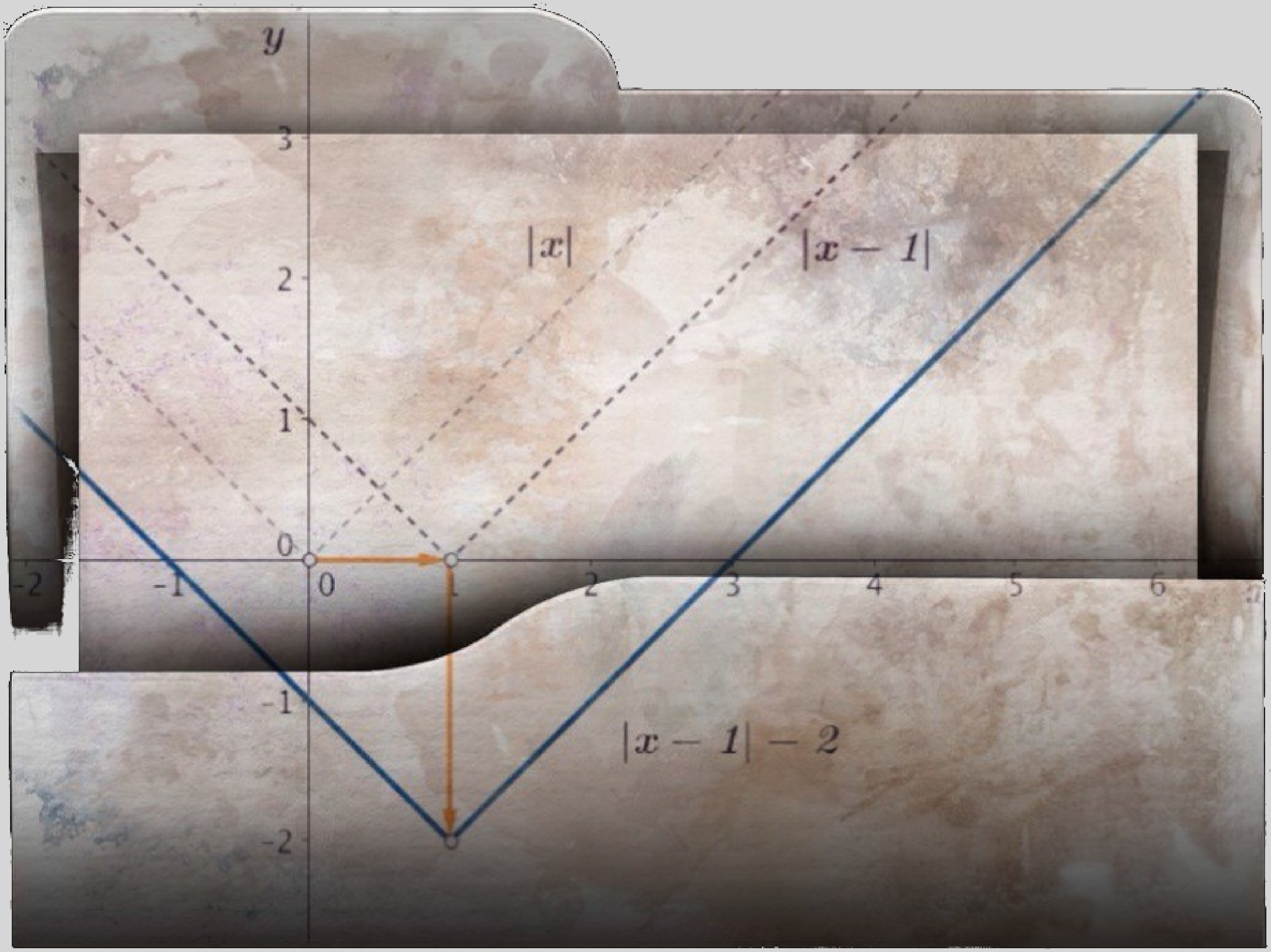


Betragsfunktion

a) Zeichnen Sie folgende Betragsfunktionen

$$f\left(x\right) = |\, x - 2\,|, \qquad g\left(x\right) = |\, x + 1\,|$$

Bestimmen Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich dieser Funktionen.

b) Wie bewirkt der reelle Parameter a auf die Eigenschaften der Funktion $y = |\, x + a\,|$?

