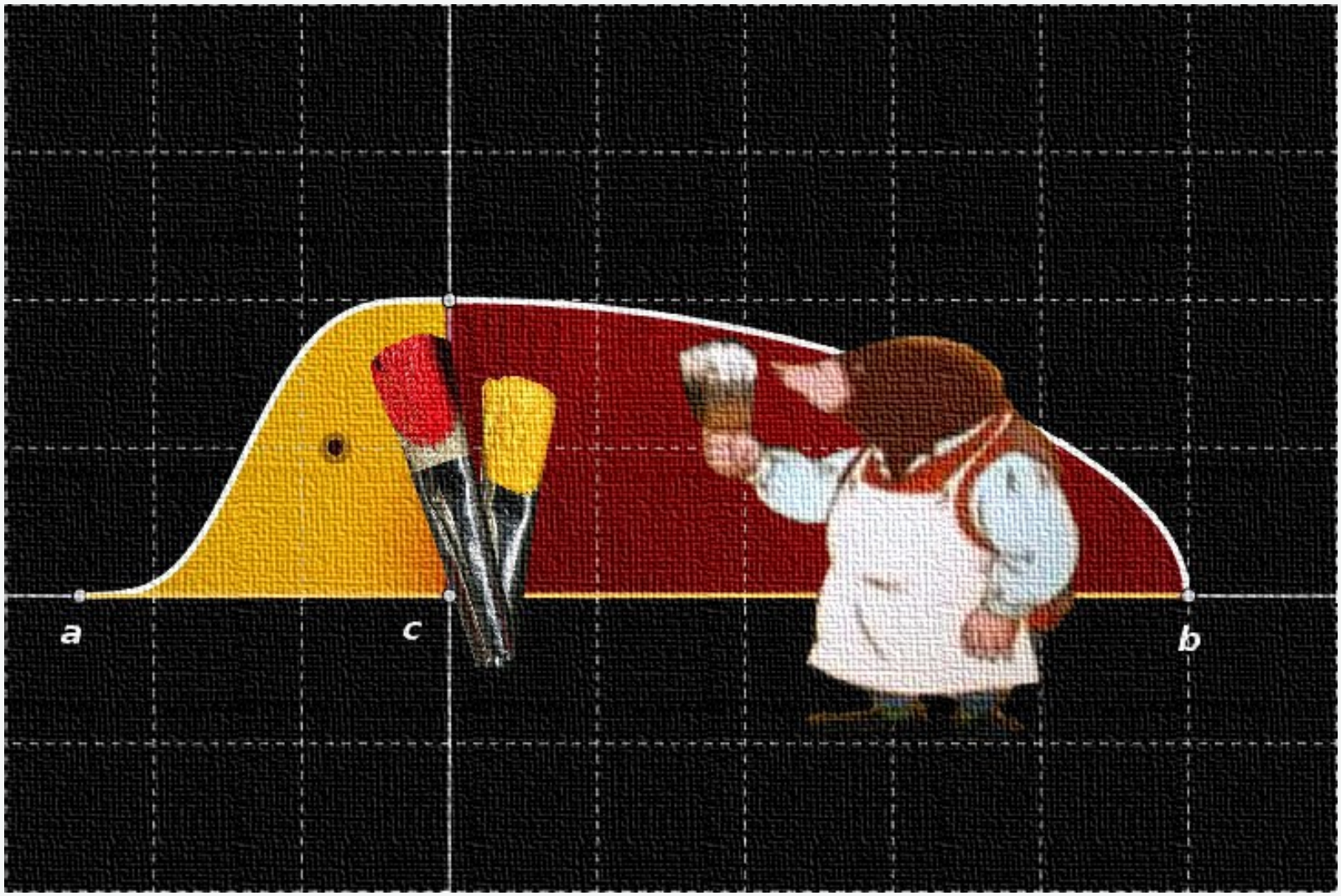
http://www.youtube.com/watch?v=nHA_cjjlYlU

Lösungen zur "Flächenmalerei"


