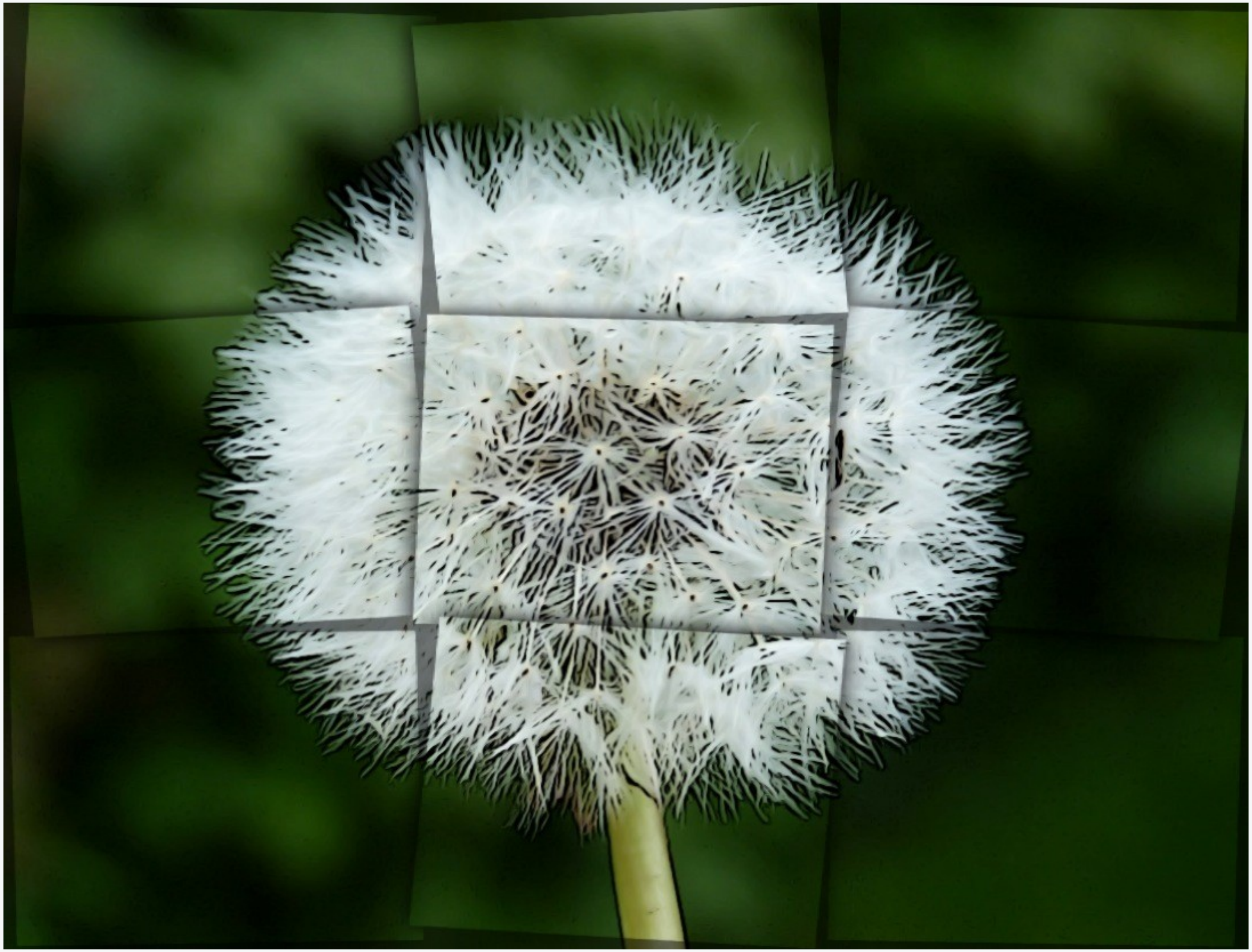

Skalarfelder

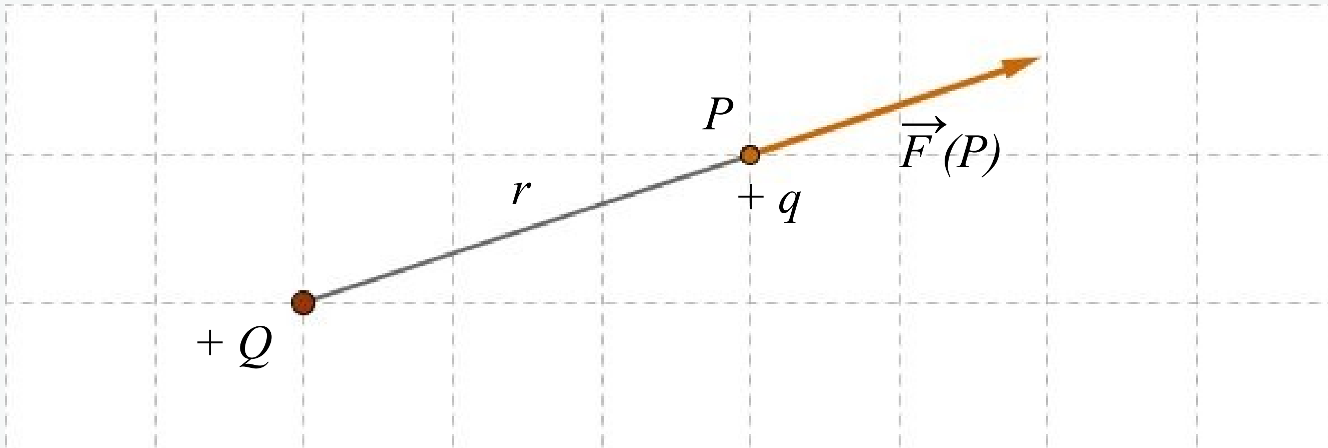

Abb. 1-1: Kraftwirkung auf eine positive Ladung

Wir betrachten das elektrische Feld in der Umgebung einer positiven Punktladung Q. In jedem Punkt P dieses Feldes erfährt eine positive Probeladung q eine radial nach außen gerichtete Kraft $\boldsymbol{F}\,(P)$, die Coulombkraft, deren Betrag mit zunehmendem Abstand r von der Ladung Q abnimmt

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q\,q}{r^2}\,\vec{e}_r\,, \qquad \vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}\,, \qquad \vec{F} = \vec{F}\,(P\,,q)$$

ε_0 – elektrische Feldkonstante.

