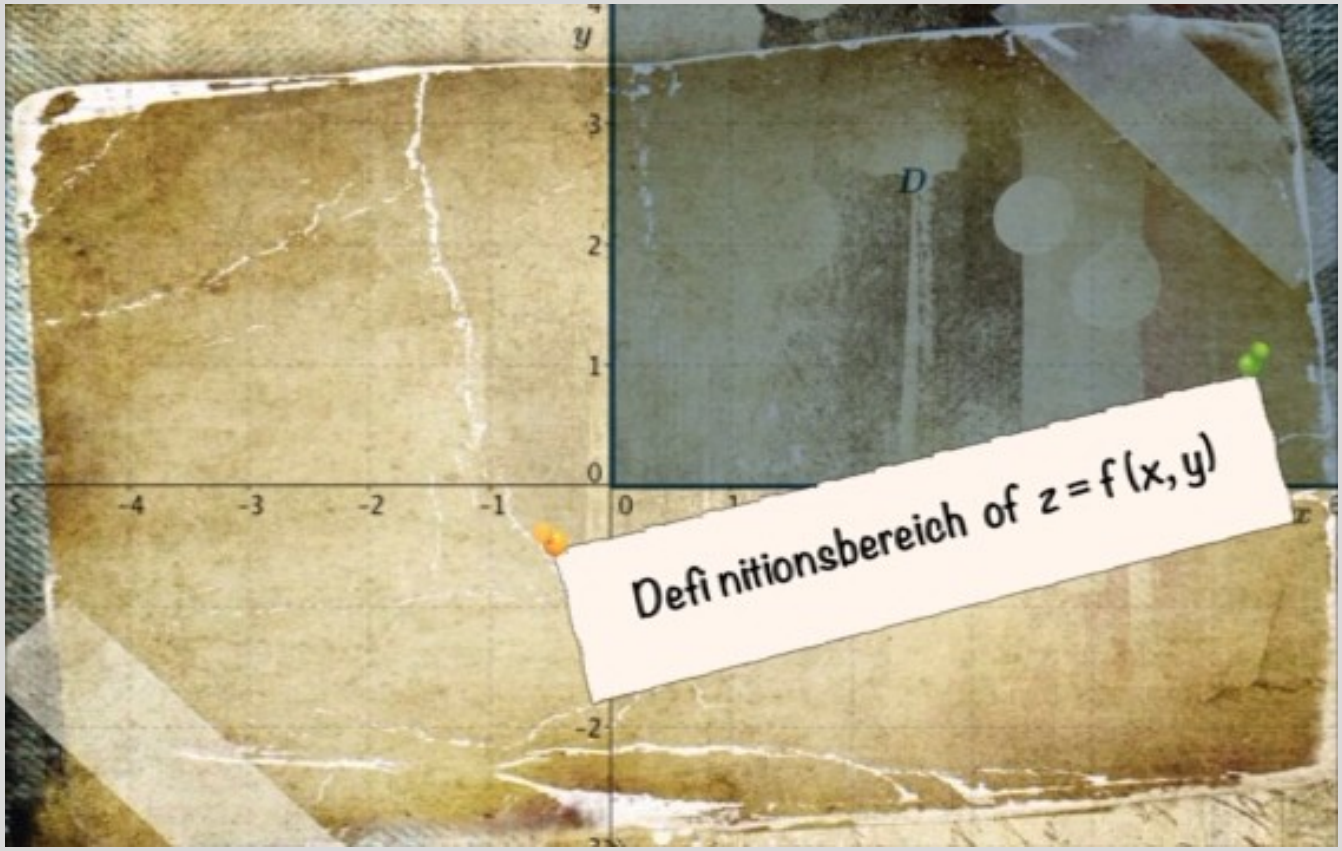


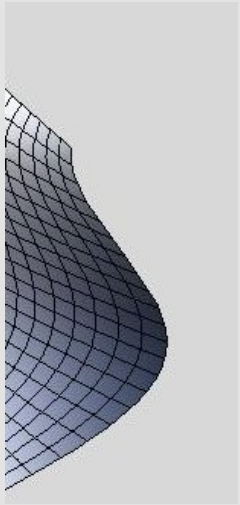
Definitionsbereich *einer Funktion von zwei Variablen*

Aufgaben, Teil 2

Funktionen können analytisch studiert werden, ohne sie graphisch darzustellen. Aber es ist sehr nützlich, sich ein Bild von ihren Besonderheiten zu machen, nicht nur um ihre charakteristischen Eigenschaften zu verstehen, sondern auch um neue zu entdecken.

Mathematische Graphiken sind schön, besonders wenn es sich um Oberflächen handelt. Wahrscheinlich kommen mathematische Funktionen der realen Welt nirgends so nahe wie bei Oberflächen. Aber manche Oberflächen sehen so kompliziert aus, dass man keine Beziehung zur Wirklichkeit finden kann. Trotzdem haben sie oft, selbst in sehr merkwürdig wirkenden Fällen, ihre ganz besondere Schönheit.

Abb. 2: Eine Schneefläche als Funktionsfläche $z = f(x, y)$



Bestimmen Sie den Definitionsbereich und Wertebereich der folgenden Funktionen von zwei Variablen. Zeichnen Sie den Definitionsbereich

