

Bruchgleichungen

Bestimmen Sie alle reellen x , die folgende Ungleichungen erfüllen:

Aufgabe 1: $\frac{2x - 3}{2x - 5} > 3$

Aufgabe 2: $\frac{x - 3}{2x - 1} > 1$

Aufgabe 3: $\frac{2x - 3}{x - 2} > \frac{5}{2}$

Bruchungleichung: Lösung 1

$$\frac{2x-3}{2x-5} > 3: \quad \begin{array}{l} \text{Fall 1:} \quad 2x-3 > 0, \quad 2x > 3, \quad x > \frac{3}{2} \\ \quad \quad \quad 2x-5 > 0, \quad 2x > 5, \quad x > \frac{5}{2} \end{array} \quad \left| \quad x \in \left(\frac{5}{2}, \infty\right) \right.$$

$$\frac{2x-3}{2x-5} > 3, \quad 2x-3 > 3(2x-5), \quad 2x-3 > 6x-15, \quad x < 3$$
$$x \in (-\infty, 3)$$

$$L_1 = (-\infty, 3) \cap \left(\frac{5}{2}, \infty\right) = \left(\frac{5}{2}, 3\right)$$

$$\begin{array}{l} \text{Fall 2:} \quad 2x-3 < 0, \quad 2x < 3, \quad x < \frac{3}{2} \\ \quad \quad \quad 2x-5 < 0, \quad 2x < 5, \quad x < \frac{5}{2} \end{array} \quad \left| \quad x \in \left(-\infty, \frac{3}{2}\right) \right.$$

$$\frac{2x-3}{2x-5} > 3, \quad 2x-3 < 3(2x-5), \quad 2x-3 < 6x-15, \quad x > 3$$

Die Werte $x > 3$ gehören nicht zum Bereich $(-\infty, 3/2)$, d.h die Ungleichung hat in diesem Fall keine Lösung.