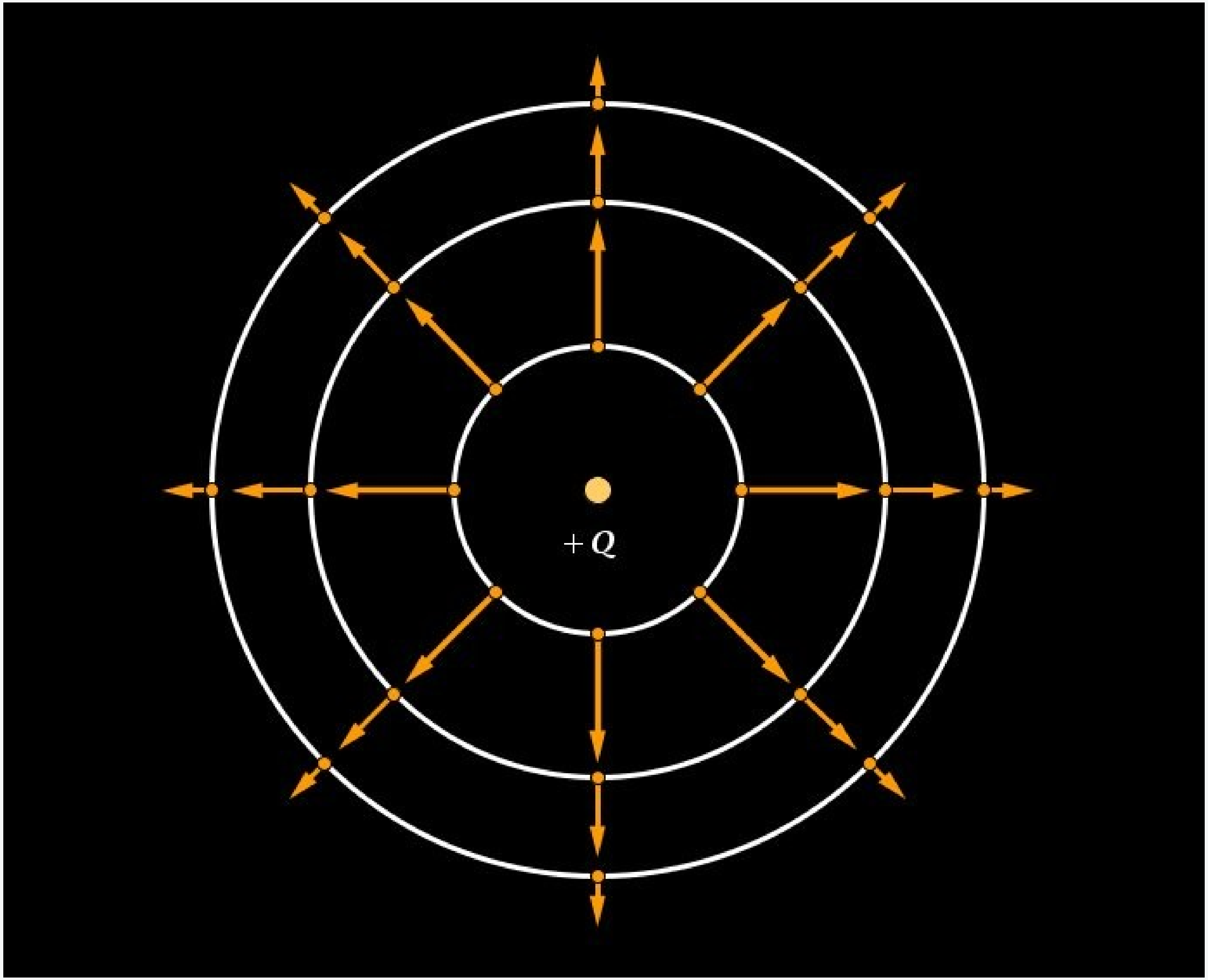

Abb. 1-2: Kraftfeld in der Umgebung einer positiven Ladung

Die elektrische Feldstärke

$$\vec{E} = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}\,\vec{e}_r$$

ist unabhängig von der Probeladung q und wird in jedem Punkt des Raumes durch den entsprechenden Vektor eindeutig bestimmt.

Das elektrische Feld in der Umgebung der positiven Punktladung Q kann auch durch eine skalare Größe beschrieben werden. Diese skalare Größe ist die physikalische Arbeit W, die benötigt wird, um eine positive Probeladung aus dem Unendlichen zu einem Punkt P des elektrischen Feldes zu bringen. Bei dieser Verschiebung muss die abstoßende Coulomb-Kraft überwunden werden. Auf diese Weise beschreiben wir jeden Punkt P des elektrischen Feldes mit einer skalaren Größe, einem Potential $U = U(P)$. In diesem Zusammenhang spricht man von einem Potentialfeld oder allgemeiner von einem Skalarfeld.

Hat irgendeine physikalische Größe in jedem Punkt des Raumes oder in einem Teilbereich einen wohldefinierten Wert, so ist damit ein Feld dieser Größe erklärt. Ist die gegebene Größe ein Skalar, so wird auch das Feld als skalares Feld bezeichnet.

Definition:

Ein Skalarfeld ordnet den Punkten eines ebenen oder räumlichen Bereiches in eindeutiger Weise ein Skalar zu. Symbolisch bezeichnet man diese Felder:

Ebenes Skalarfeld: $\Phi = \Phi(P) = \Phi(x, y)$

Räumliches Skalarfeld: $\Phi = \Phi(P) = \Phi(x, y, z)$

$\Phi(P)$ – stationäres Feld (zeitlich konstantes Feld)

$\Phi(P, t)$ – nichtstationäres Feld (zeitlich veränderliches Feld)

Eine Fläche, auf der ein skalares Feld einen konstanten Wert hat, heißt Niveaufläche oder Äquipotentialfläche.

Niveaulinien ergeben sich in ebenen Feldern. Sie genügen der Gleichung $\Phi = const.$

Beispiele sind die Isobaren auf Wetterkarten und die Höhenlinien auf geographischen Karten.

Einige Beispiele für skalare Felder:

- Dichteverteilung im Inneren eines Körpers
- Temperaturverteilung in einem Raum
- Elektrostatisches Potential in der Umgebung einer geladenen Kugel