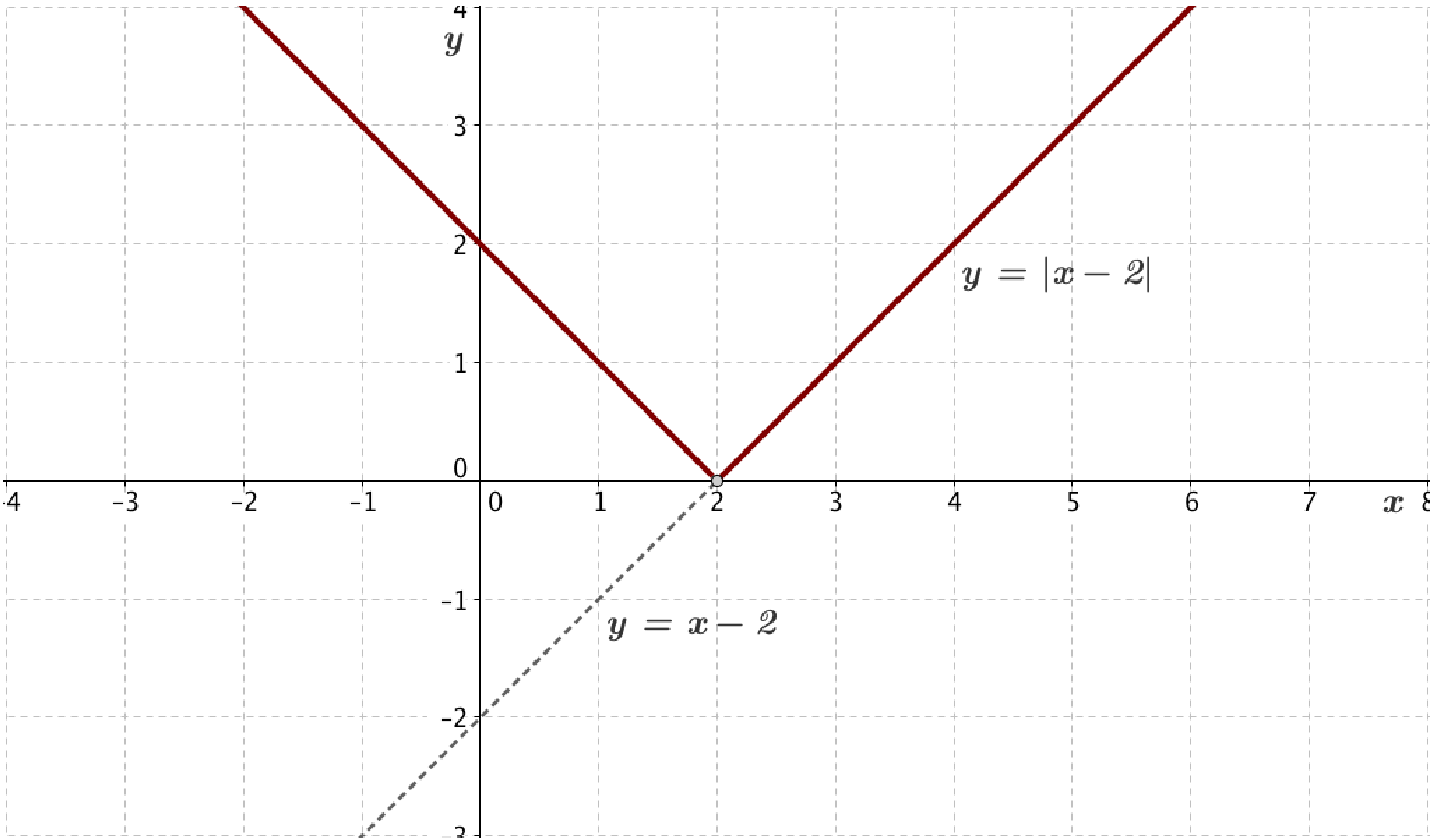


Abb. L6-1: Der Graph der Betragsfunktion y = | x - 2 | (rot) und der linearen Funktion y = x – 2 (grau, gestrichelt)

$$f(x) = |\, x - 2 \,|, \qquad D_f = \mathbb{R}, \qquad W_f = [\, 0, \infty\,)$$

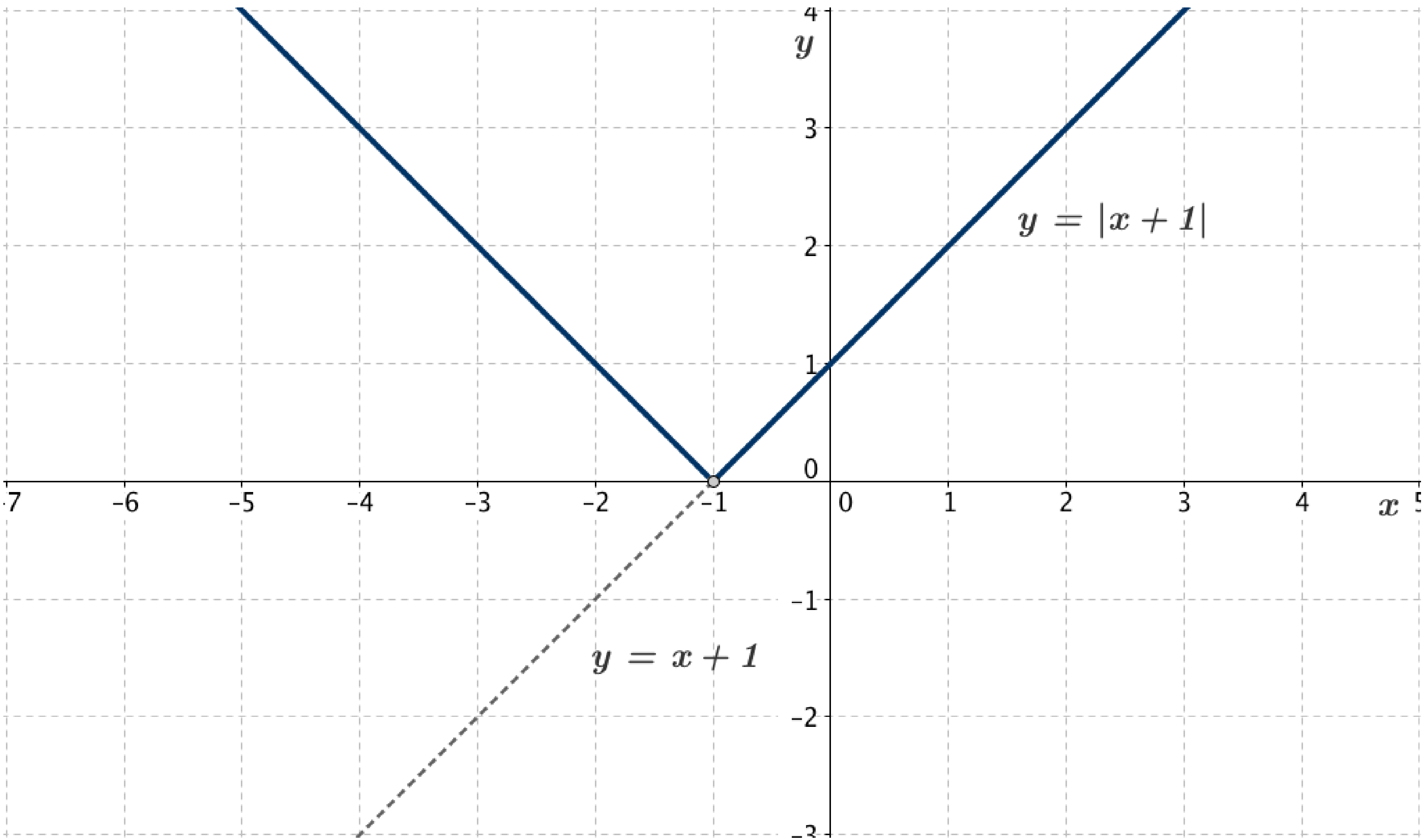


Abb. L6-2: Der Graph der Betragsfunktion $y = |\,x + 1\,|$ (blau) und der linearen Funktion $y = x + 1$ (grau, gestrichelt)

$$g\left(x\right) = |\,x + 1\,|, \qquad D_g = \mathbb{R}, \qquad W_g = [\,0, \infty\,)$$

Wie bewirkt der reelle Parameter a auf die Eigenschaften der Funktion $y = | x + a |$?