Aufgabe 14: $f(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

Aufgabe 15: $f(x, y) = \sqrt{x\,y}$

Aufgabe 16: $f(x, y) = \sqrt{-x\,y}$

Aufgabe 17: $f(x, y) = \dfrac{1}{\sqrt{x\,y}}$

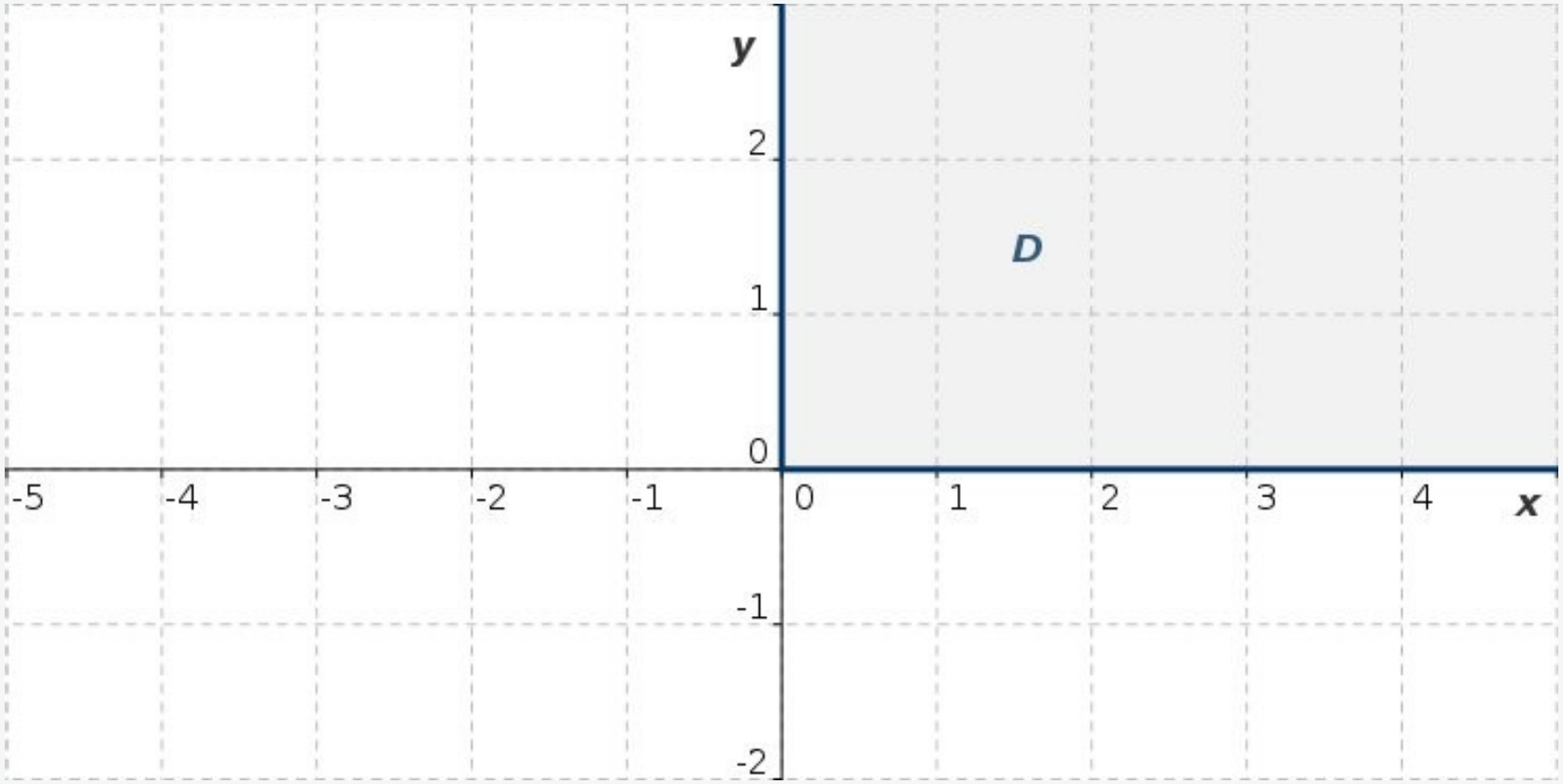


Abb. L14-1: Definitionsbereich der Funktion $z = f(x, y)$

$$f(x,\ y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}\ , \qquad D(f) = \{\,(x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad | \, x,\ y \geqslant 0\,\}$$