$$L_2 = \emptyset, \quad L = L_1 \cup L_2 = \left(\frac{5}{2}, 3\right)$$

Bruchungleichung: Lösung 1

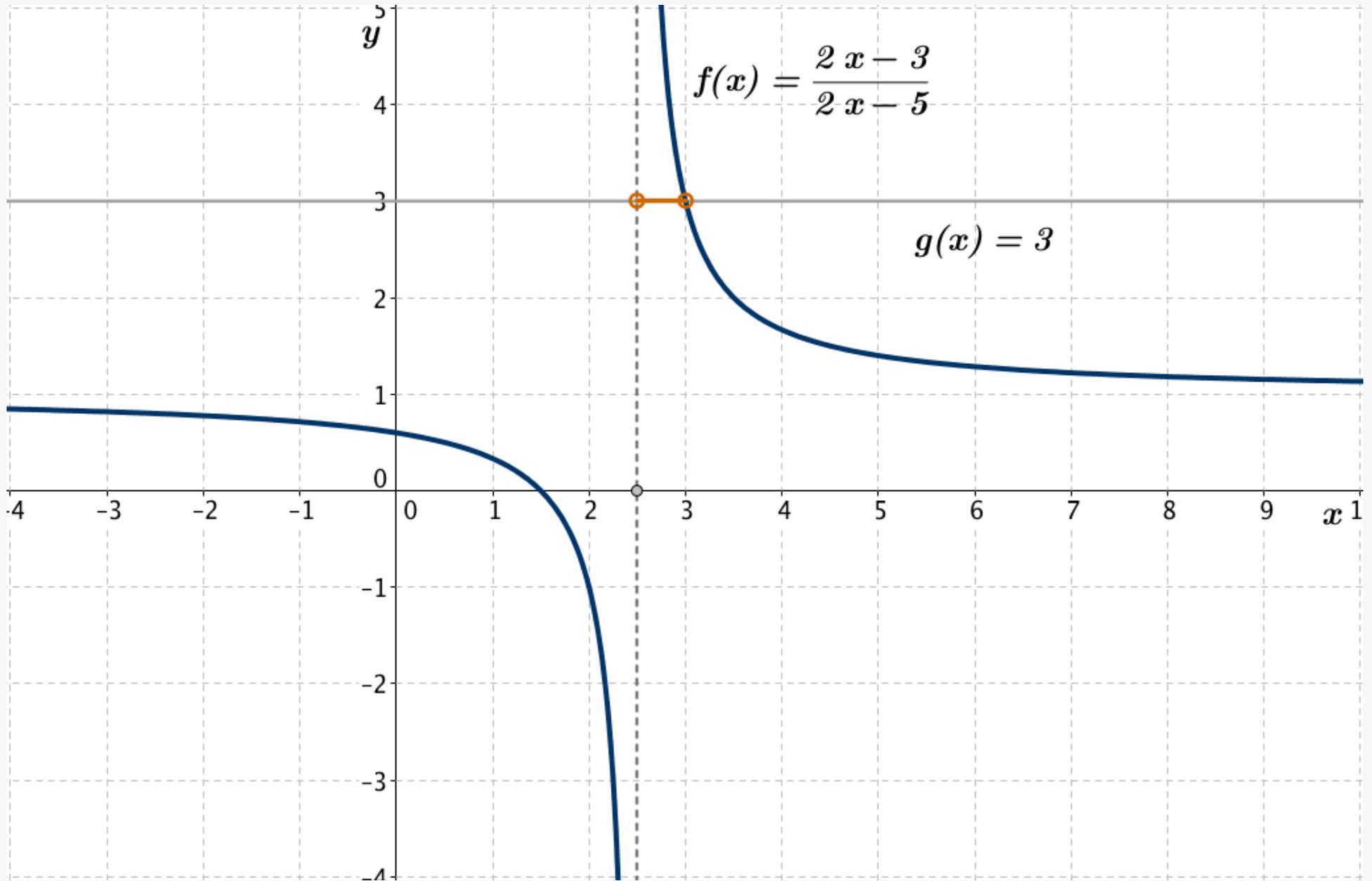


Abb. L1: Graphische Darstellung der Lösung der Aufgabe. Die x -Werte, die diese Ungleichung erfüllen, sind in dem Bereich, wo die Werte der Funktion $y = f(x)$ größer sind als die Werte der Funktion $y = g(x) = 3$.

Bruchungleichung: Lösung 2

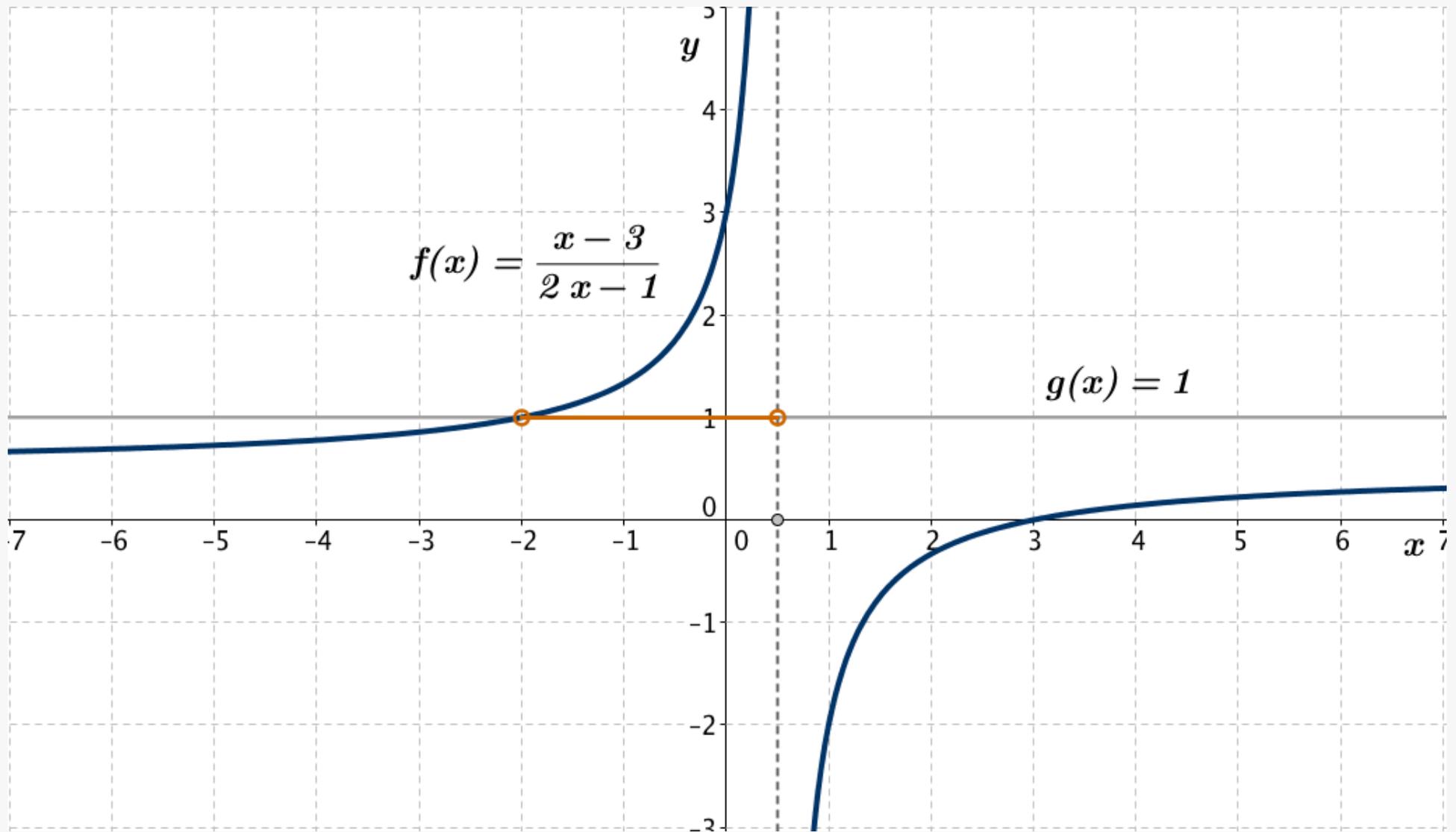


Abb. L1: Graphische Darstellung der Lösung der Aufgabe. Die x -Werte, die diese Ungleichung erfüllen, sind in dem Bereich, wo die Werte der Funktion $y = f(x)$ größer sind als die Werte der Funktion $y = g(x) = 1$.