Die Betragsfunktion $y = | x + a |$

- ist für alle reelle Zahlen definiert: $D = \mathbb{R}$
- hat Wertebereich: $W = [\, 0, \infty\,)$
- hat einen Schnittpunkt $(- a, 0)$ mit der x-Achse und einen Schnittpunkt $(0, a)$ mit der x-Achse,
- ändert ihr Monotonieverhalten im Schnittpunkt $(- a, 0)$ mit der x-Achse. Sie ist monoton fallend für $x \leq - a$ und monoton wachsend für $x \geq - a$,
- hat den minimalen Funktionswert gleich 0 bei $x = - a$ und keinen maximalen Funktionswert. Diese Funktion ist eine von unten beschränkte Funktion.
- hat Gerade $x = - a$ als vertikale Symmetrieachse. Abb. L7b auf der nächsten Seite zeigt die Betragsfunktion $y = | x + 2 |$, ihre Symmetrieachse, Schnittpunkte mit den Achsen.

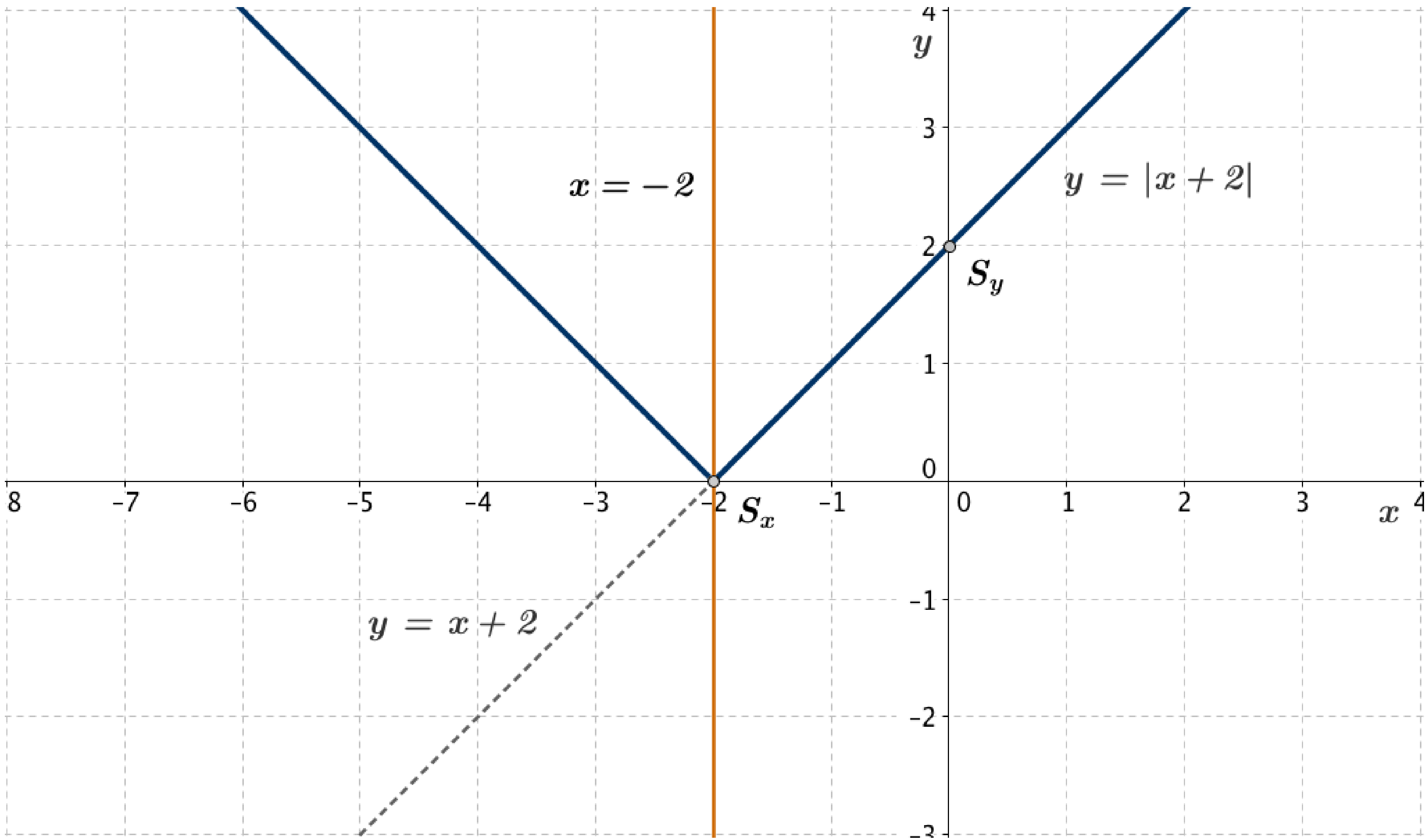
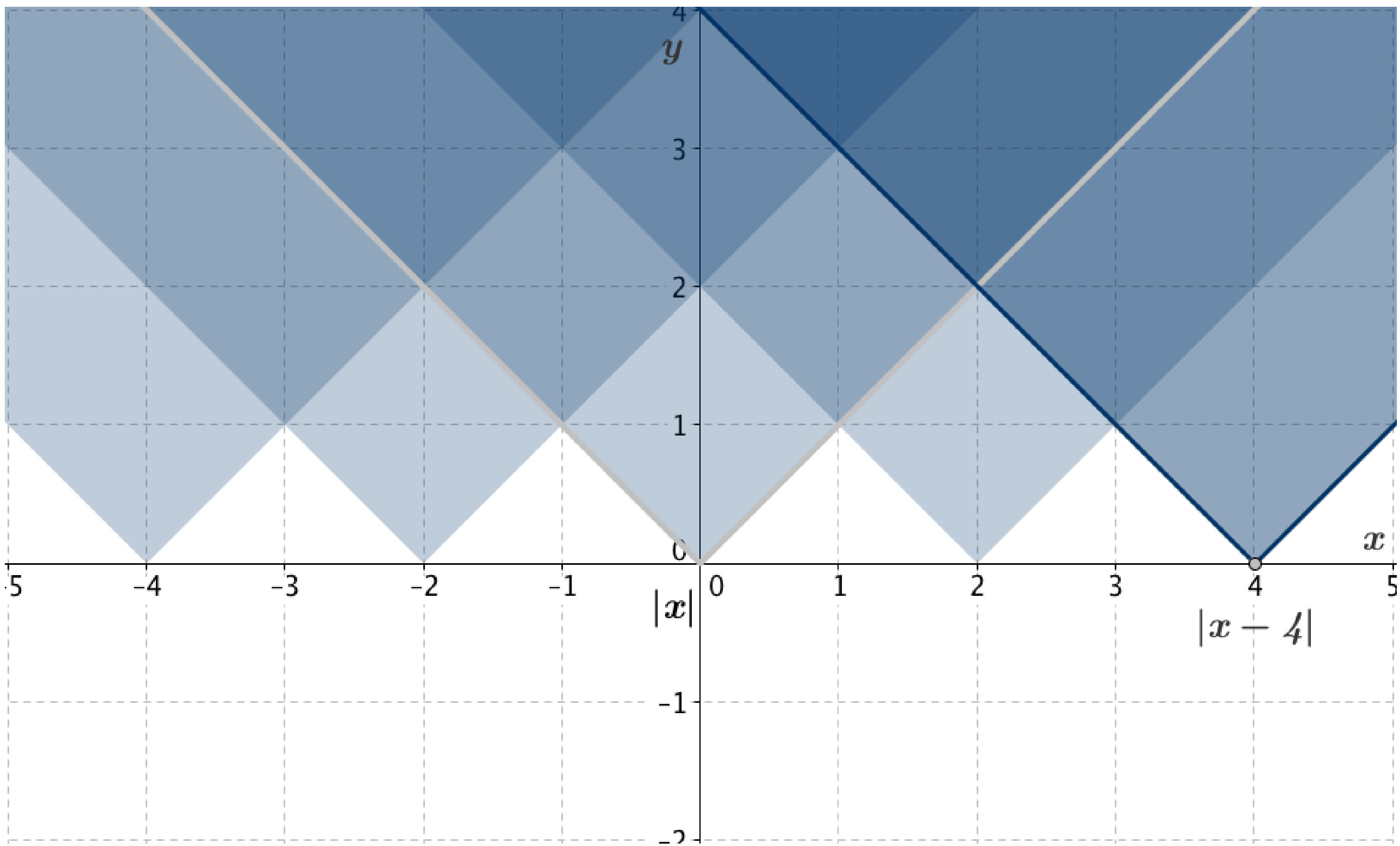