a
c
b

Typ I
Haspa

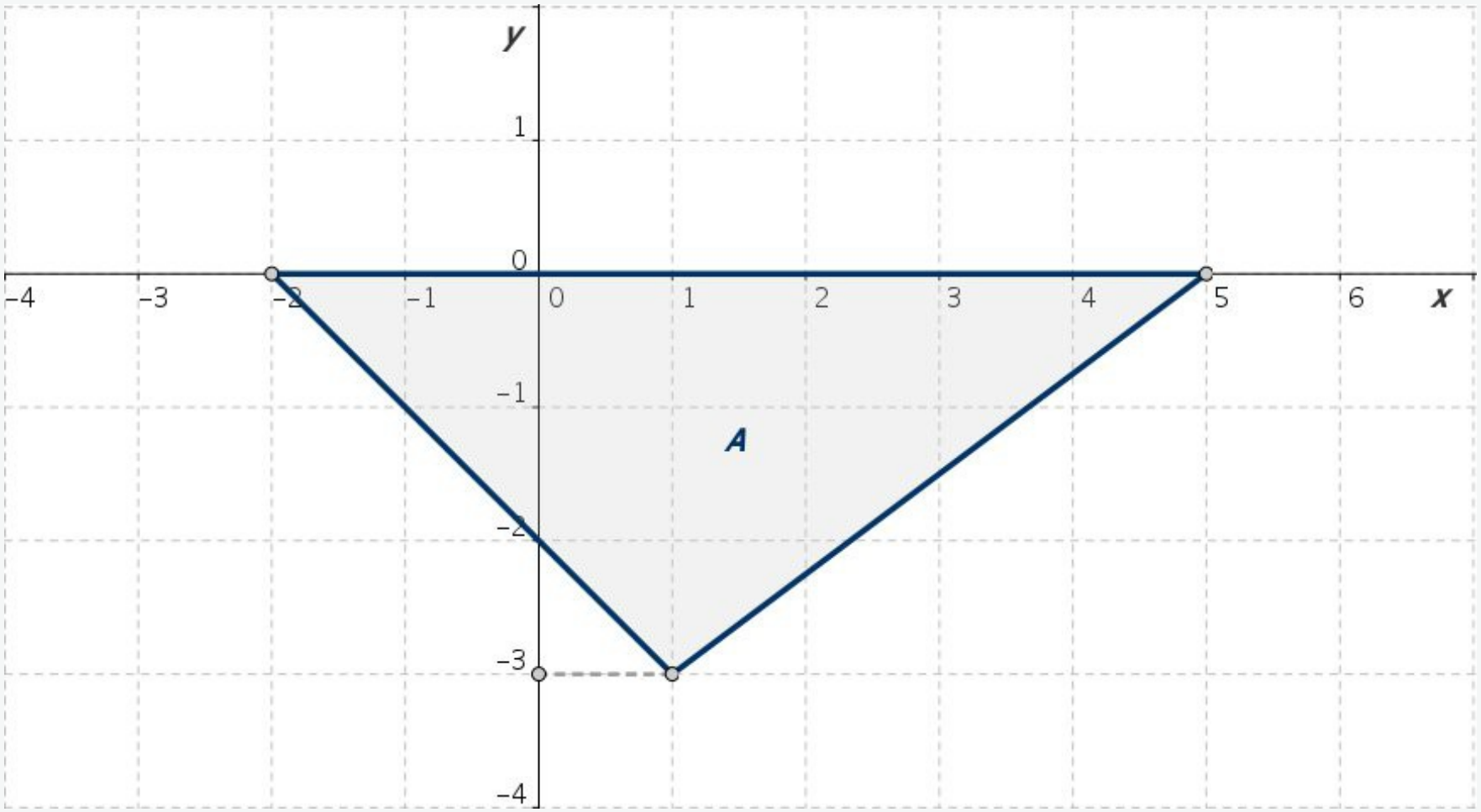


Abb. 1-1: Die Fläche der Aufgabe

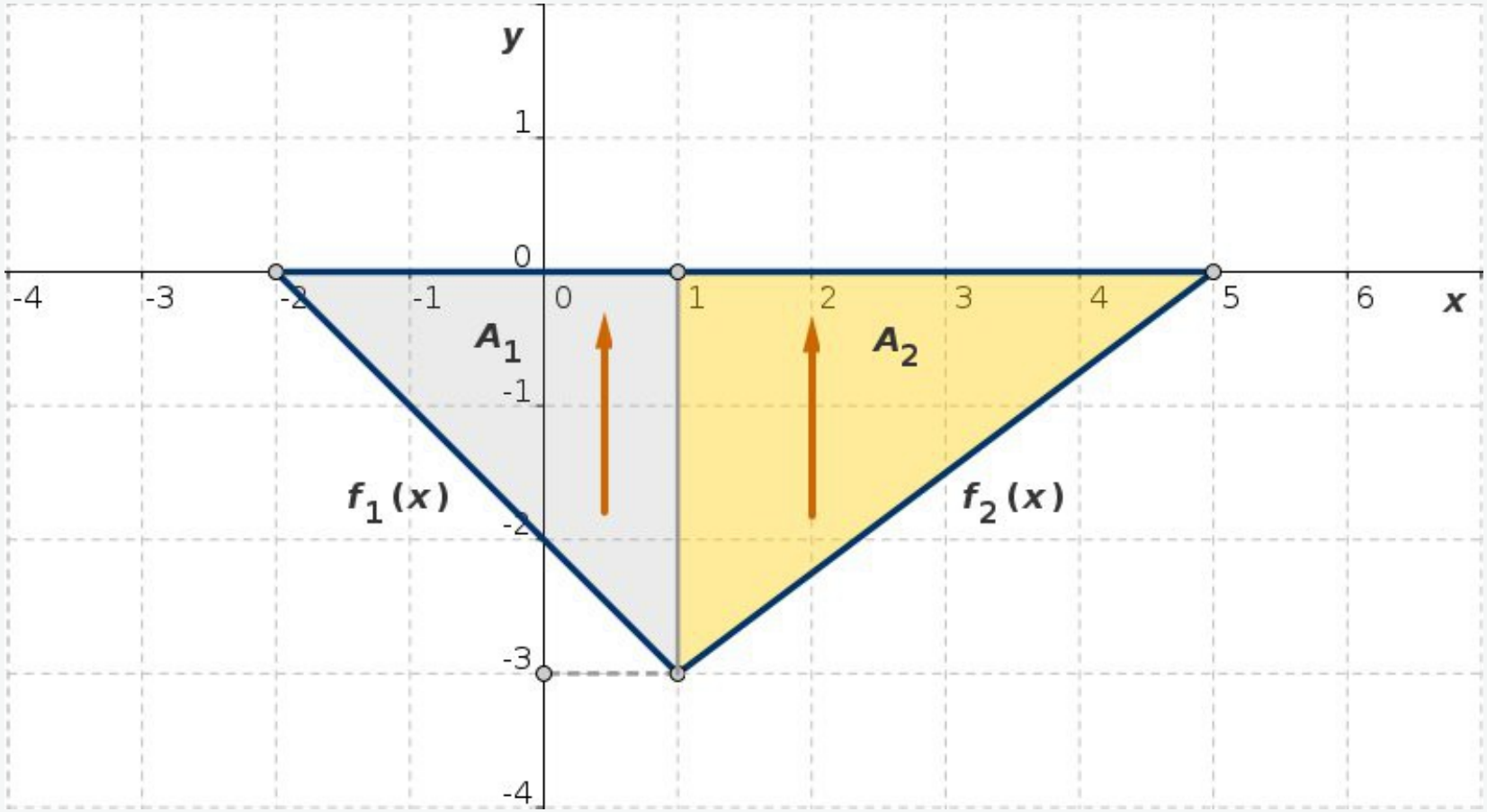


Abb. 1-2: Die Fläche der Aufgabe als zwei Integrationsbereiche vom Typ 1

$$A = A_1 + A_2$$

$$A_1: \quad -2 \leqslant x \leqslant 1, \qquad f_1(x) \leqslant y \leqslant 0$$

$$A_2: \quad 1 \leqslant x \leqslant 5, \qquad f_2(x) \leqslant y \leqslant 0$$

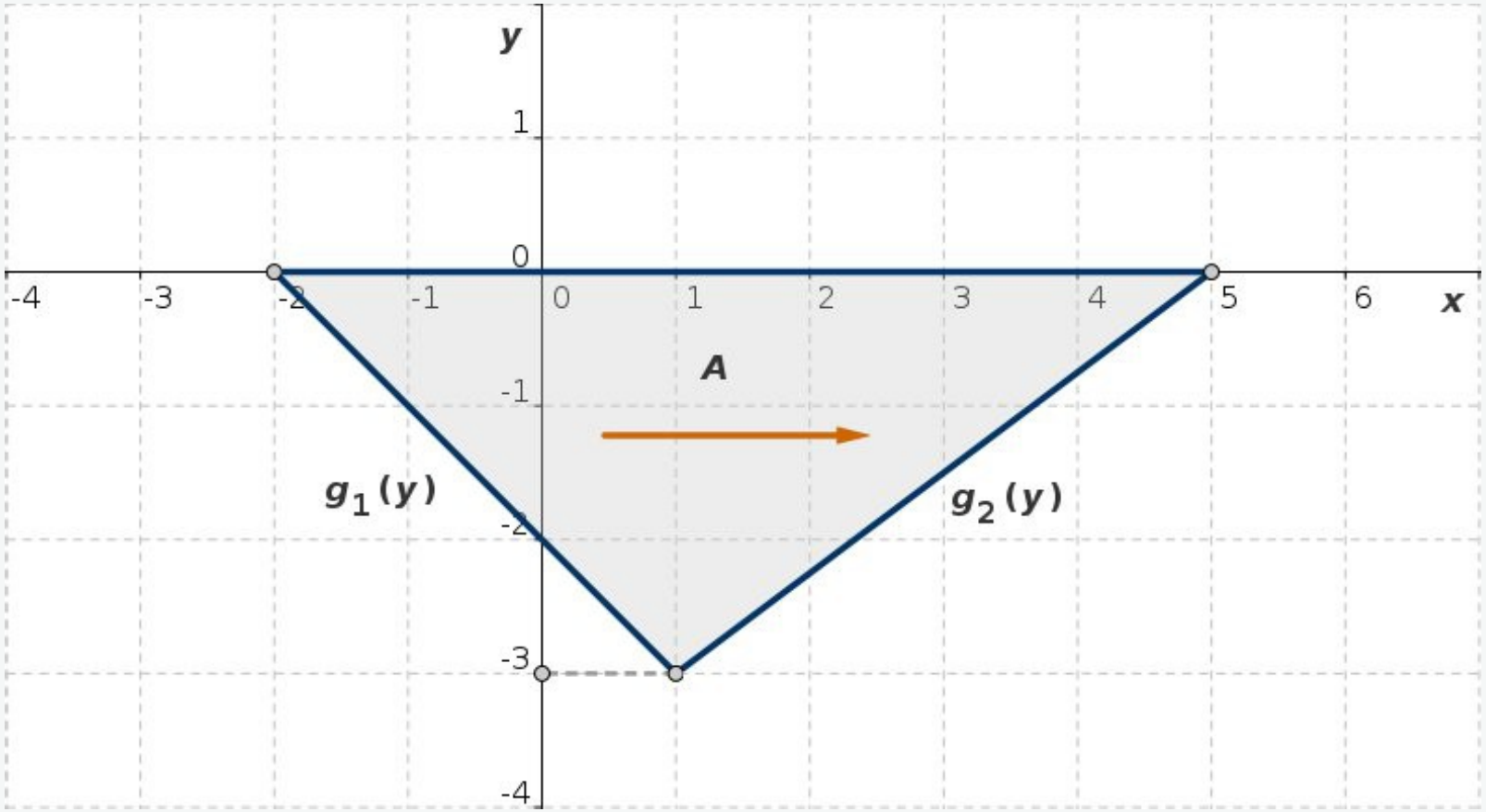
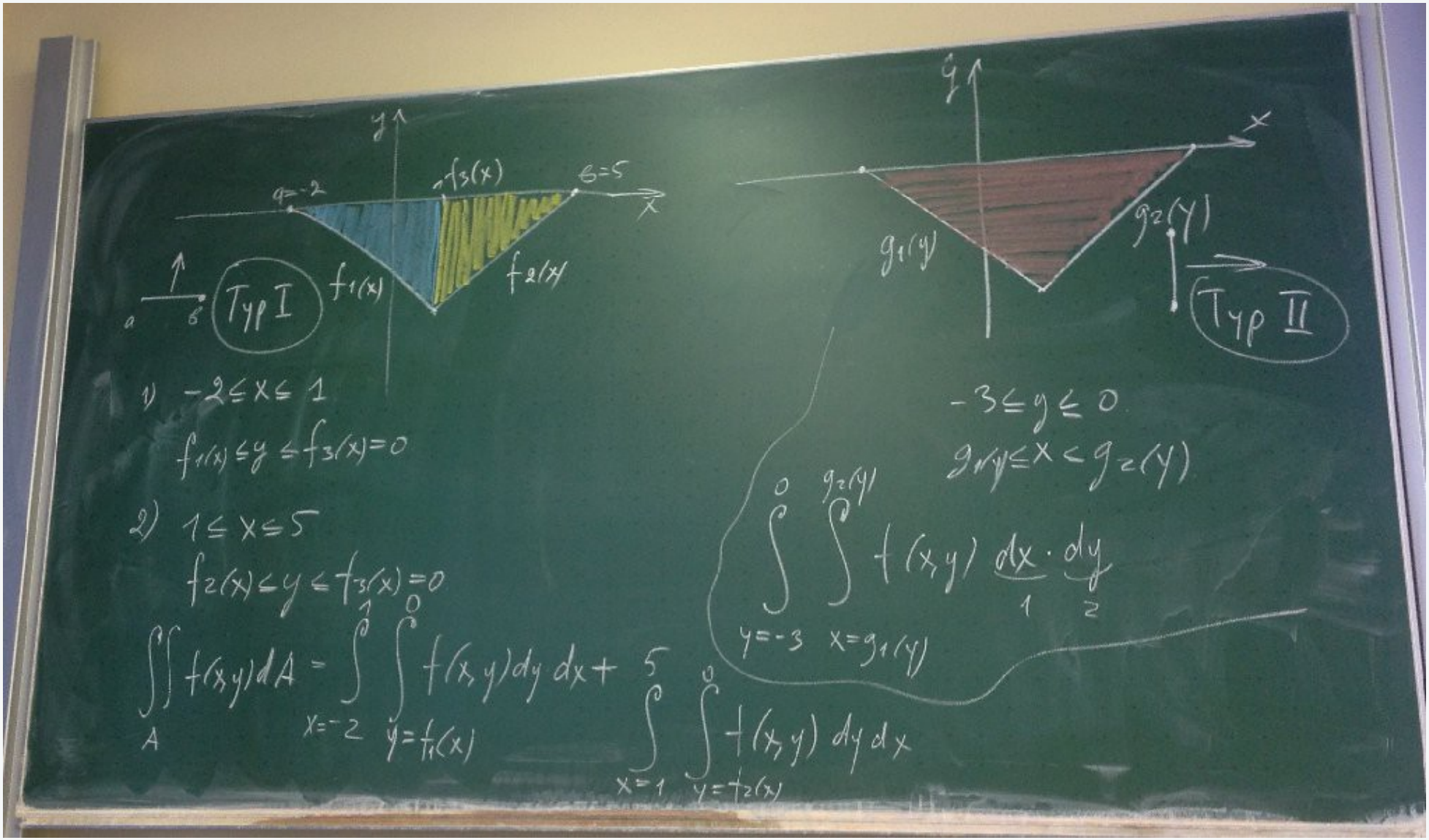
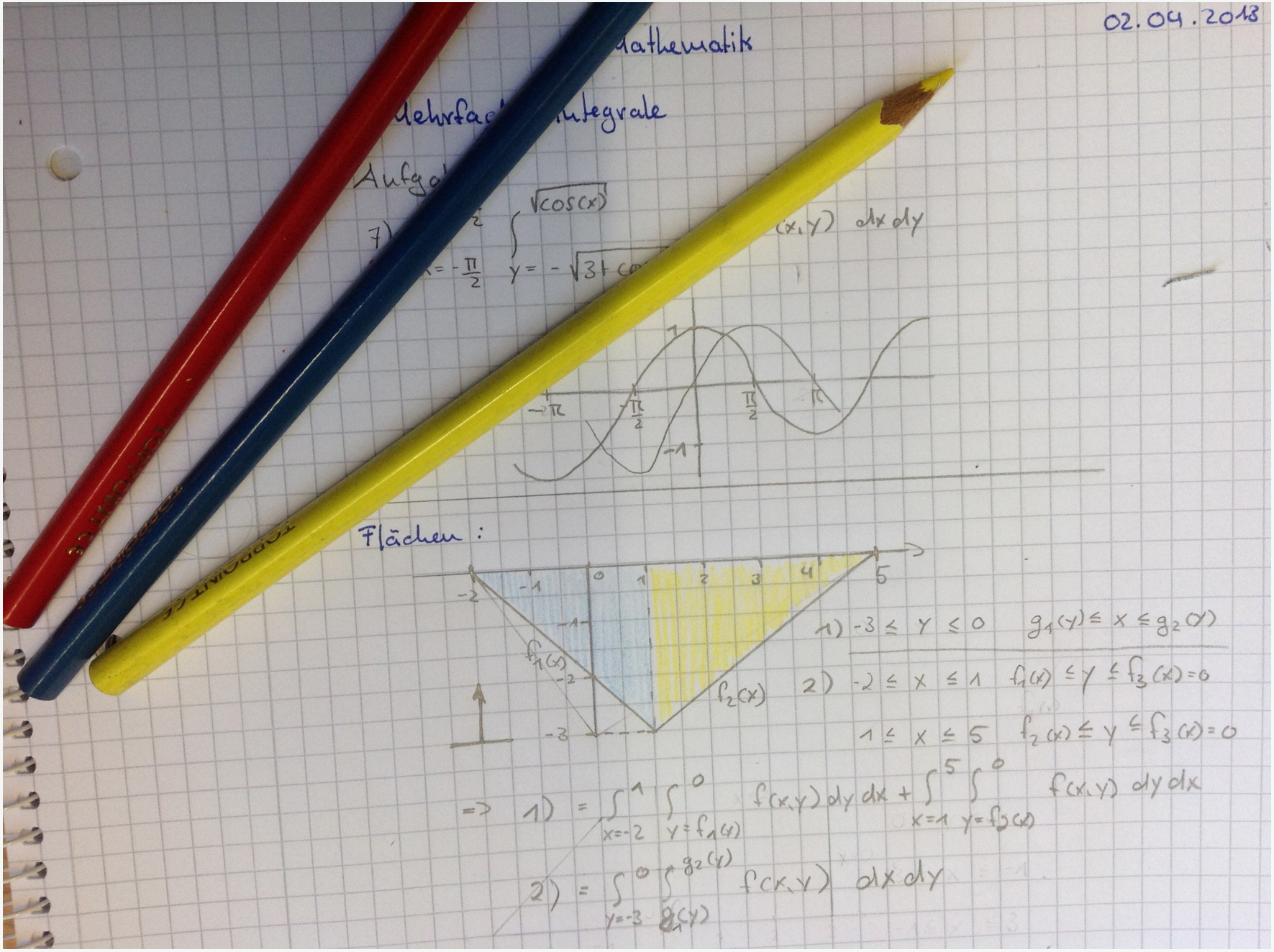


Abb. 1-3: Die Fläche der Aufgabe als Integrationsbereich vom Typ 2

$$A: \quad -3 \leqslant y \leqslant 0, \qquad g_1(y) \leqslant x \leqslant g_2(y)$$

"Flächenmalerei": Lösung 1




02.04.2018
Mathematik
Mehrfache Integrale
Aufgabe
7)
$\int_{x=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{y=-\sqrt{3+\cos(x)}}^{\sqrt{\cos(x)}} f(x,y)\,dx\,dy$
$-\pi$ $-\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$ π 1 -1
Flächen:
-2 -1 0 1 2 3 4 5
-1 -2 -3
$f_1(x)$
$f_2(x)$
1) $-3 \le y \le 0$ $g_1(y) \le x \le g_2(y)$
2) $-2 \le x \le 1$ $f_1(x) \le y \le f_3(x) = 0$
$1 \le x \le 5$ $f_2(x) \le y \le f_3(x) = 0$
=> 1) $= \int_{x=-2}^{1} \int_{y=f_1(x)}^{0} f(x,y)\,dy\,dx + \int_{x=1}^{5} \int_{y=f_2(x)}^{0} f(x,y)\,dy\,dx$
2) $= \int_{y=-3}^{0} \int_{g_1(y)}^{g_2(y)} f(x,y)\,dx\,dy$

