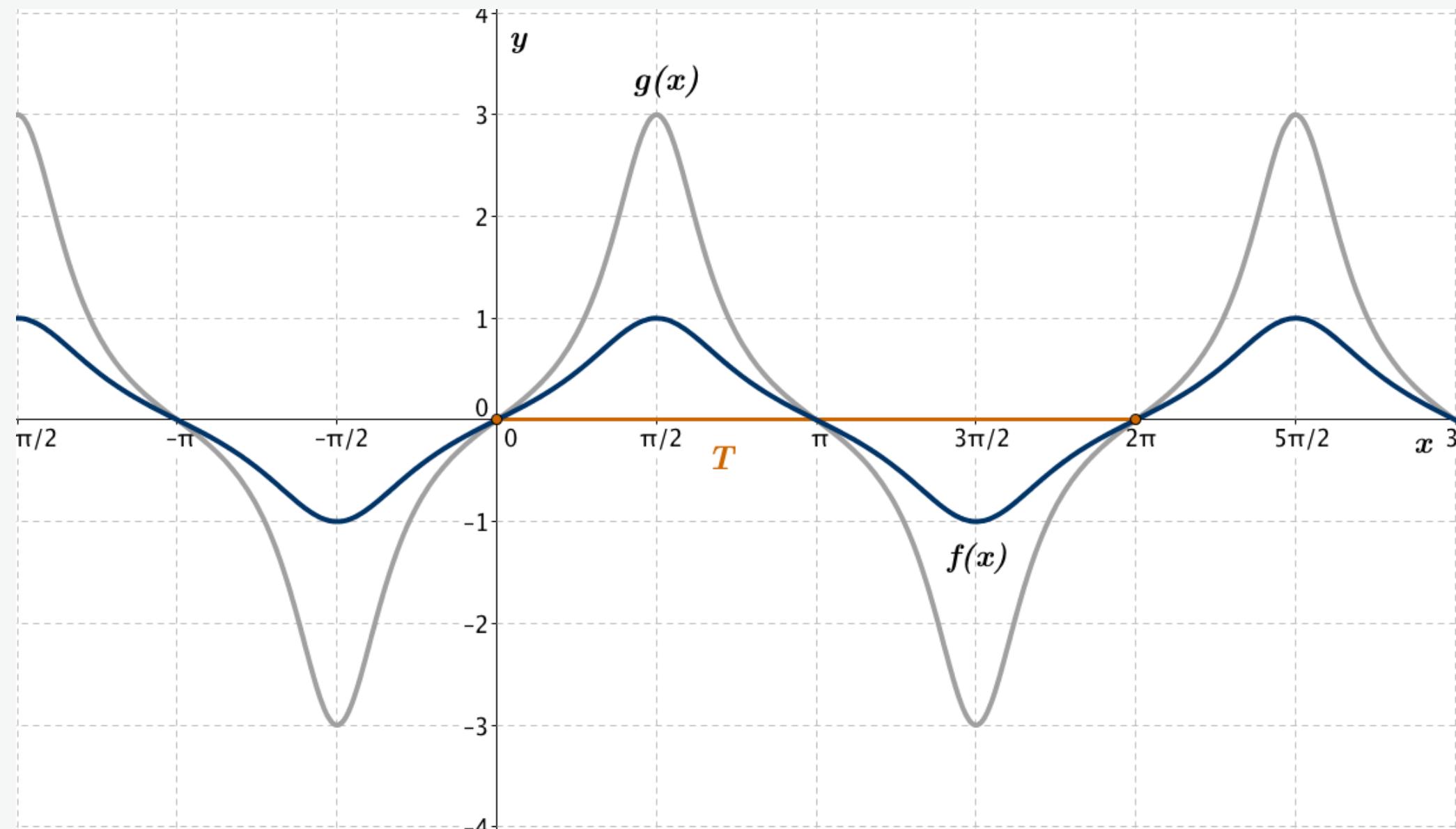


Abb. L11: Die Funktionen $y = f(x)$ und $y = g(x)$

Definitionsbereich und Wertebereich: Lösung 11

$$f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x}, \quad D_f = \mathbb{R}, \quad W_f = [-1, 1]$$

$$f_{\max}: \sin x = 1, \quad \cos x = 0$$

$$f_{\min}: \sin x = -1, \quad \cos x = 0$$

$$g(x) = \frac{\sin x}{1/3 + \cos^2 x}, \quad D_g = \mathbb{R}, \quad W_g = [-3, 3]$$