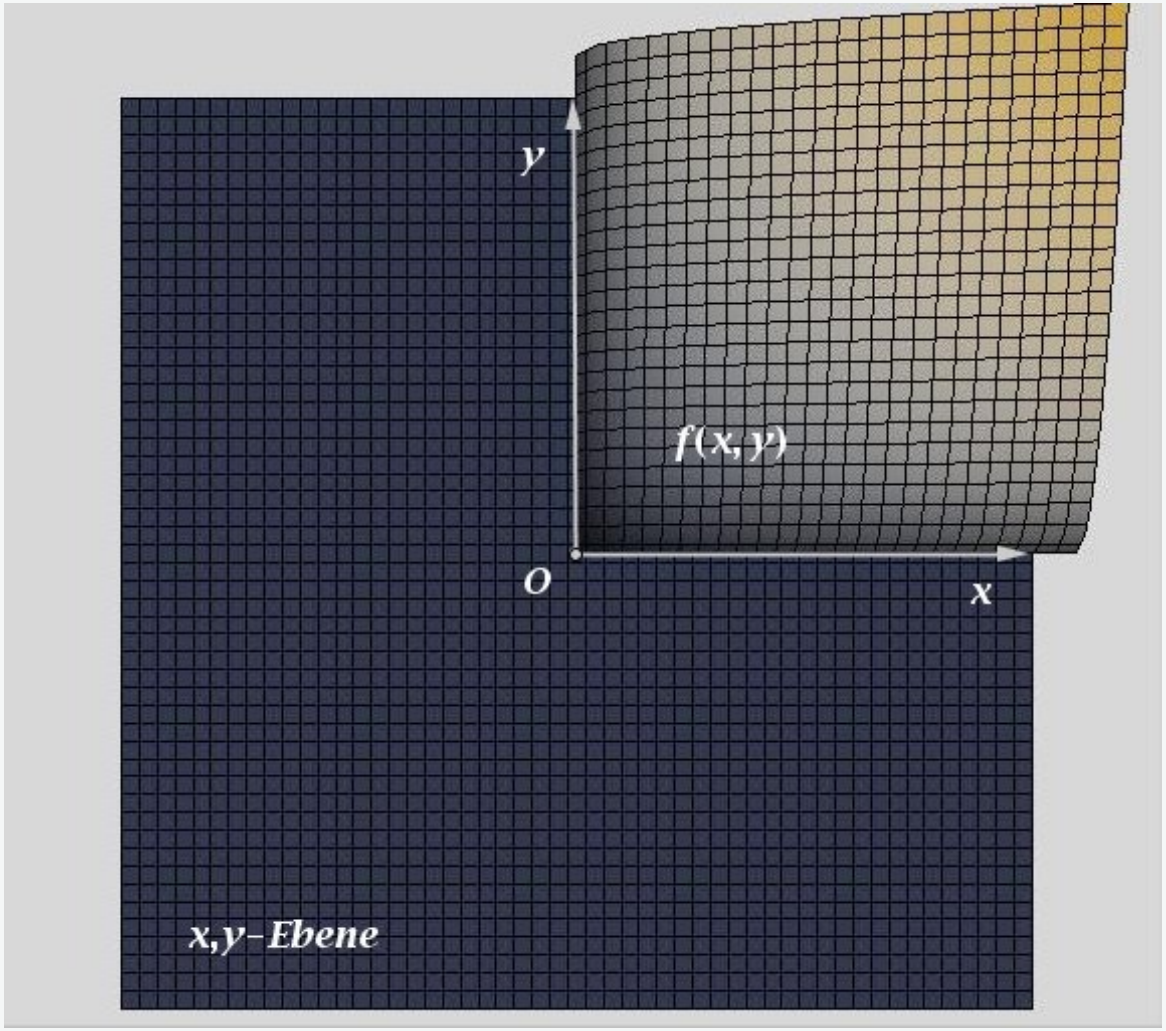


Abb. L14-2: Graphische Darstellung der Funktion $z = f(x, y)$

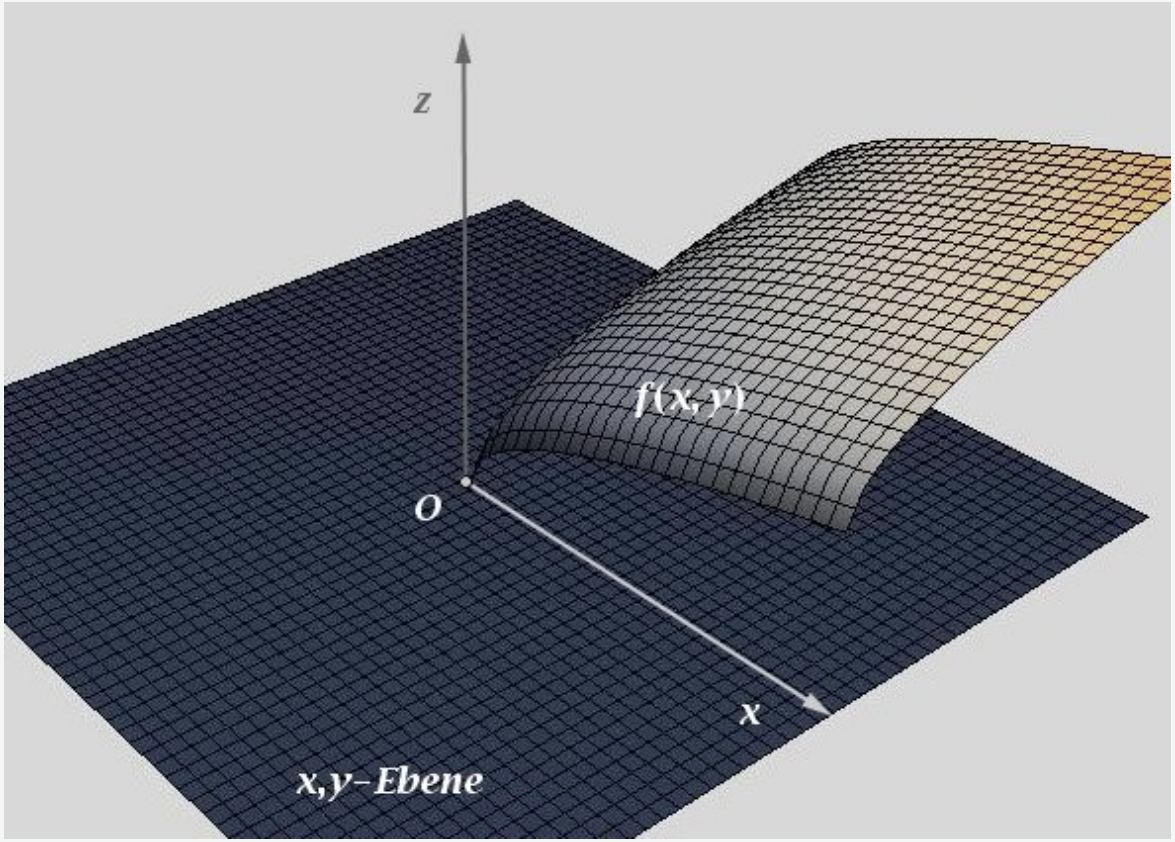


Abb. L14-3: Graphische Darstellung der Funktion $z = f(x, y)$

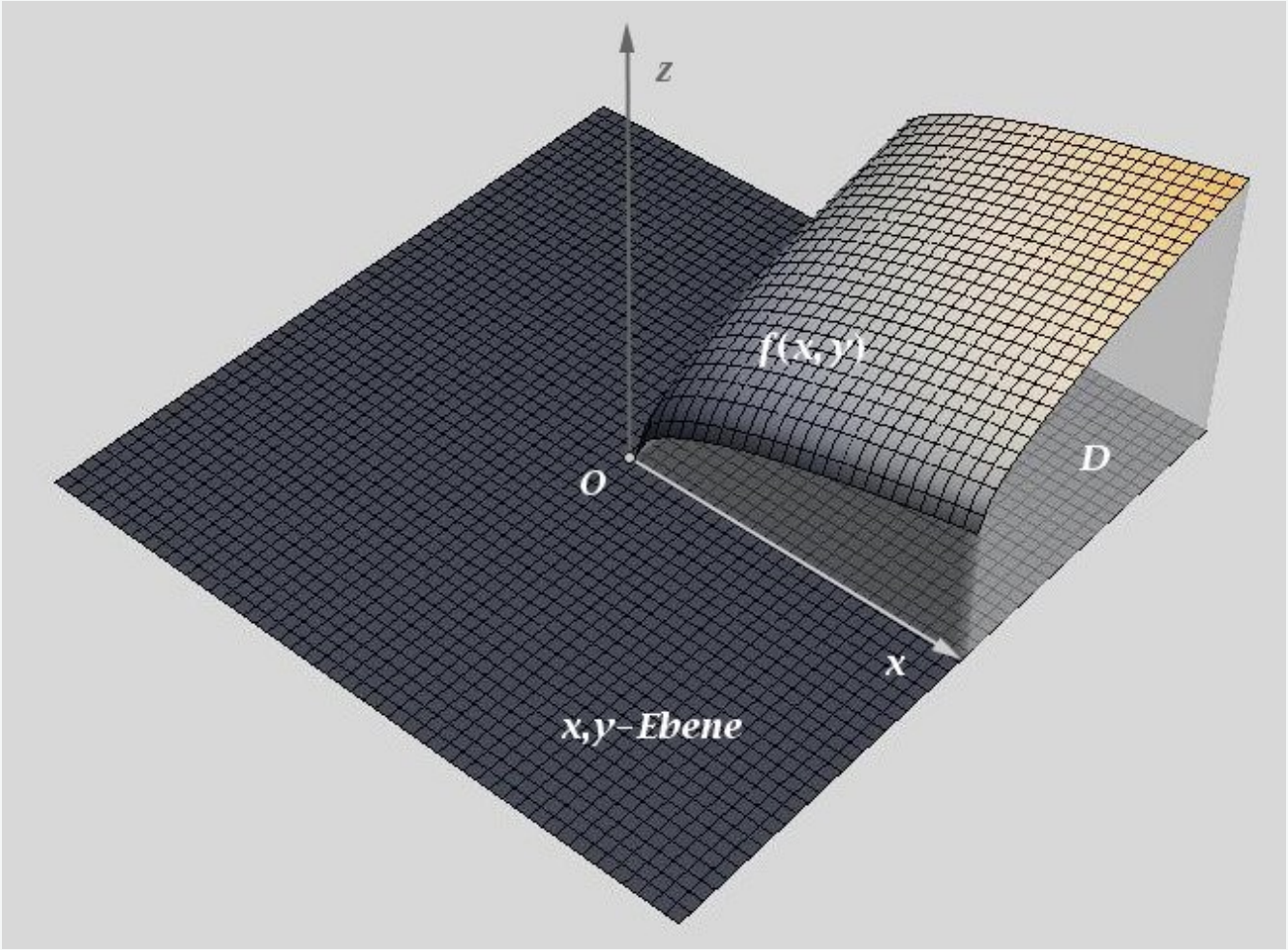


Abb. L14-4: Graphische Darstellung der Funktion $z = f(x, y)$