Abb. L6-3: Der Graph der Betragsfunktion $y = | x + 2 |$ (blau) und der linearen Funktion $y = x + 2$ (grau, gestrichelt), die Gerade $x = - 2$ ist die Symmetrieachse der Betragsfunktion, der Punkt (-2, 0) ist der Schnittpunkt der Funktion mit der x-Achse, der Punkt (0, 2) ist Schnittpunkt mit der y-Achse



y
4
3
2
1
0
−1
−2
x
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
$|x|$
$|x-4|$

Bestimmen Sie Wertebereich folgender Betragsfunktionen:

a) $f(x) = |x - 2|, \qquad D = [-1, 6]$

b) $f(x) = |x + 1|, \qquad D = [-1, 3]$

c) $f(x) = |x - 2| - 1, \qquad D = [-1, 7]$

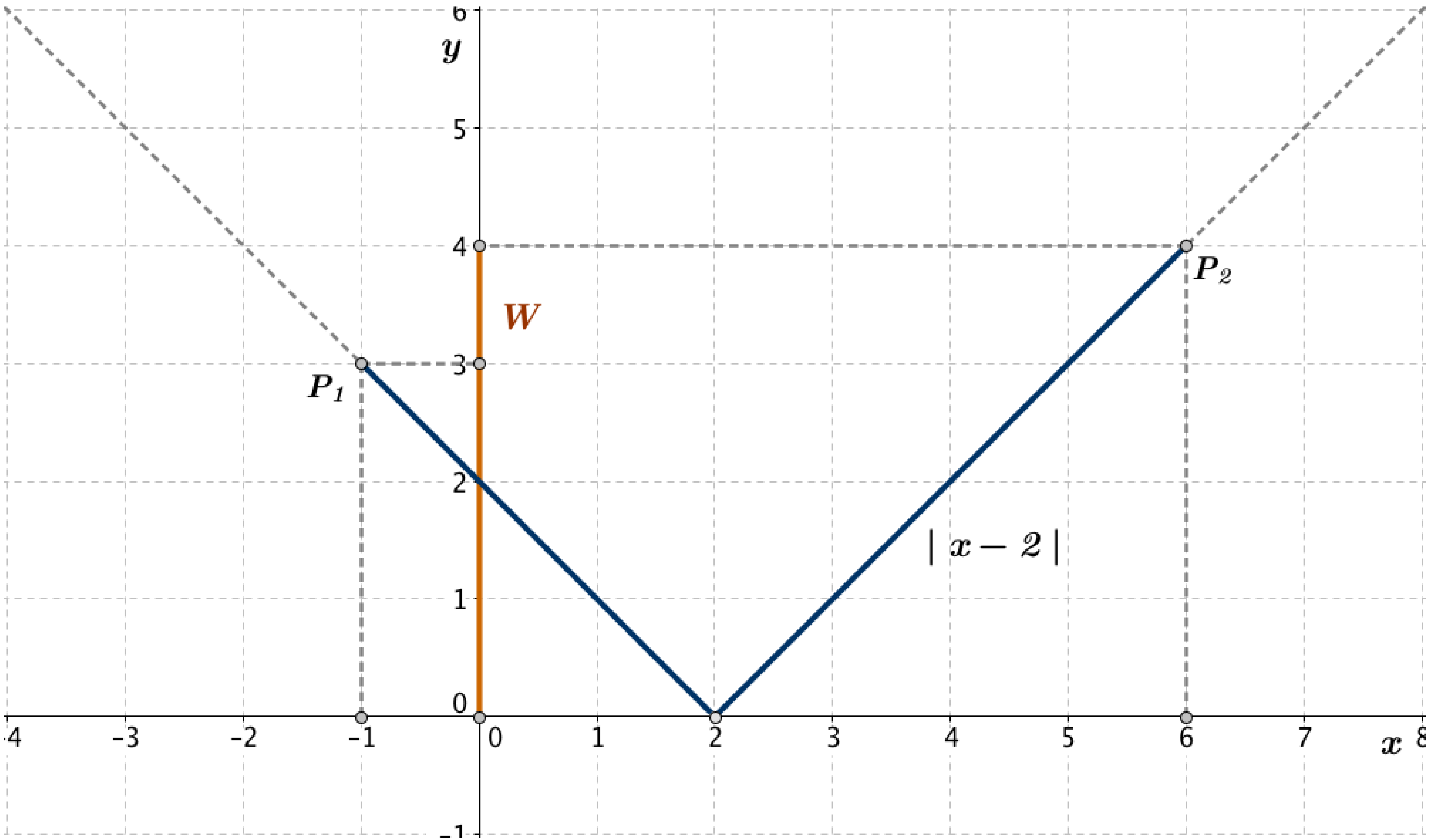


Abb. L-7a: Der Graph der Betragsfunktion $y = |\, x - 2 \,|$ *mit dem Definitionsbereich* [-1, 6]