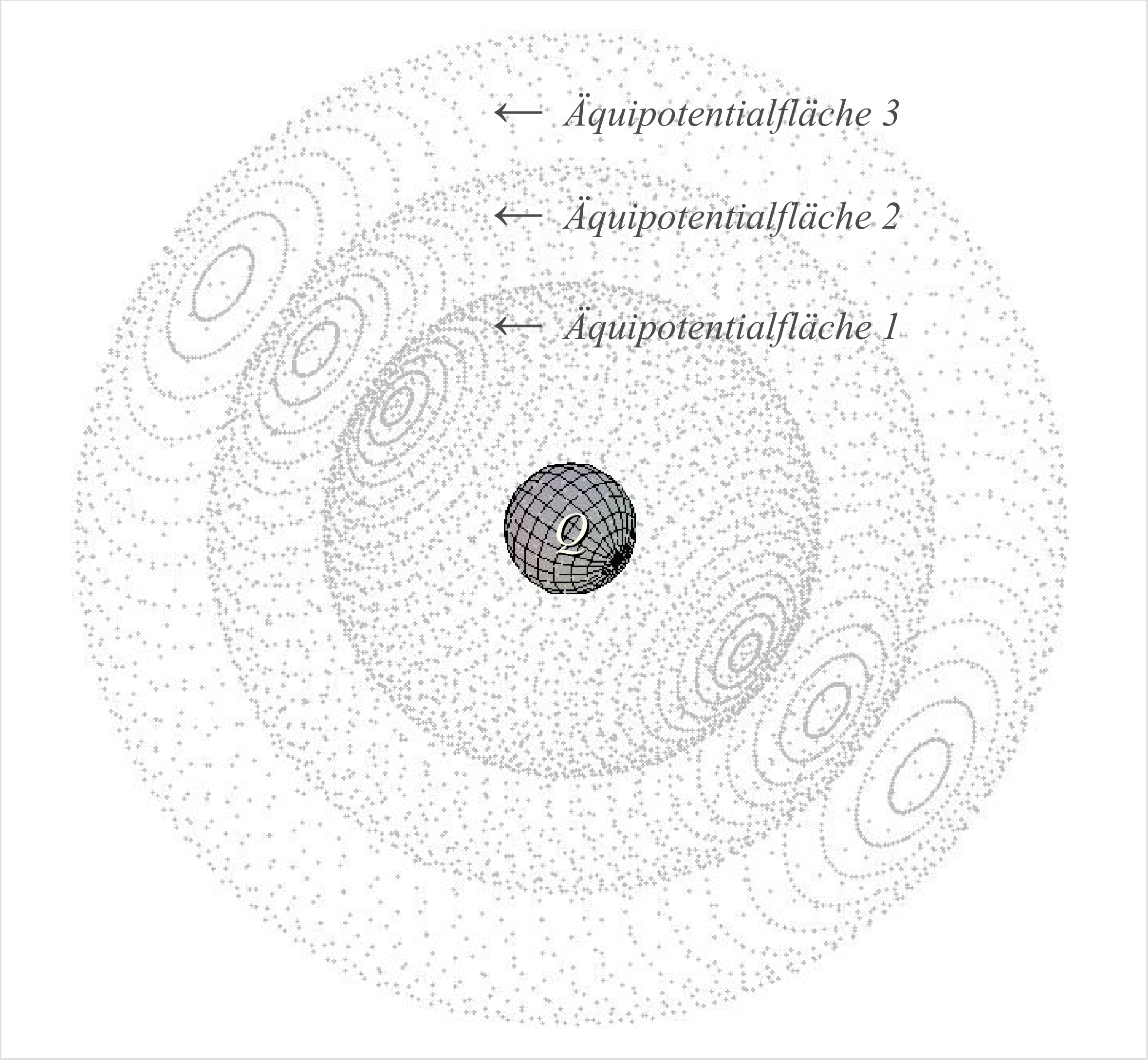

Abb. 2-1: Äquipotentialflächen einer Punktladung (konzentrische Kugelschalen). Graphische Darstellung mit Maple