$$W(f) = [0, \infty)$$

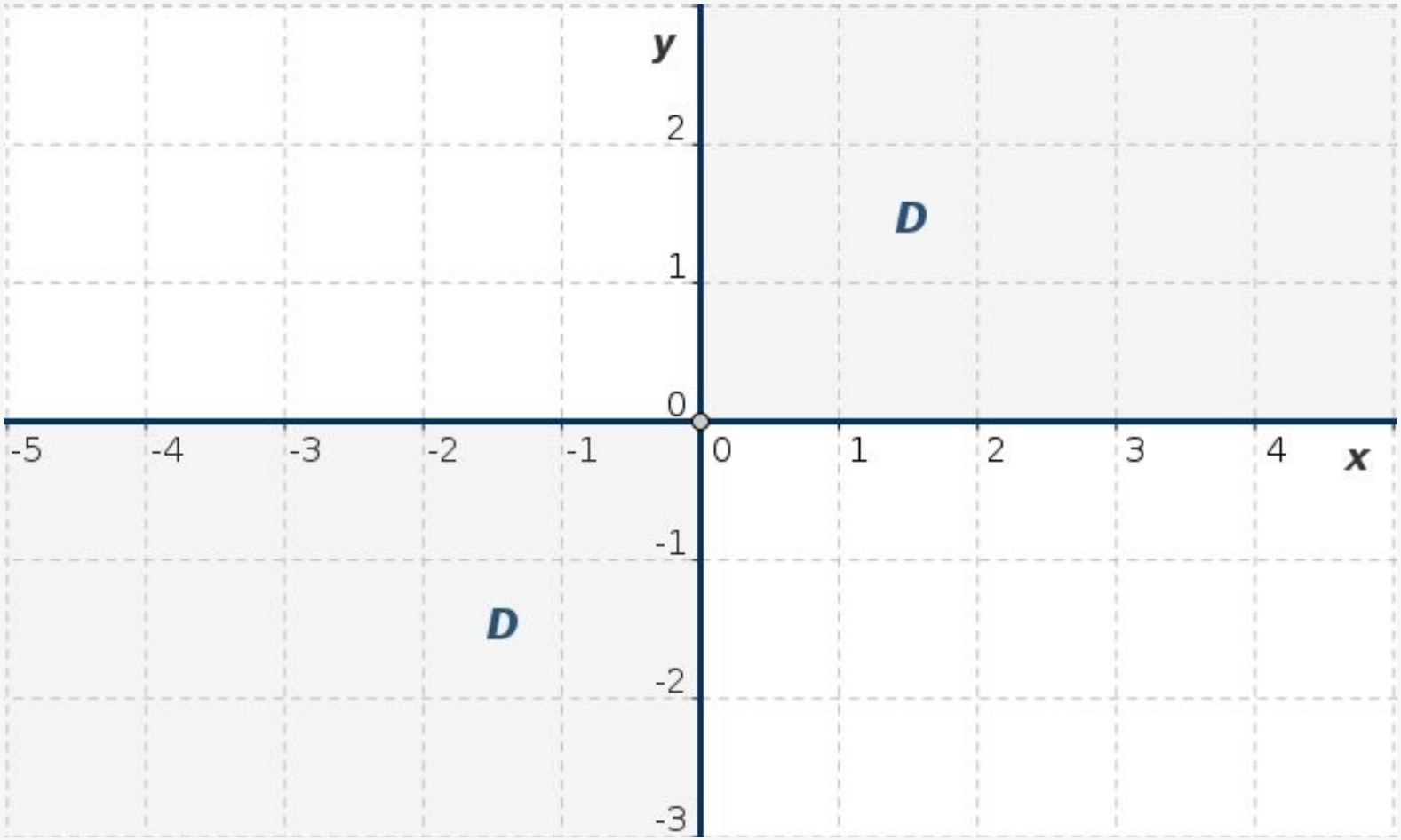


Abb. L15-1: Definitionsbereich der Funktion z = f (x, y)

$$f\,(x\,,\ y) = \sqrt{x\,y}\ , \qquad D = \{\,(x\,,\,y) \in \mathbb{R}^2 \quad |\, x\,,\,y \geqslant 0, \quad x\,,\,y \leqslant 0\,\}$$