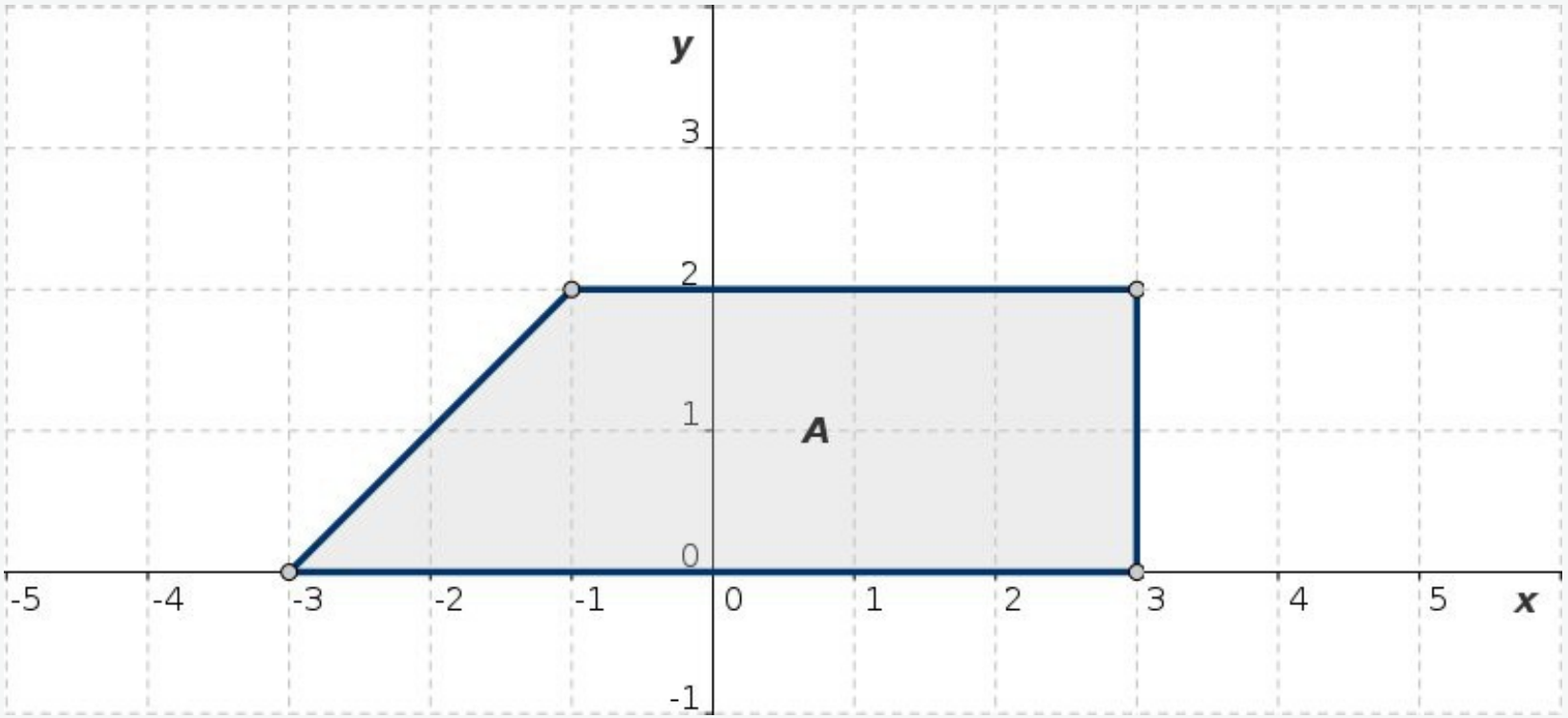


Abb. 2-1: Die Fläche der Aufgabe

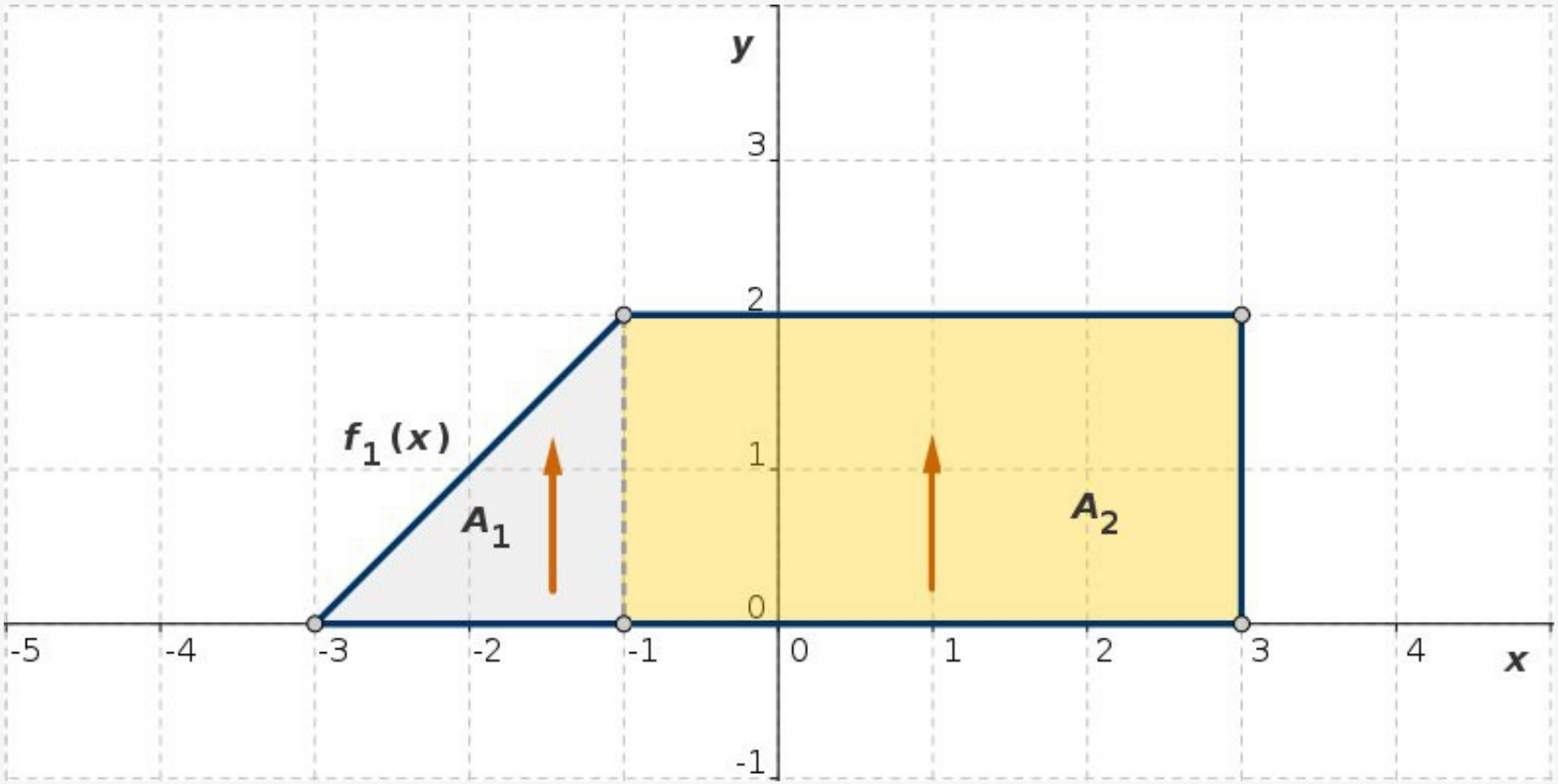


Abb. 2-2: Die Fläche der Aufgabe als zwei Integrationsbereiche vom Typ 1

$$A = A_1 + A_2$$

$$A_1: \quad -3 \leqslant x \leqslant -1, \qquad 0 \leqslant y \leqslant f_1(x)$$