$$\frac{x-3}{2x-1} > 1, \quad L = \left(-2, \frac{1}{2}\right)$$

Bruchungleichung: Lösung 3

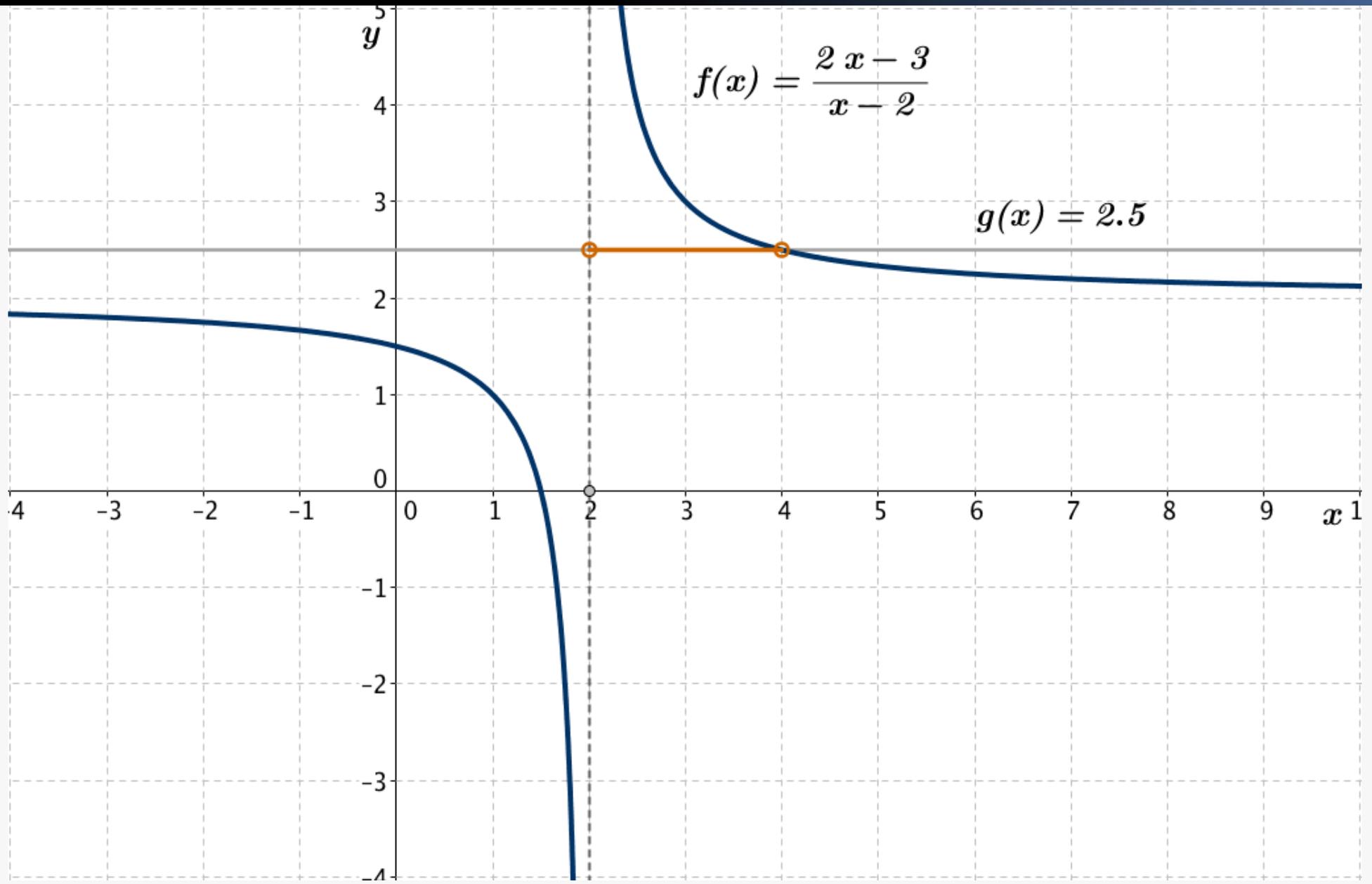


Abb. L3: Graphische Darstellung der Lösung der Aufgabe

$$\frac{2x-3}{x-2} > \frac{5}{2}, \quad L = (2, 4)$$