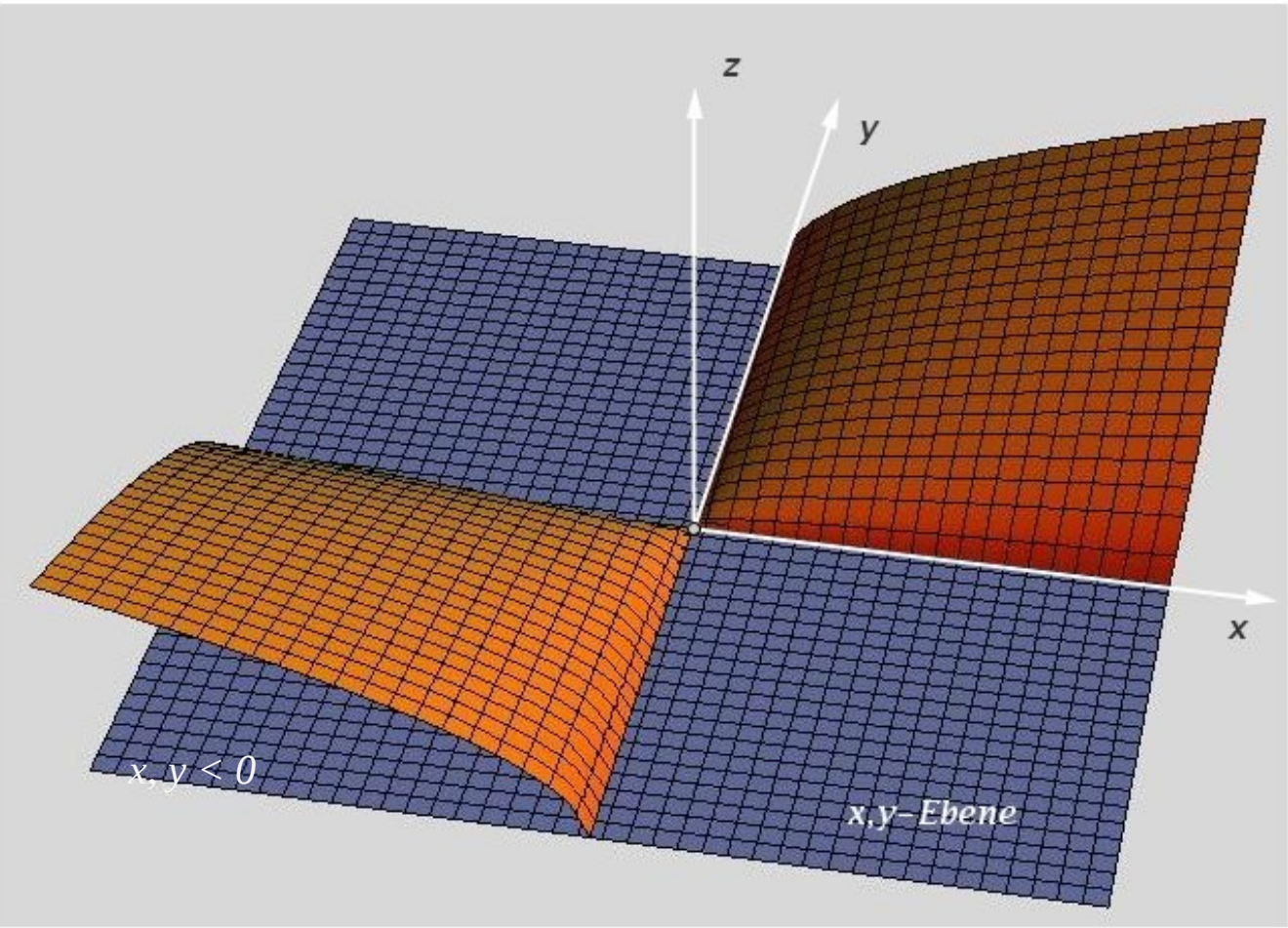


Abb. L15-2: Graphische Darstellung der Funktion z = f (x, y)