$$f\,(x) = |\, x - 2 \,|, \qquad D = [-1,\; 6], \qquad W = [0,\; 4]$$

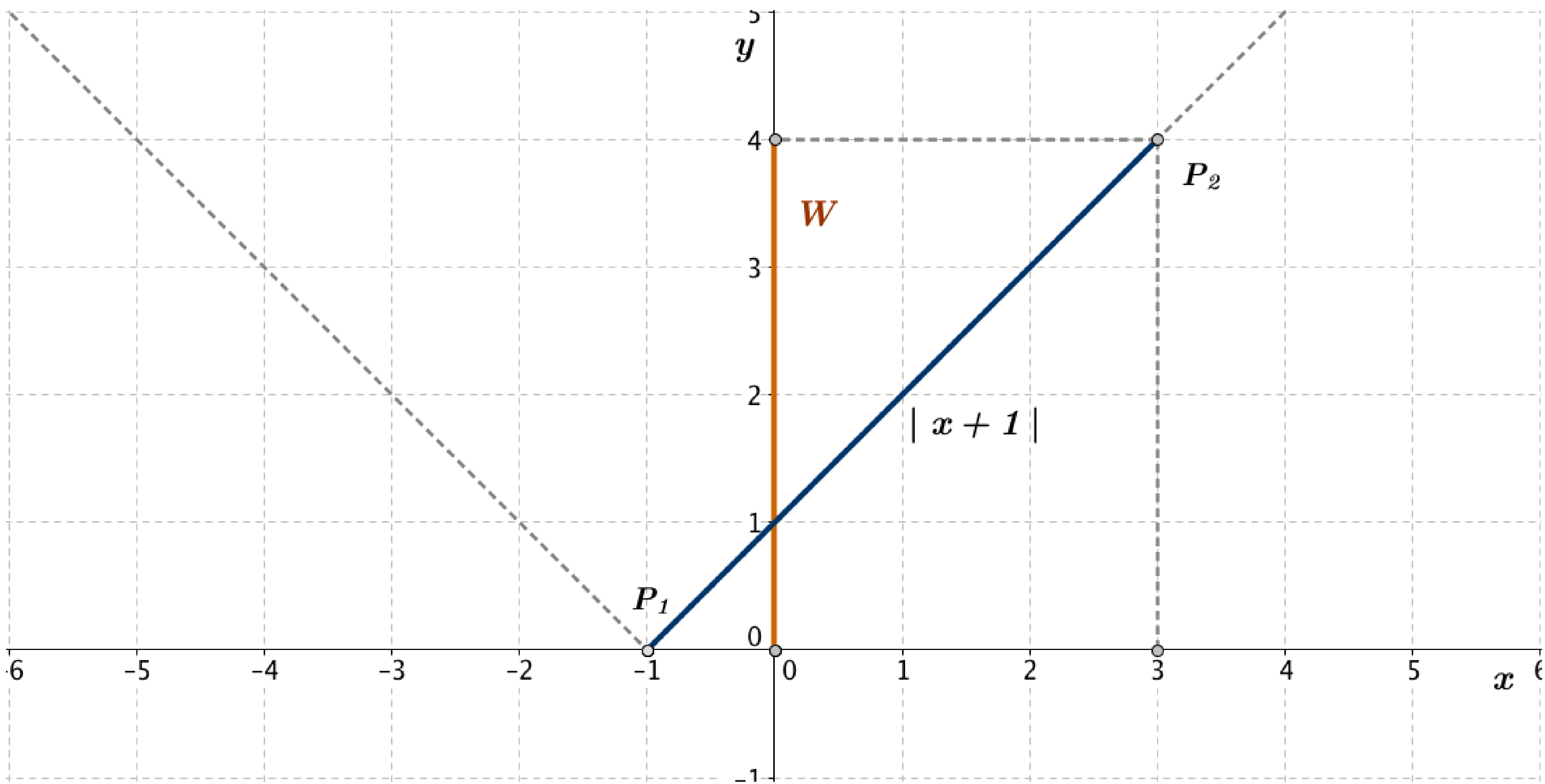


Abb. L-7b: Der Graph der Betragsfunktion $y = |x + 1|$ *mit dem Definitionsbereich* [-1, 3]. *Der Punkt* (-1, 0) *ist der Schnittpunkt mit der x-Achse und der Tiefpunkt der Funktion. Im Bereich* $x \geq -1$ *die Funktion ist monoton wachsend.*