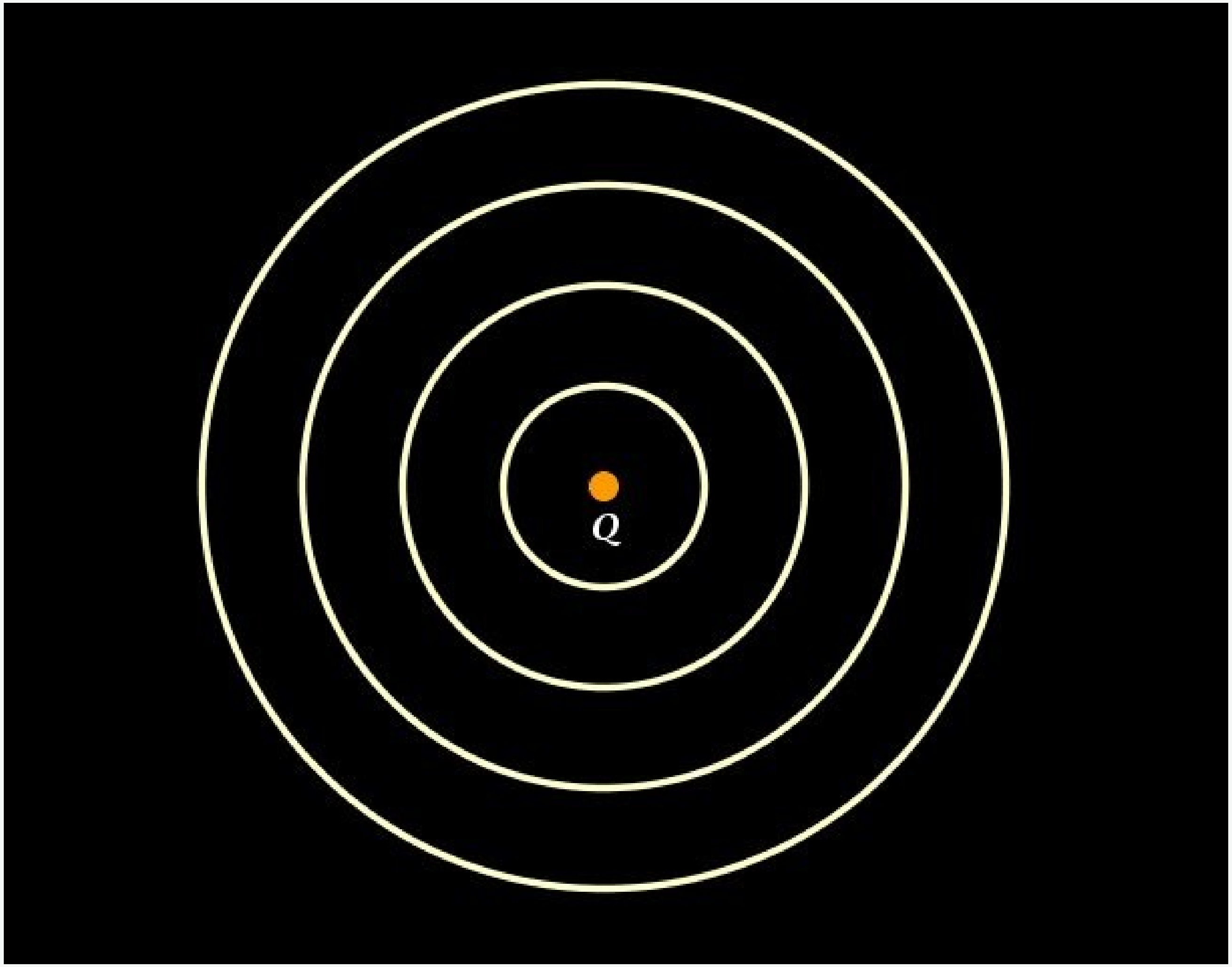

Abb. 2-2: Äquipotentialflächen einer Punktladung (ebener Schnitt durch die Punktladung)