$$f(x,\ y) = \sqrt{x\,y}\ , \qquad W(f) = [\,0,\ \infty\,)$$

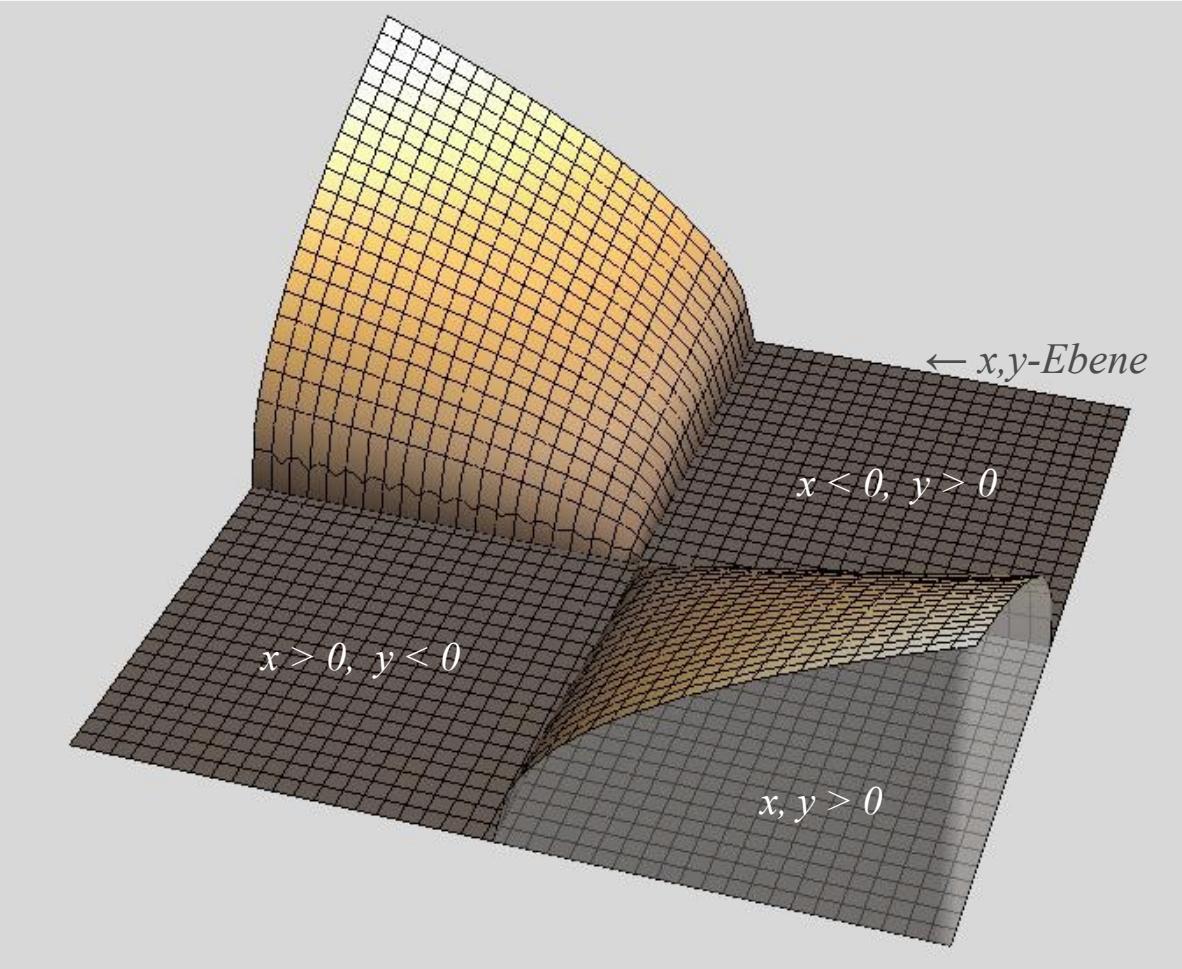


Abb. L15-4: Graphische Darstellung der Funktion $z = f(x, y)$

$$f(x, y) = \sqrt{x\,y}$$

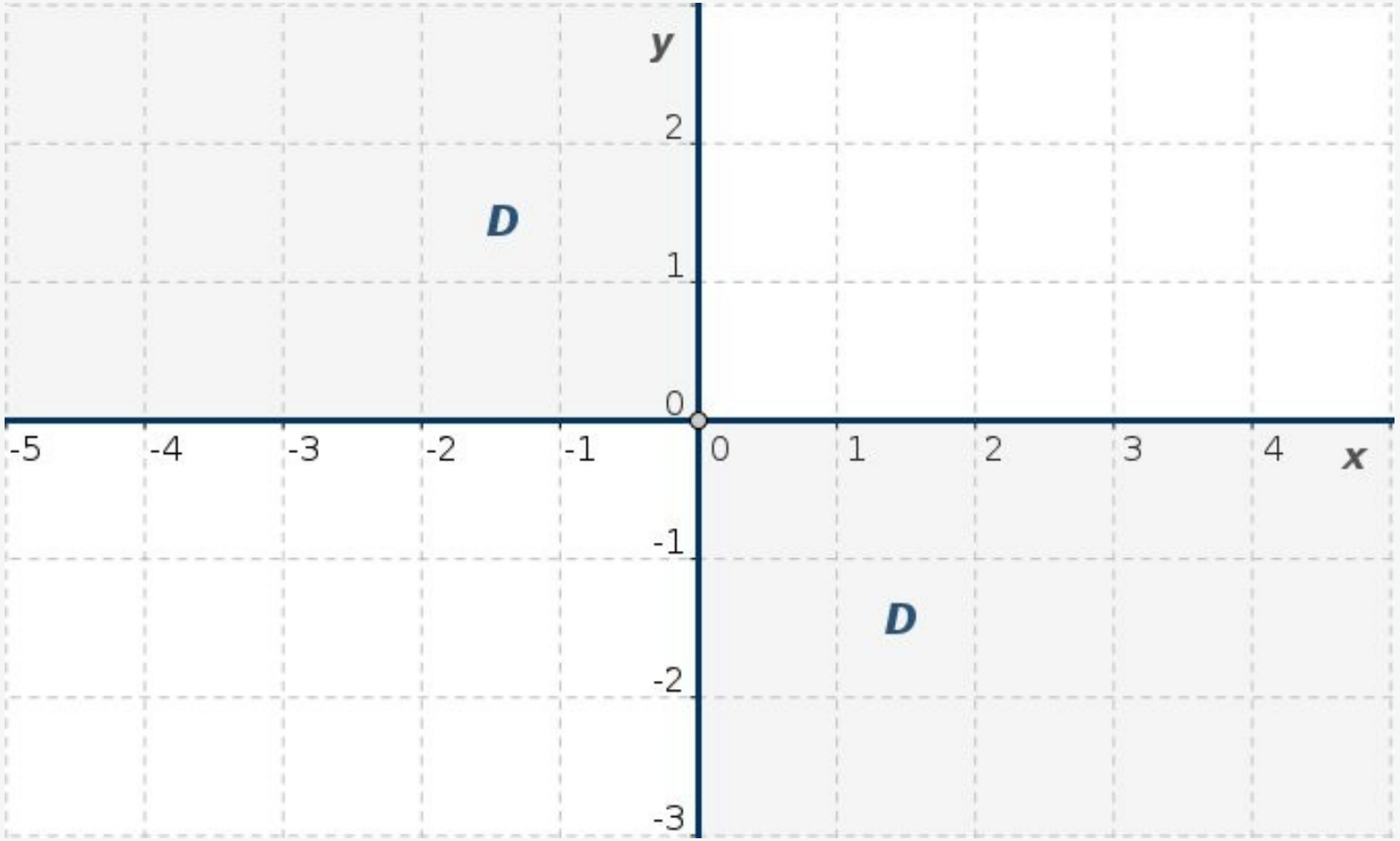


Abb. L16-1: Definitionsbereich der Funktion $z = f(x, y)$

$$f(x, y) = \sqrt{-x\,y}$$

$$D = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad | \, x \geqslant 0, \;\; y \leqslant 0, \qquad x \leqslant 0, \;\; y \geqslant 0 \}$$