$$f(x) = |x + 1|, \qquad D = [-1,\ 3], \qquad W = [0,\ 4]$$

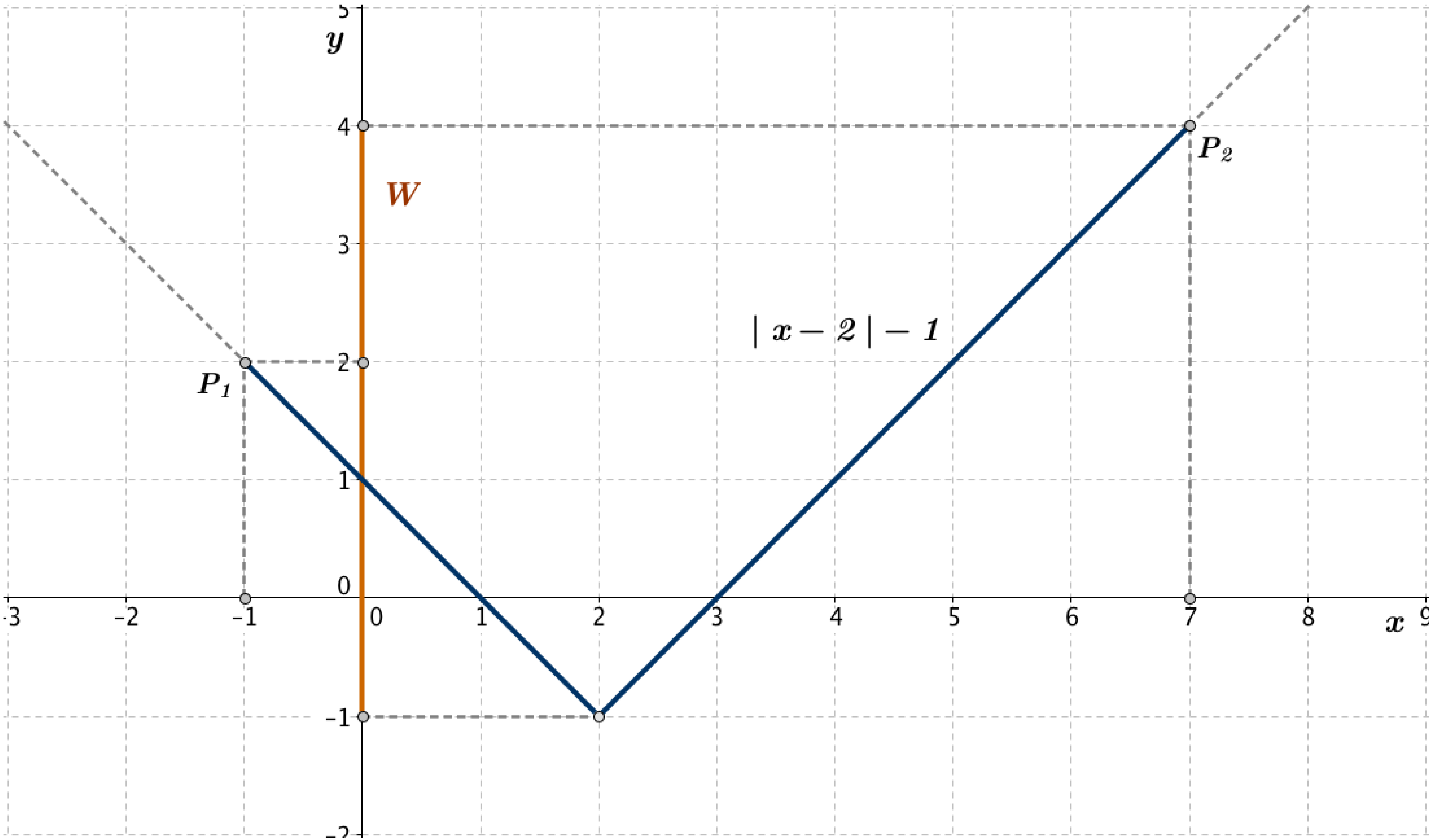


Abb. L-7c: Der Graph der Betragsfunktion $y = | x - 2 | - 1$ *mit dem Definitionsbereich* [-1, 7]. *Der Punkt* (2, -1) *ist der Tiefpunkt der Funktion*

$$f(x) = | x - 2 | - 1, \qquad D = [-1, 7], \qquad W = [-1, 4]$$

Zeichnen Sie folgende Betragsfunktionen, beestimmen Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich:

$a)\quad f(x) = |\, x + 2 \,| + 1$

$b)\quad f(x) = |\, x - 1 \,| - 2$

$c)\quad f(x) = |\, x - 3 \,| + 2$

$d)\quad f(x) = 2\,|\, x + 4 \,| + 1$

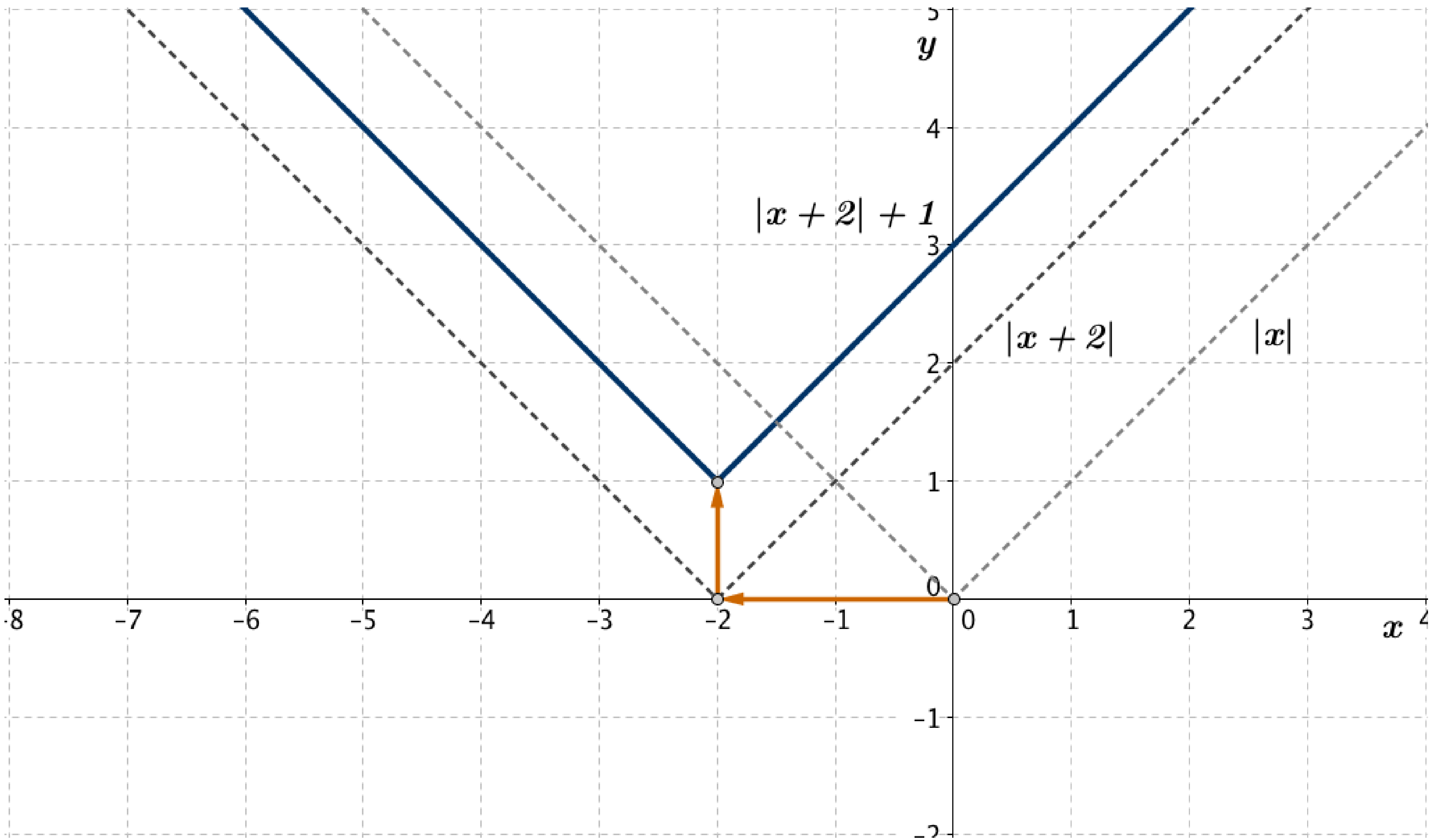


Abb. L-8a: Den Graphen der Betragsfunktion $y = |x+2| + 1$ (blau) bekommt man durch die Transformation des Graphen $y = |x|$ (grau, gestrichelt) um zwei Einheiten nach links längs der x-Achse und um eine Einheit nach oben in der Richtung der y-Achse