$$g_{\max}: \sin x = 1, \quad \cos x = 0$$

$$g_{\min}: \sin x = -1, \quad \cos x = 0$$

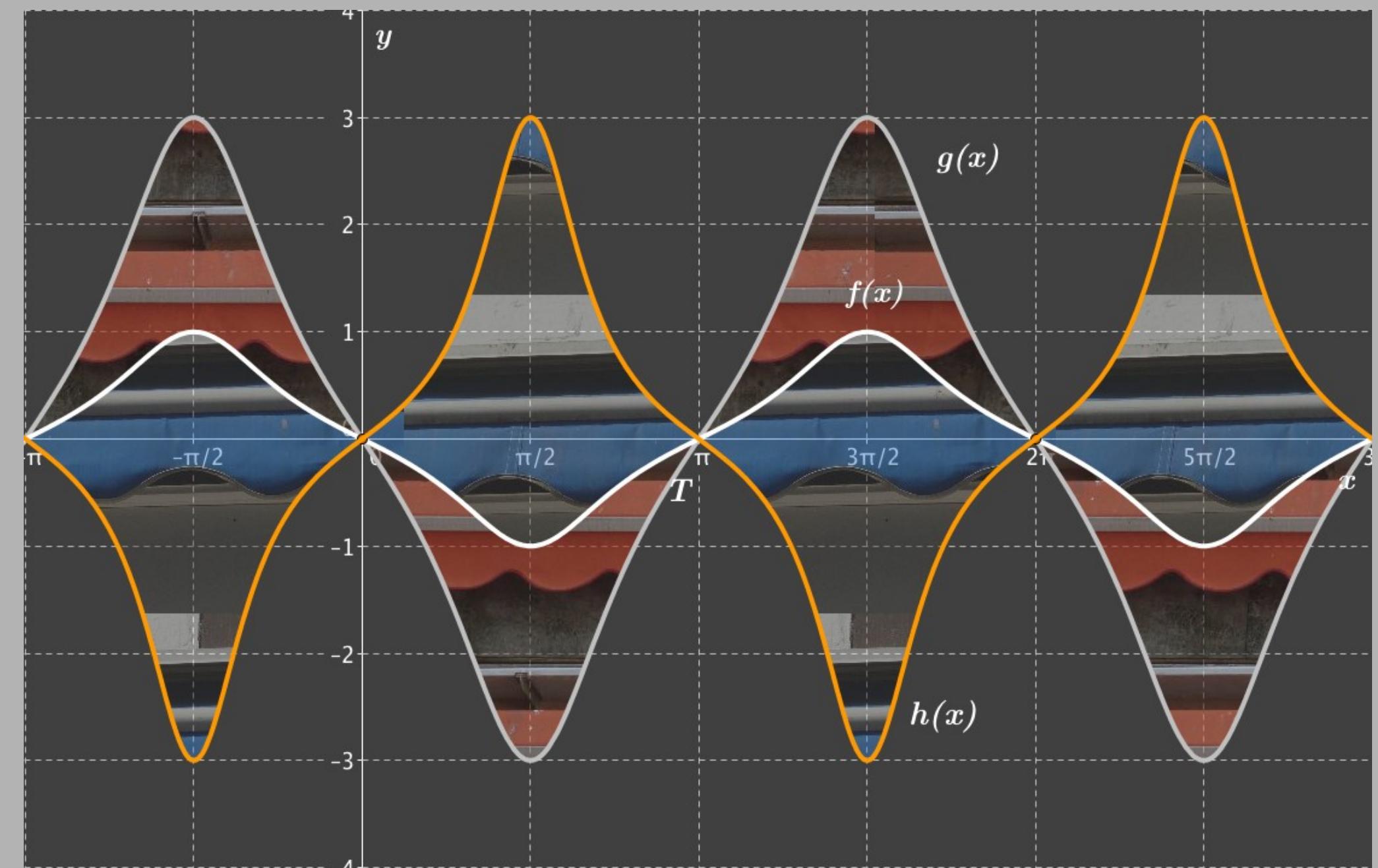


Abb. L12: Die Funktionen $y = f(x)$, $y = g(x)$ und $y = h(x)$

Definitionsbereich und Wertebereich

$$f(x) = -\frac{\sin x}{1 + \cos^2 x}, \quad D_f = \mathbb{R}, \quad W_f = [-1, 1]$$

$$g(x) = -\frac{3 \sin x}{1 + \cos^2 x}, \quad D_g = \mathbb{R}, \quad W_g = [-3, 3]$$

$$h(x) = \frac{\sin x}{1/3 + \cos^2 x}, \quad D_h = \mathbb{R}, \quad W_h = [-3, 3]$$