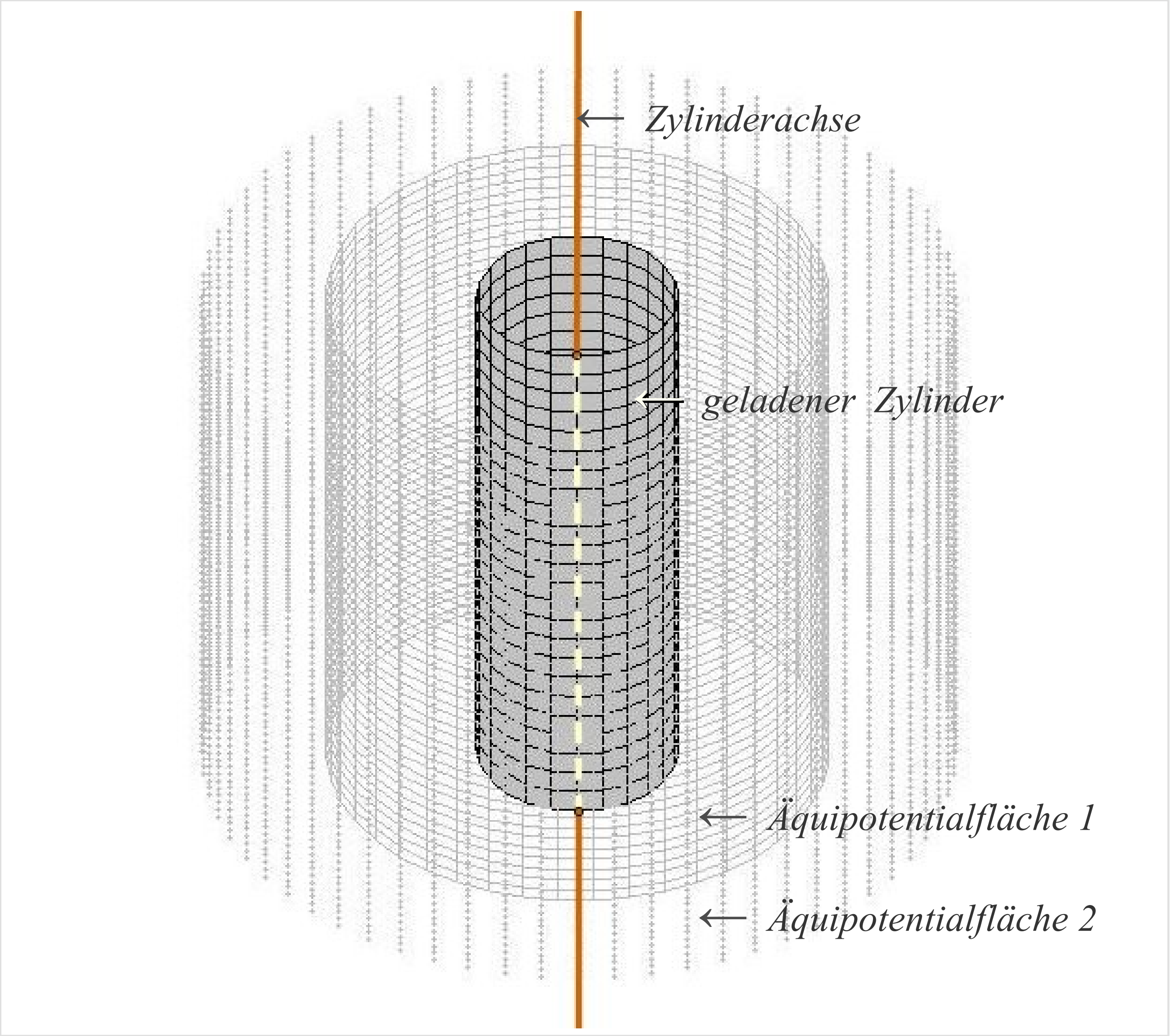

Abb. 2-3: Äquipotentialflächen eines geladenen Zylinders (koaxiale Zylindermäntel) Graphische Darstellung mit Maple

Bestimmen Sie die Niveaulinien der ebenen Skalarfelder, die den Werten $U = 1, 3, 5$ entsprechen