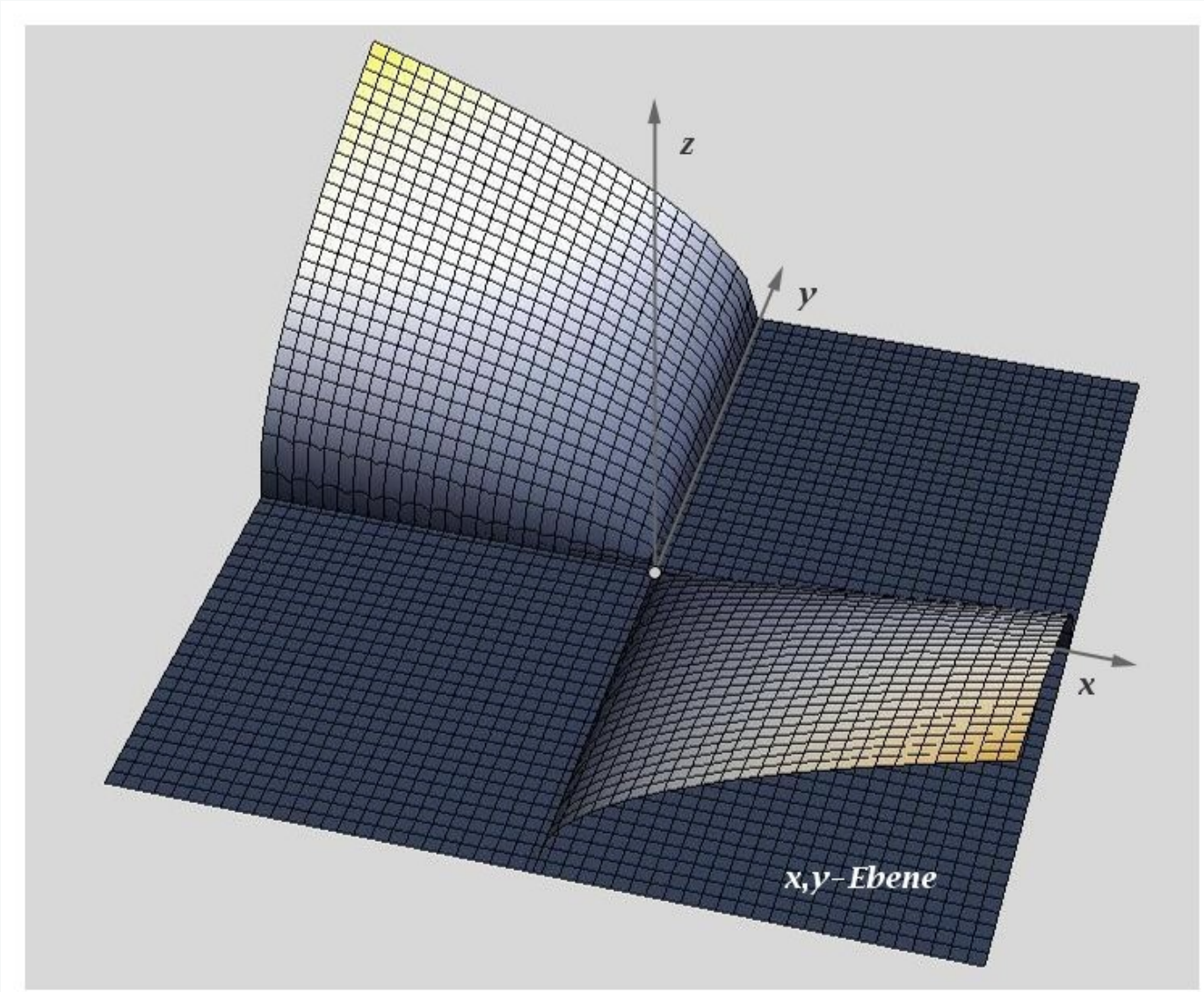


Abb. L16-2: Graphische Darstellung der Funktion z = f (x, y)