$$A_2: \quad -1 \leqslant x \leqslant 3, \qquad 0 \leqslant y \leqslant 2$$

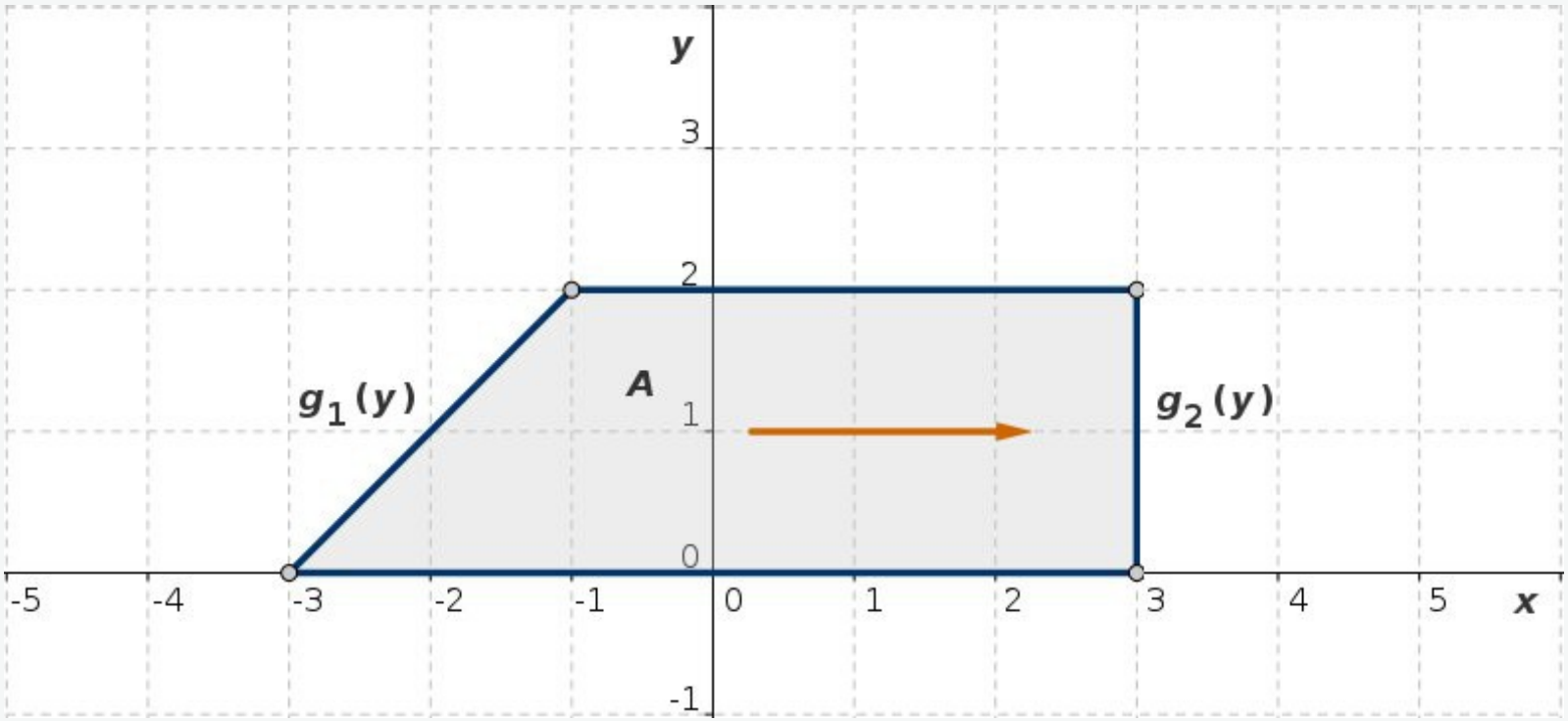
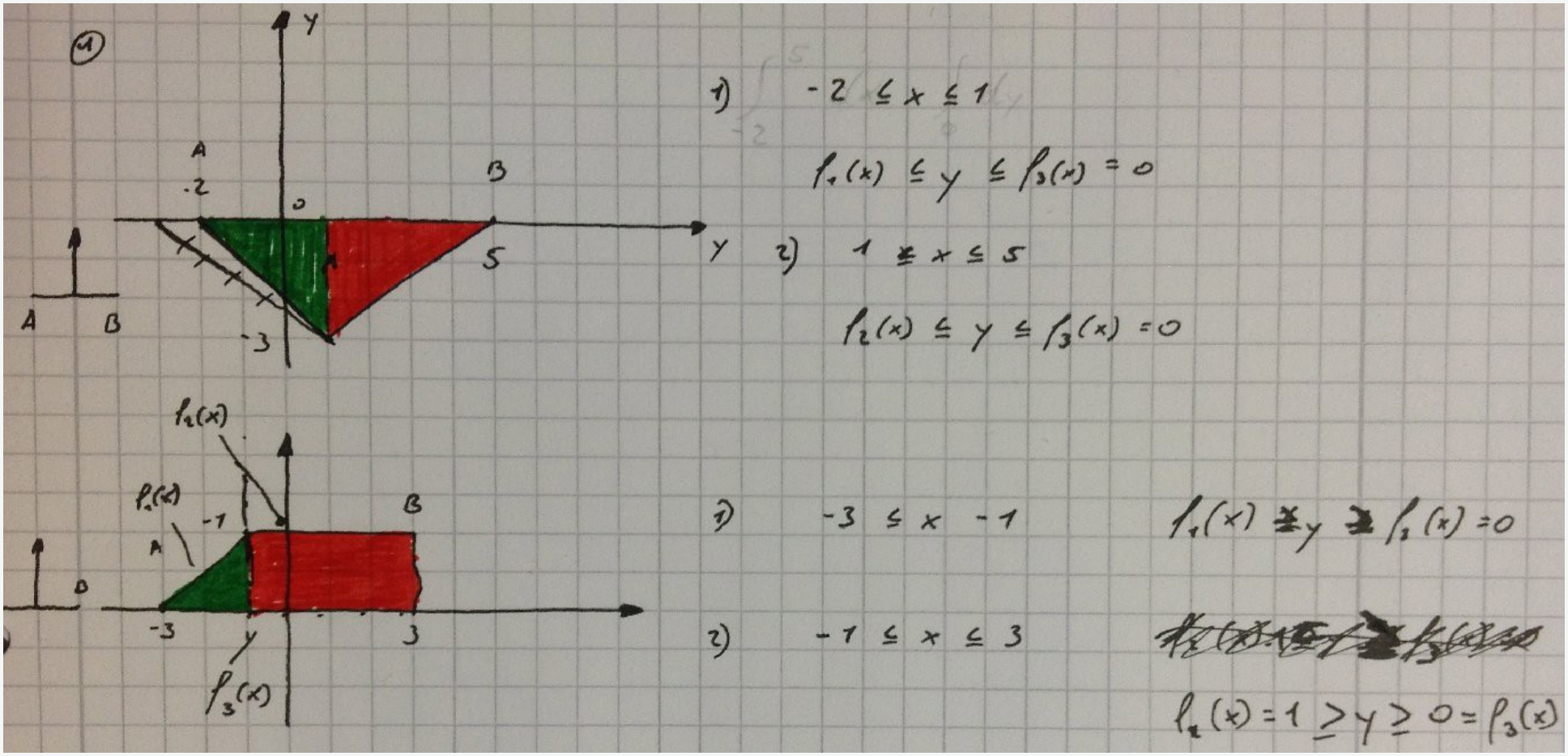


Abb. 2-3: Die Fläche der Aufgabe als Integrationsbereich vom Typ 2

$$A: \quad 0 \leqslant y \leqslant 2, \qquad g_1(y) \leqslant x \leqslant g_2(y)$$


①
y
A
-2
0
B
5
y
A
B
-3
$f_2(x)$
$f_1(x)$
-1
A
B
0
-3
3
y
$f_3(x)$
1) $-2 \leq x \leq 1$
$f_1(x) \leq y \leq f_3(x) = 0$
2) $1 \leq x \leq 5$
$f_2(x) \leq y \leq f_3(x) = 0$
1) $-3 \leq x \leq -1$
$f_1(x) \geq y \geq f_2(x) = 0$
2) $-1 \leq x \leq 3$
$f_2(x) = 1 \geq y \geq 0 = f_3(x)$