$$a)\quad \Phi = x + y$$

$$b)\quad \Phi = x^2 + y^2$$

$$c)\quad \Phi = \frac{2\,y}{x^2}$$

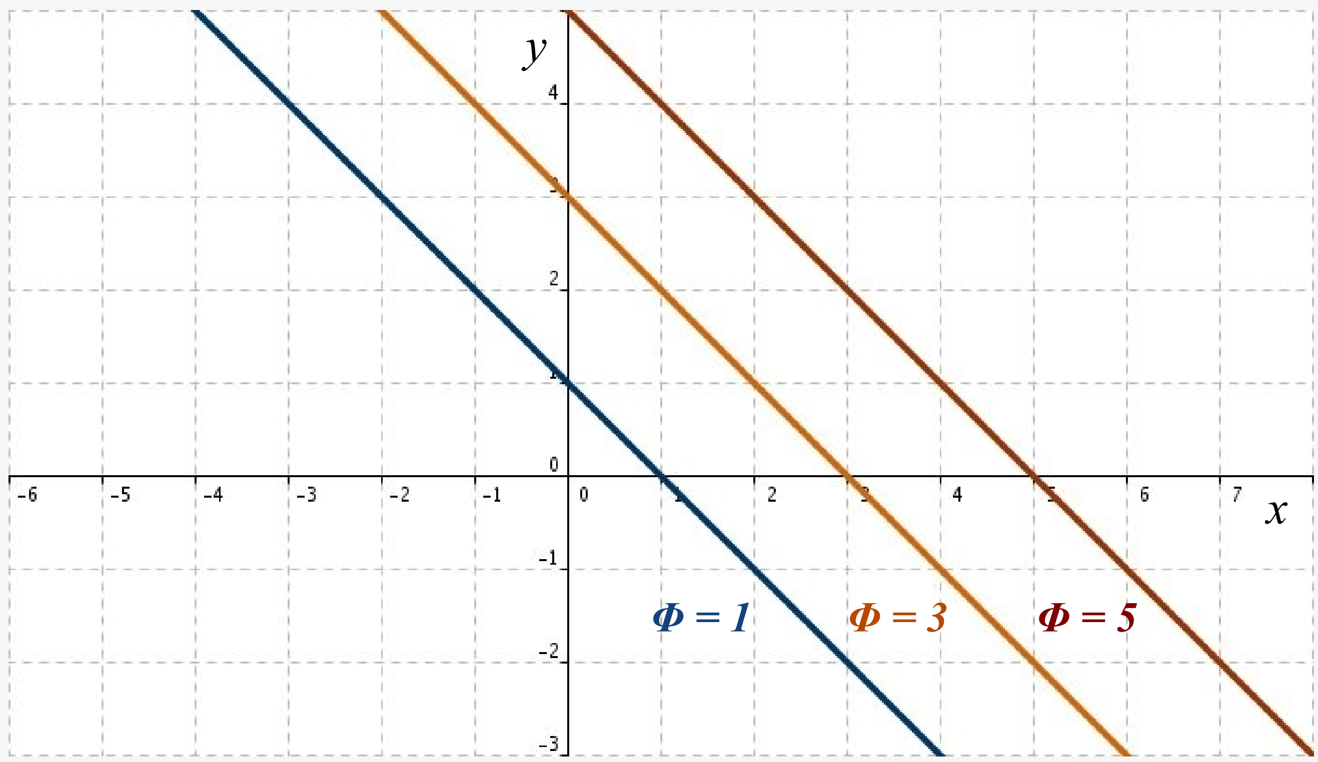

Abb. 3-1: Niveaulinien des ebenen Skalarfeldes $\Phi = x + y$, die den Werten 1, 3, 5 entsprechen

$$\Phi = x + y, \qquad \Phi = 1,\ 3,\ 5$$

$$1 = x + y \quad \Leftrightarrow \quad y = 1 - x$$

$$3 = x + y \quad \Leftrightarrow \quad y = 3 - x$$