$$f(x) = |x+2| + 1, \qquad D_f = \mathbb{R}, \qquad W_f = [1, \infty)$$

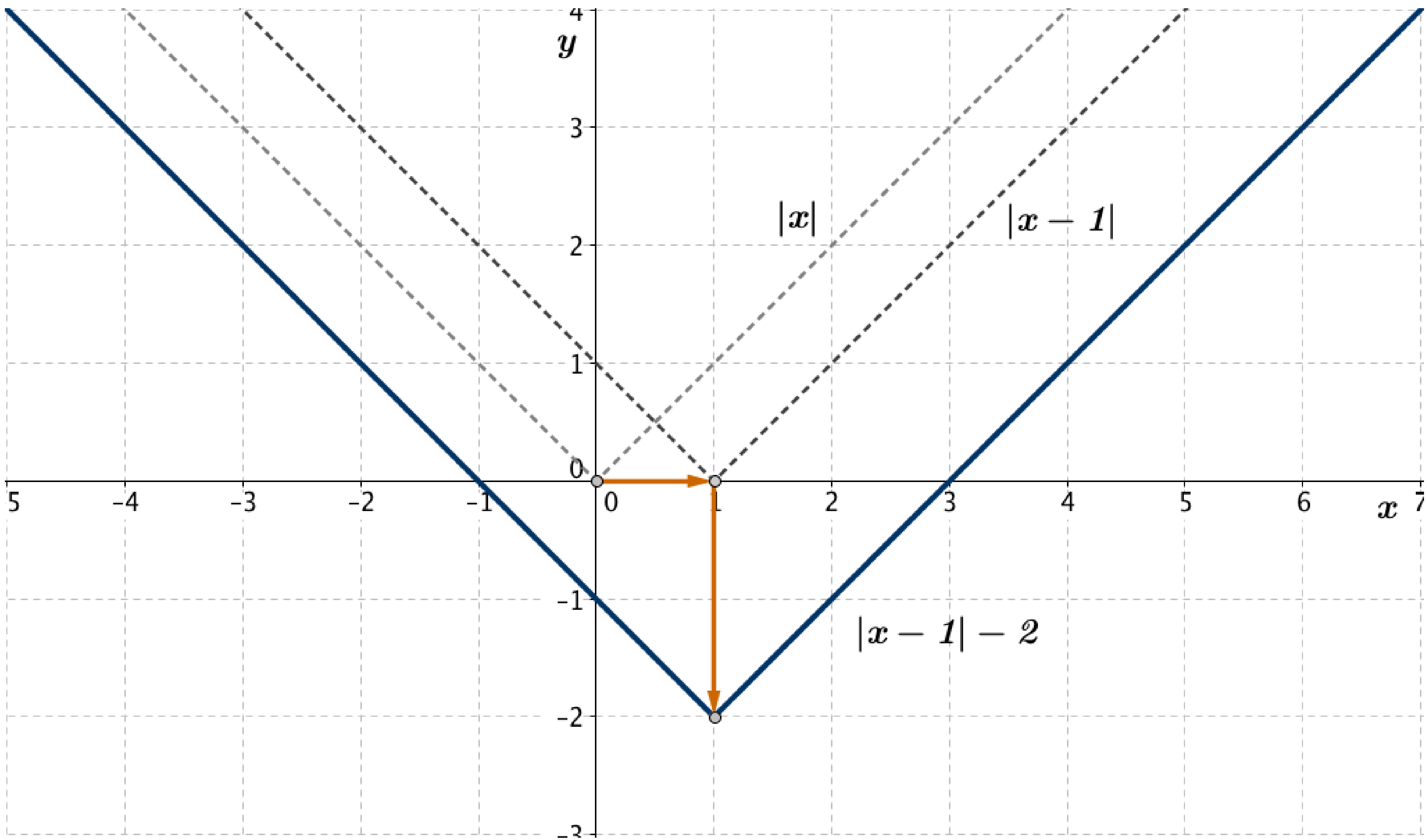


Abb. L-8b: Den Graphen der Betragsfunktion y = | x - 1 | - 2 (blau) bekommt man durch die Transformation des Graphen y = | x | (grau, gestrichelt) um eine Einheit nach recht längs der x-Achse und um zwei Einheiten nach unten, in der negativen Richtung der y-Achse