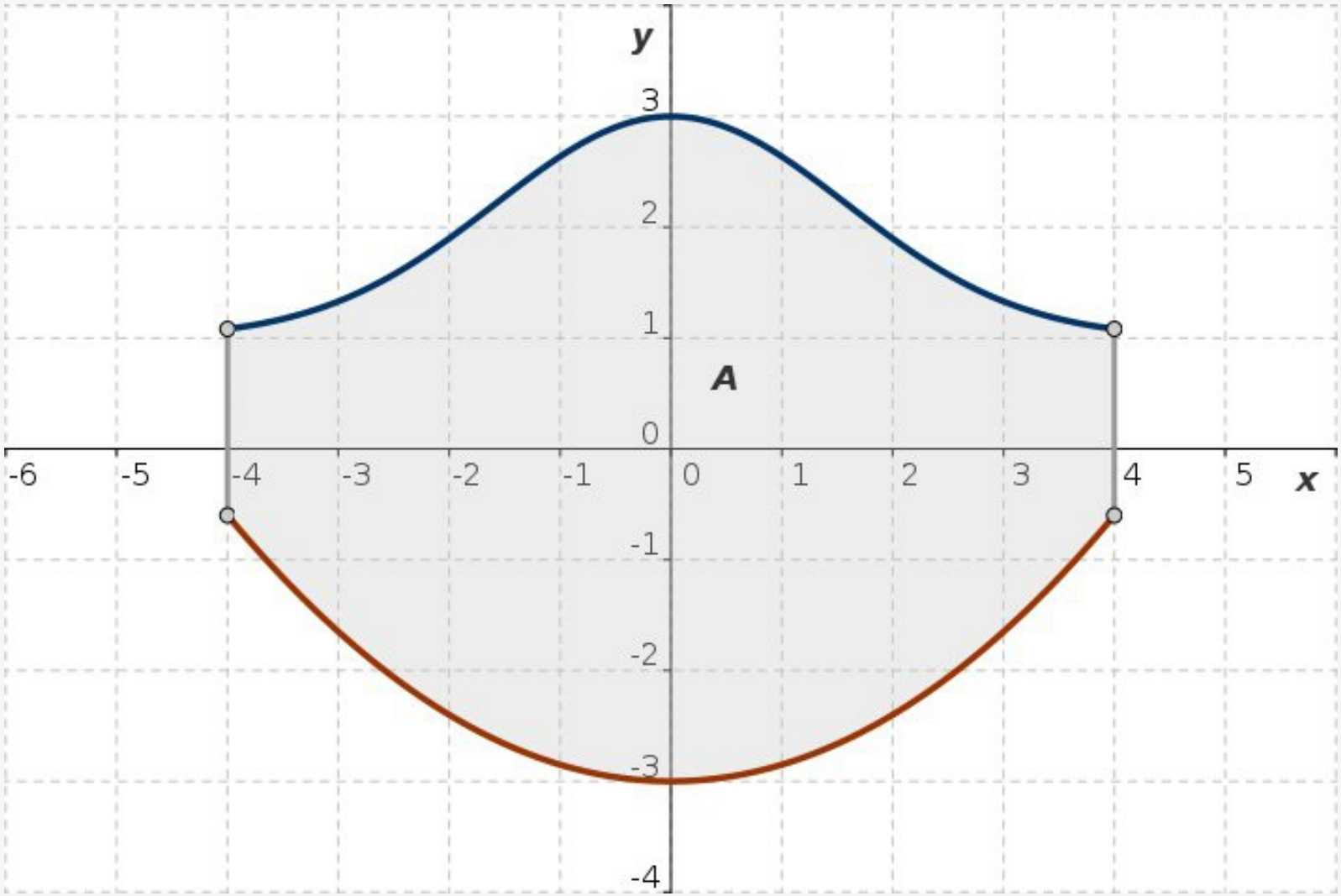


Abb. 3-1: Die Fläche der Aufgabe

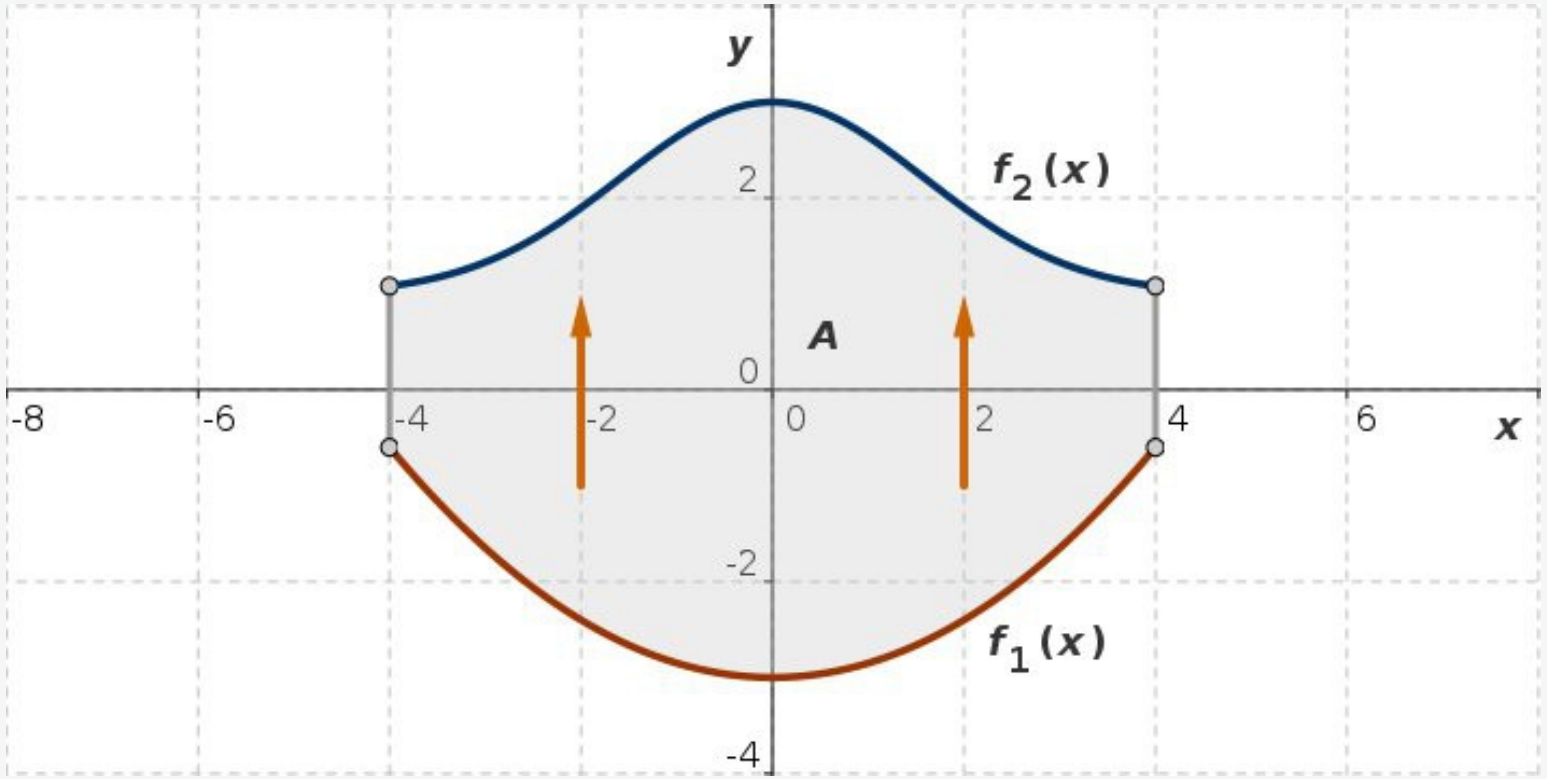


Abb. 3-2: Die Fläche der Aufgabe als Integrationsbereich vom Typ 1

$$A: \quad -4 \leqslant x \leqslant 4, \qquad f_1(x) \leqslant y \leqslant f_2(x)$$

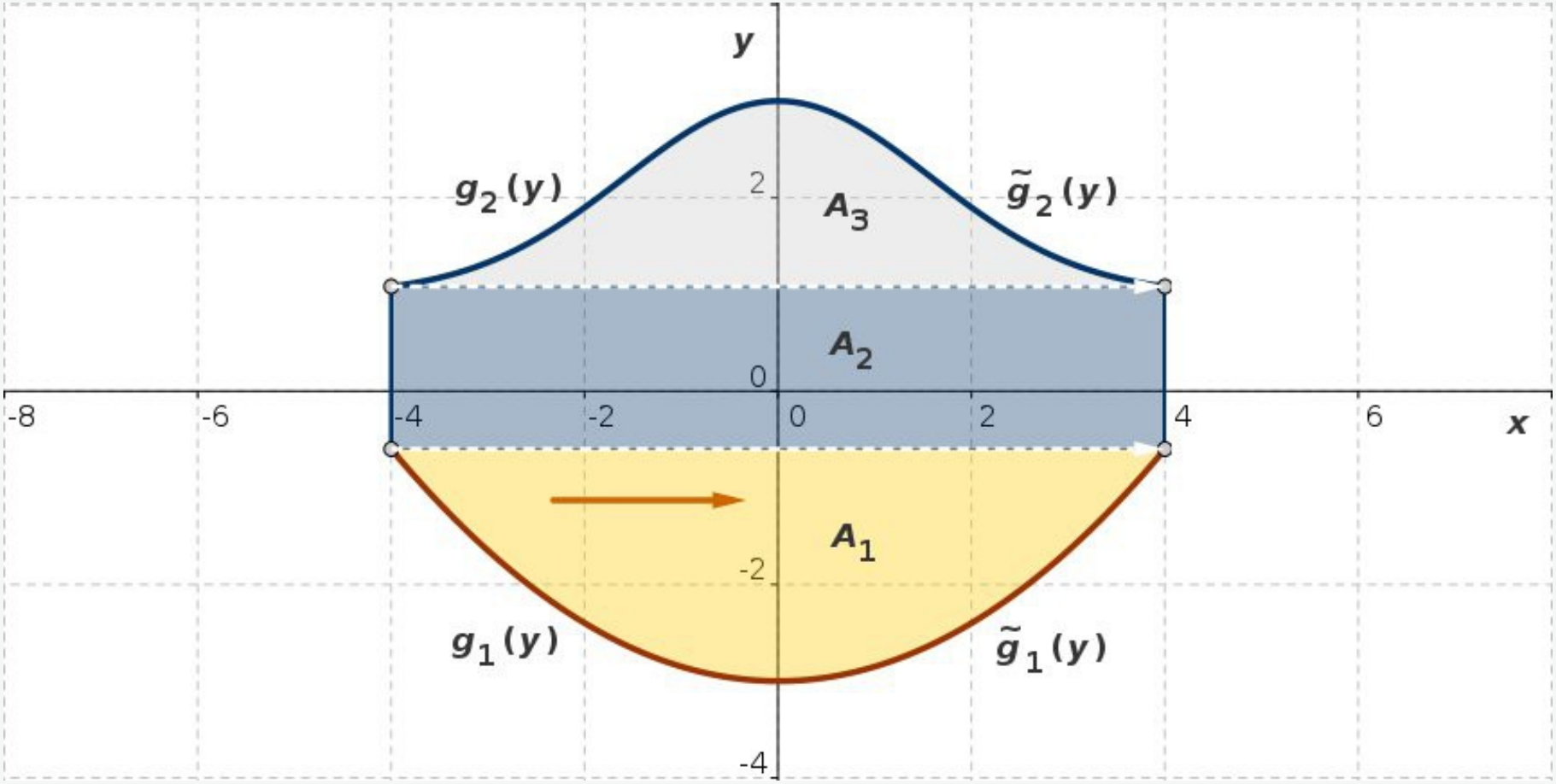


Abb. 3-3: Die Fläche der Aufgabe als drei Integrationsbereiche vom Typ 2

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_1: \quad -3 \leqslant y \leqslant -0.6, \qquad g_1(y) \leqslant x \leqslant \tilde{g}_1(x)$$