$$5 = x + y \quad \Leftrightarrow \quad y = 5 - x$$

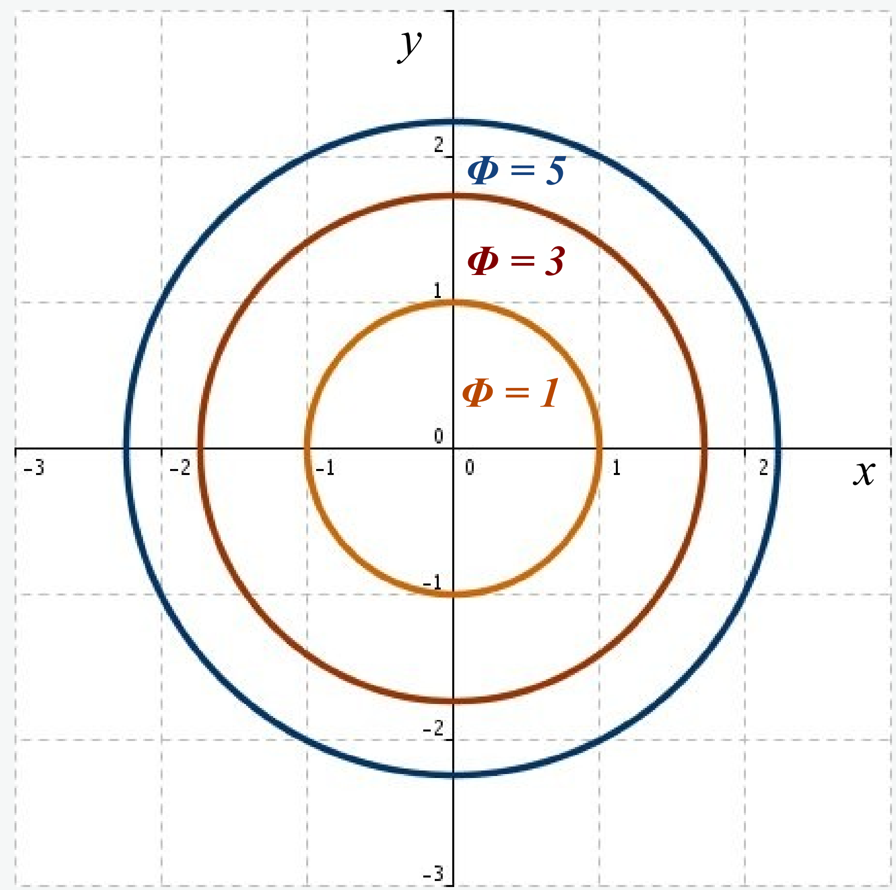

Abb. 3-2: Niveaulinien des ebenen Skalarfeldes Φ = x² + y², die den Werten 1, 3, 5 entsprechen

$$\Phi = x^2 + y^2, \qquad \Phi = 1,\ 3,\ 5$$

$$\Phi = 1: \quad 1 = x^2 + y^2; \qquad \Phi = 3: \quad 3 = x^2 + y^2; \qquad \Phi = 5: \quad 5 = x^2 + y^2$$