$$f(x) = |\, x - 1 \,| - 2, \qquad D_f = \mathbb{R}, \qquad W_f = [-2, \infty)$$

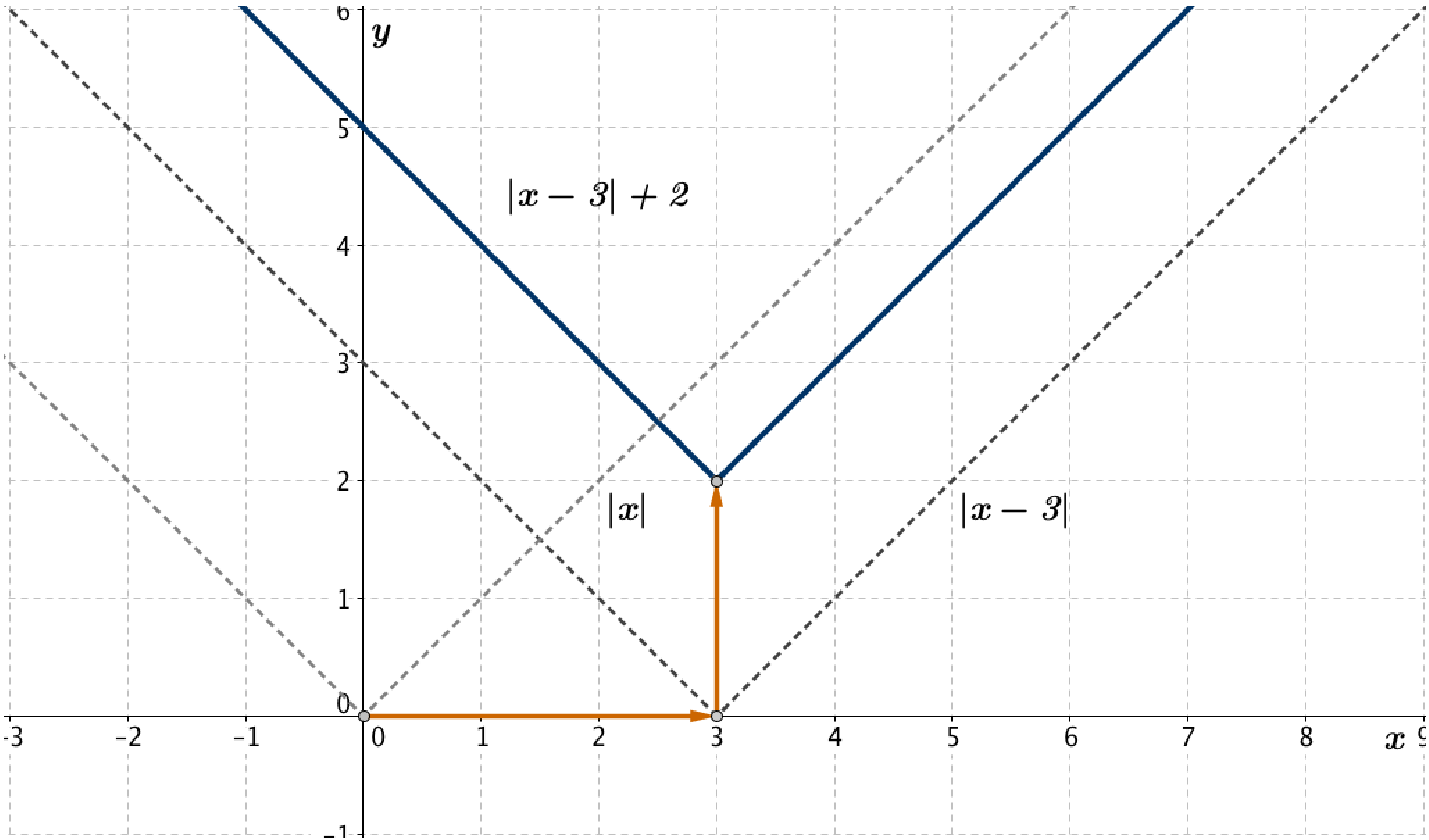


Abb. L-8c: Den Graphen der Betragsfunktion y = | x - 3 | + 2 (blau) bekommt man durch die Transformation des Graphen y = | x | (grau, gestrichelt) um drei Einheiten nach recht längs der x-Achse und um zwei Einheiten nach oben, in der positiven Richtung der y-Achse

$$f(x) = | x - 3 | + 2, \qquad D_f = \mathbb{R}, \qquad W_f = [\, 2, \infty \,)$$

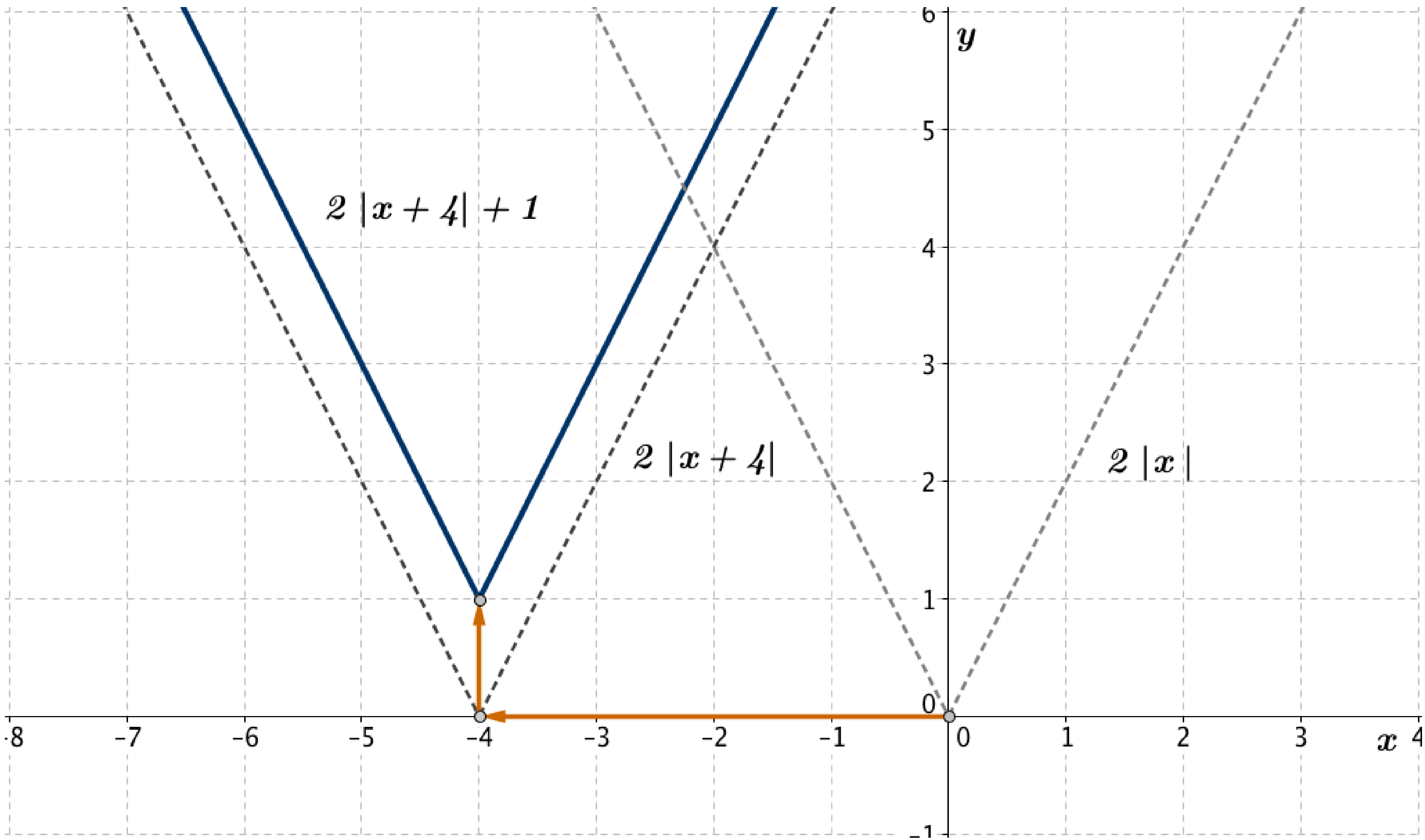


Abb. L-8d: Den Graphen der Betragsfunktion $y = 2\,|\,x + 4\,| + 1$ (blau) bekommt man durch die Transformation des Graphen $y = 2\,|\,x\,|$ (grau, gestrichelt) um vier Einheiten nach links längs der x-Achse und um eine Einheiten nach oben, in der positiven Richtung der y-Achse

$$f\,(x) = 2\,|\,x + 4\,| + 1, \qquad D_f = \mathbb{R}\,, \qquad W_f = [\,1, \infty\,)$$