$$A_2: \quad -0.6 \leqslant y \leqslant 1.1, \qquad -4 \leqslant x \leqslant 4$$

$$A_3: \quad 1.1 \leqslant y \leqslant 3, \qquad g_2(x) \leqslant x \leqslant \tilde{g}_2(x)$$

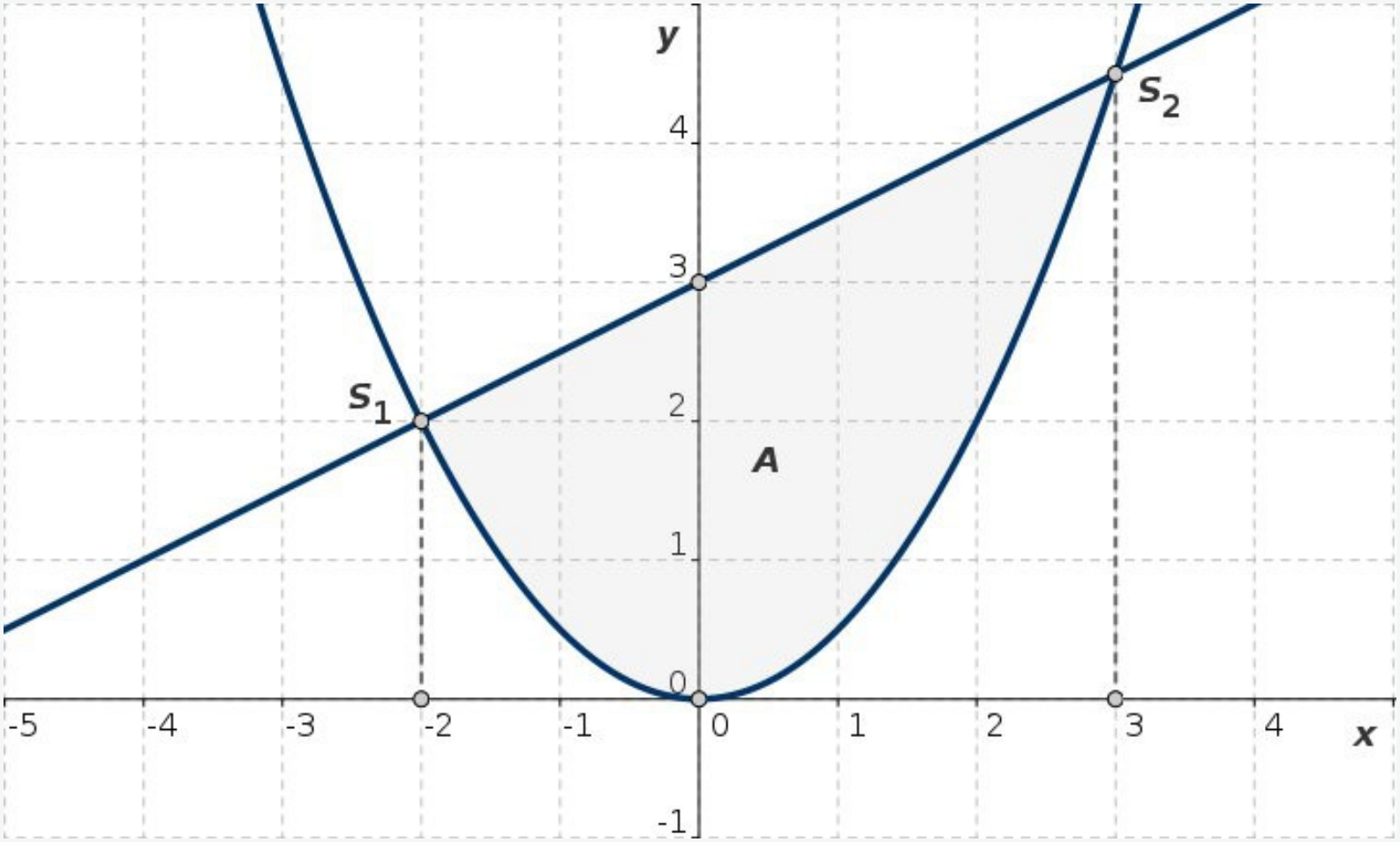


Abb. 4-1: Die Fläche der Aufgabe

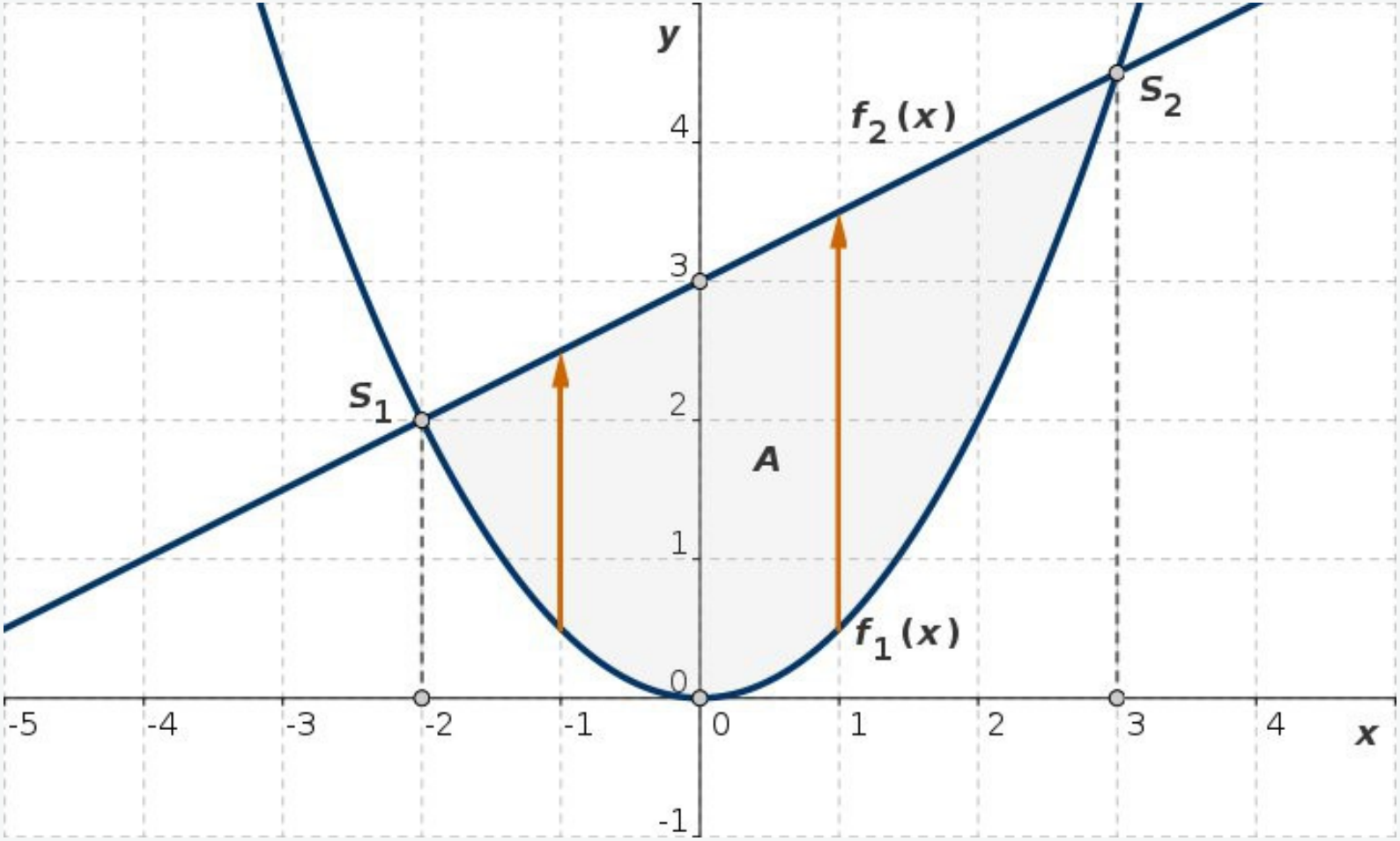


Abb. 4-2: Die Fläche der Aufgabe als Integrationsbereich vom Typ 1

$$A: \quad -2 \leqslant x \leqslant 3, \qquad f_1(x) \leqslant y \leqslant f_2(x)$$