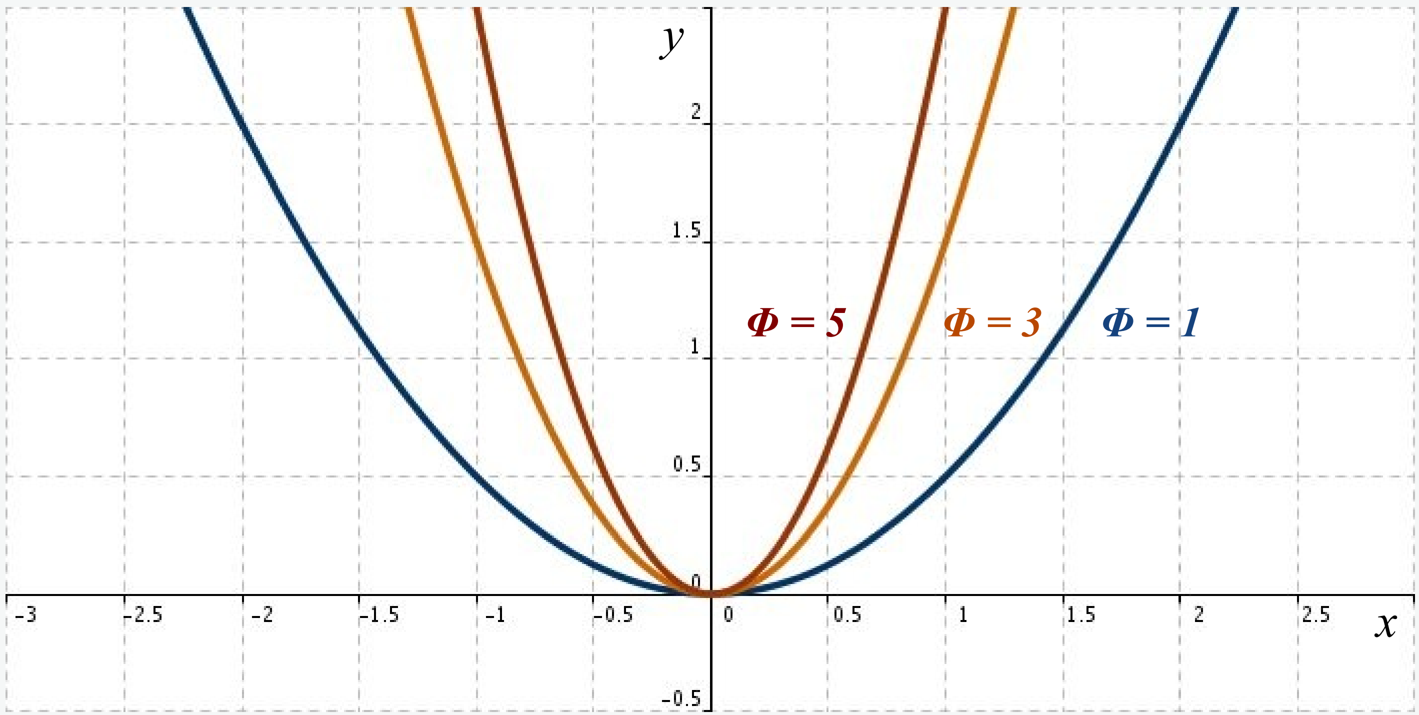

Abb. 3-3: Niveaulinien des ebenen Skalarfeldes $\Phi = 2y / x^2$, die den Werten 1, 3, 5 entsprechen

$$\Phi = \frac{2\, y}{x^2}\,, \qquad \Phi = 1,\ 3,\ 5$$

$$\Phi = 1, \qquad y = \frac{x^2}{2}$$

$$\Phi = 3, \qquad y = \frac{3}{2}\, x^2$$

$$\Phi = 5, \qquad y = \frac{5}{2}\, x^2$$