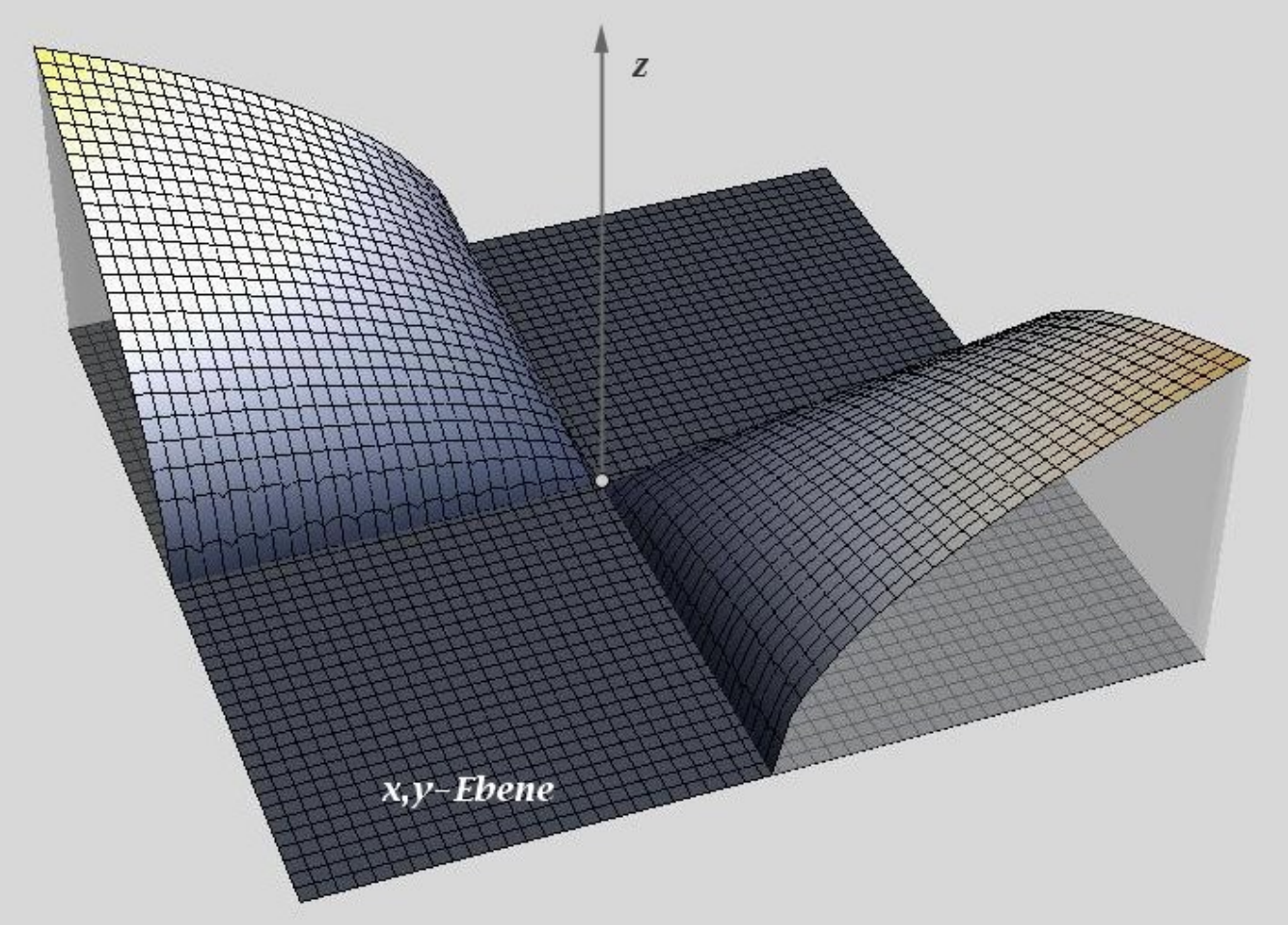


Abb. L16-3: Graphische Darstellung der Funktion $z = f(x, y)$

$$f(x, y) = \sqrt{-x\,y}\,, \qquad W(f) = [\,0,\,\infty\,)$$

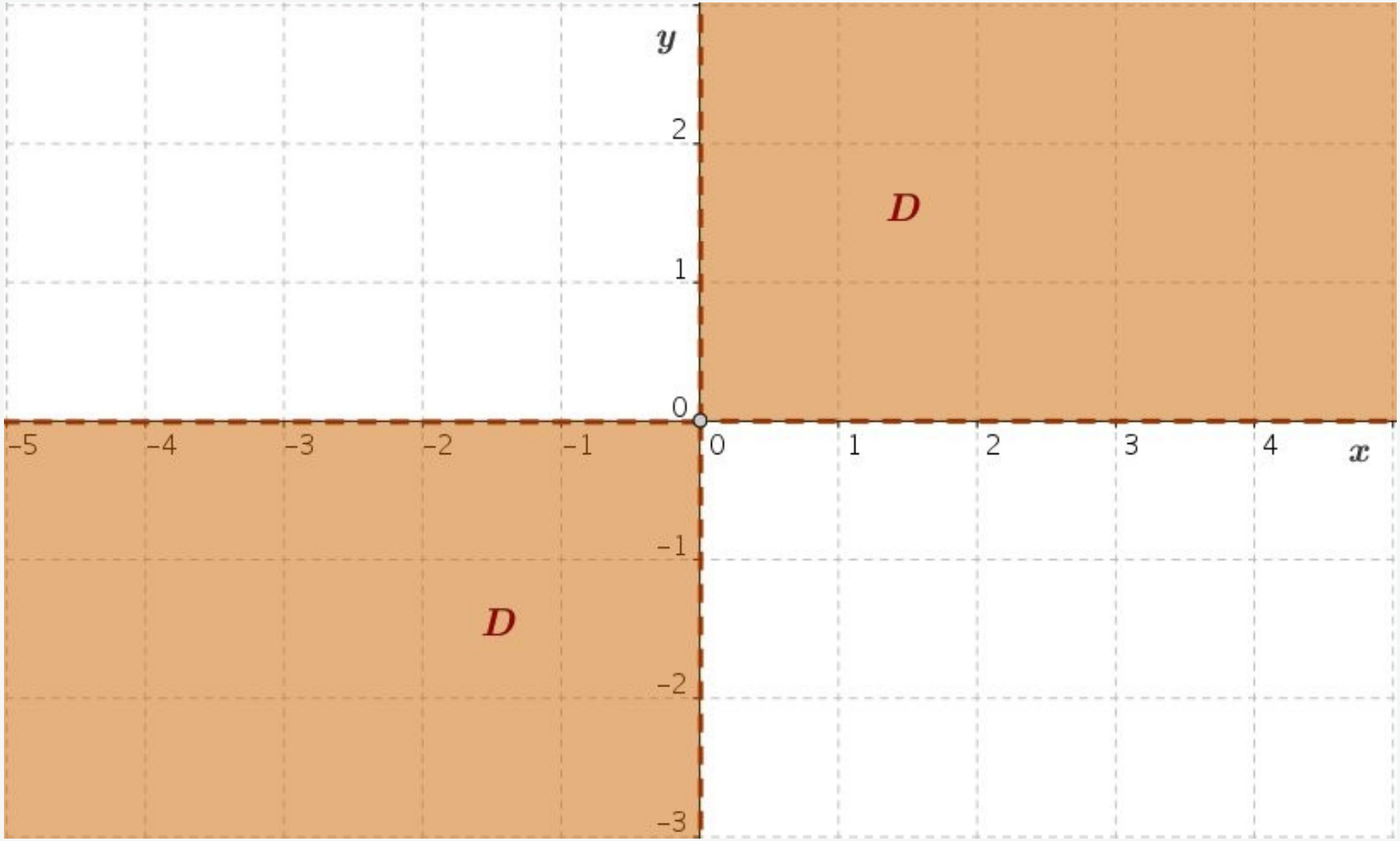
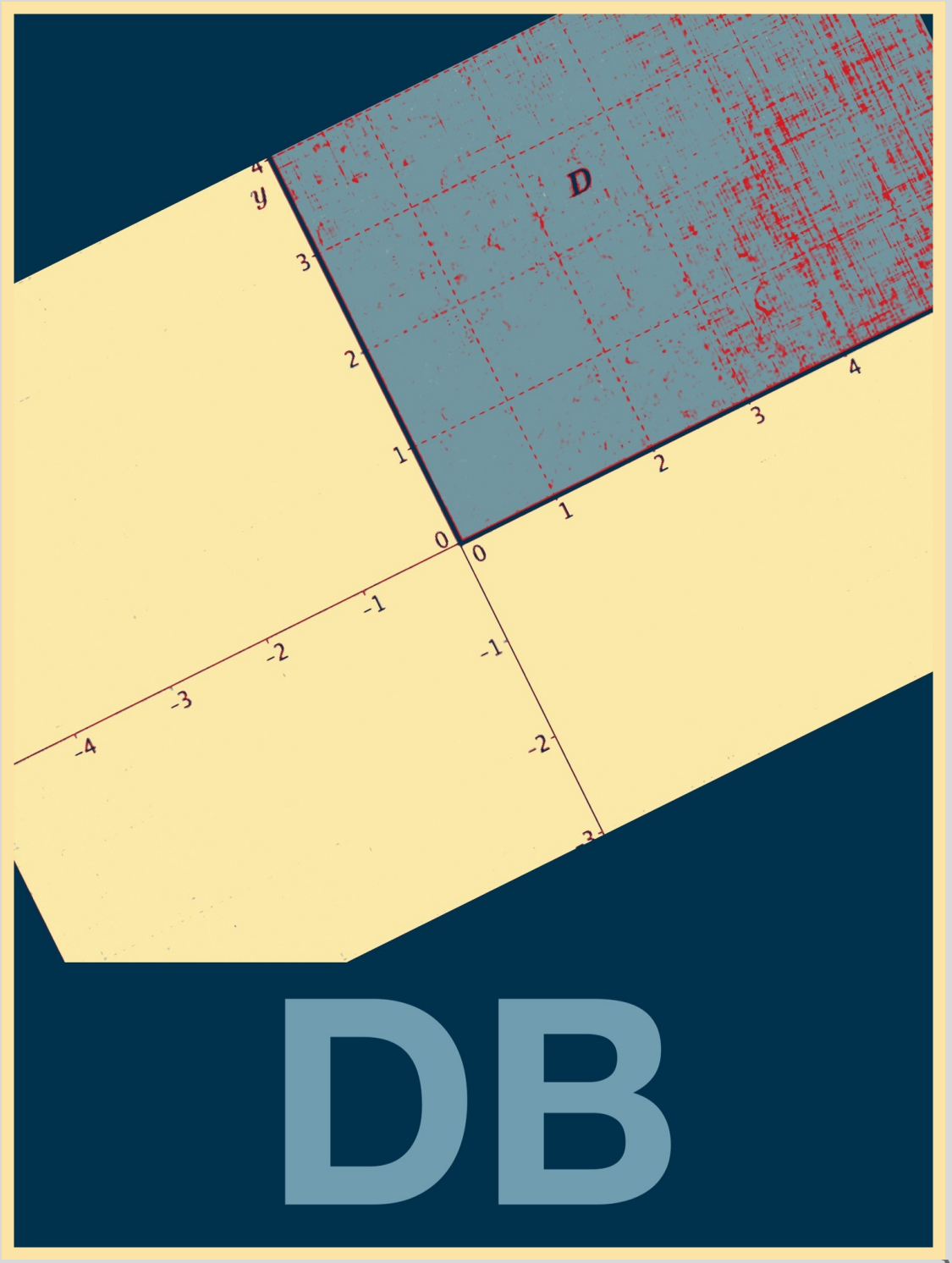


Abb. L17-1: Definitionsbereich der Funktion z = f (x, y)

$$f(x,\ y) = \frac{1}{\sqrt{x\ y}}, \qquad D = \{\,(x,\ y) \in \mathbb{R}^2 \quad |\, x,\ y > 0, \quad x,\ y < 0\,\}$$

$$W(f) = (0,\ \infty)$$


D
y
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
0
1
2
3
4
DB