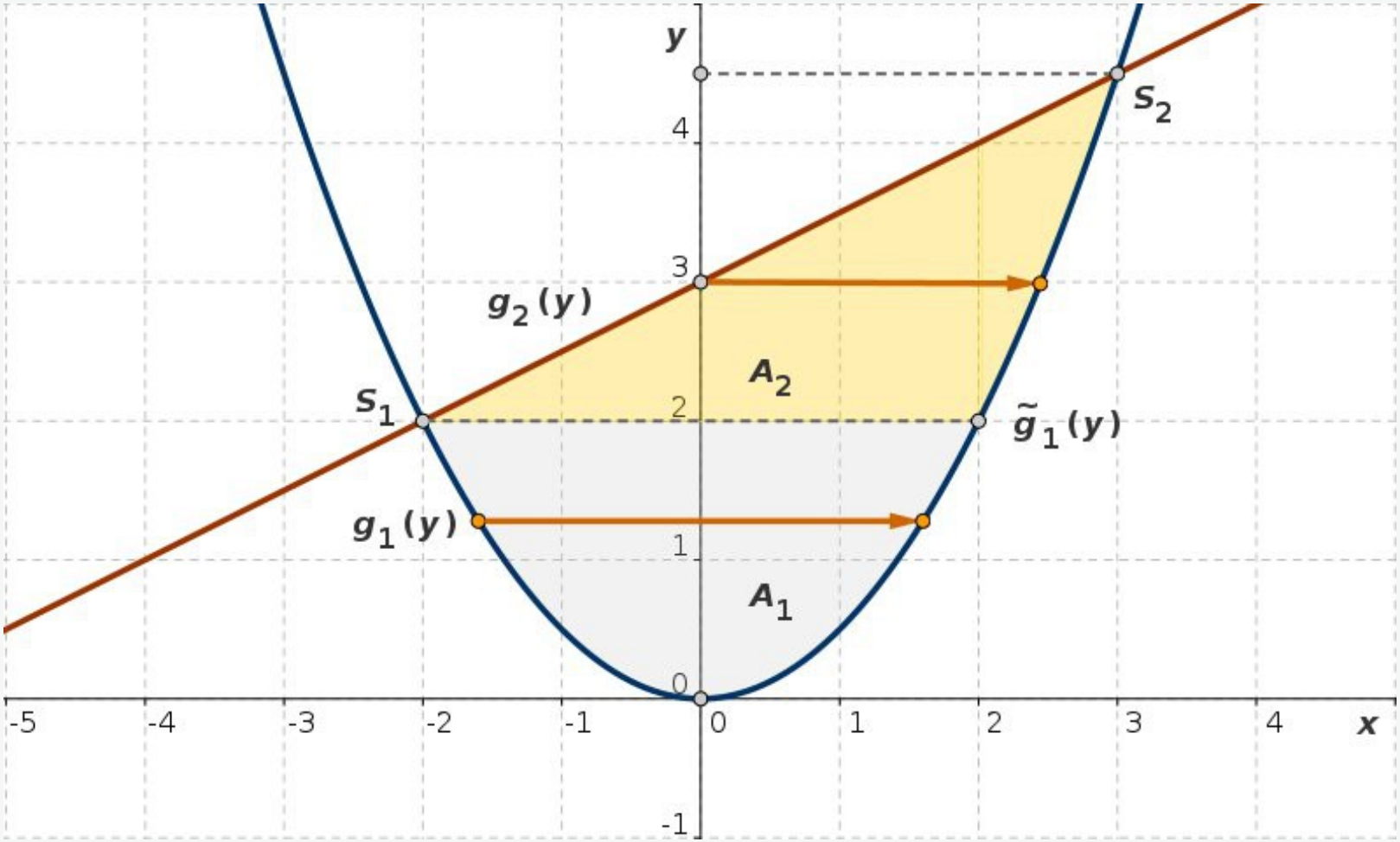


Abb. 4-3: Die Fläche der Aufgabe als zwei Integrationsbereiche vom Typ 2

$$A = A_1 + A_2$$

$$A_1: \quad 0 \leqslant y \leqslant 2, \qquad g_1(y) \leqslant x \leqslant \tilde{g}_1(x)$$

$$A_2: \quad 2 \leqslant y \leqslant 4.5, \qquad g_2(y) \leqslant x \leqslant \tilde{g}_1(x)$$

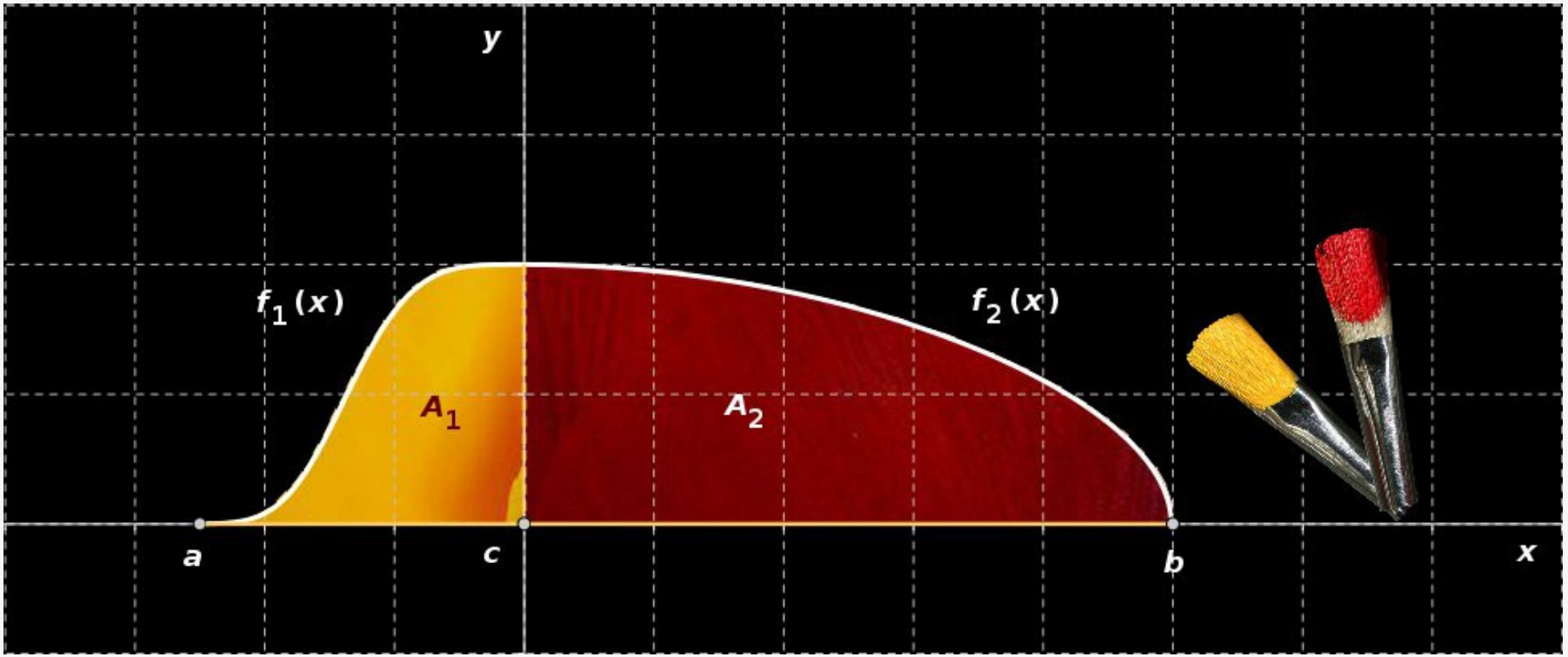


Abb. 5-1: Die Fläche der Aufgabe als zwei Integrationsbereiche vom Typ 1

$$A = A_1 + A_2$$

$$A_1: \quad a \leqslant x \leqslant c, \qquad 0 \leqslant y \leqslant f_1(x)$$

$$A_2: \quad c \leqslant x \leqslant b, \qquad 0 \leqslant y \leqslant f_2(x)$$