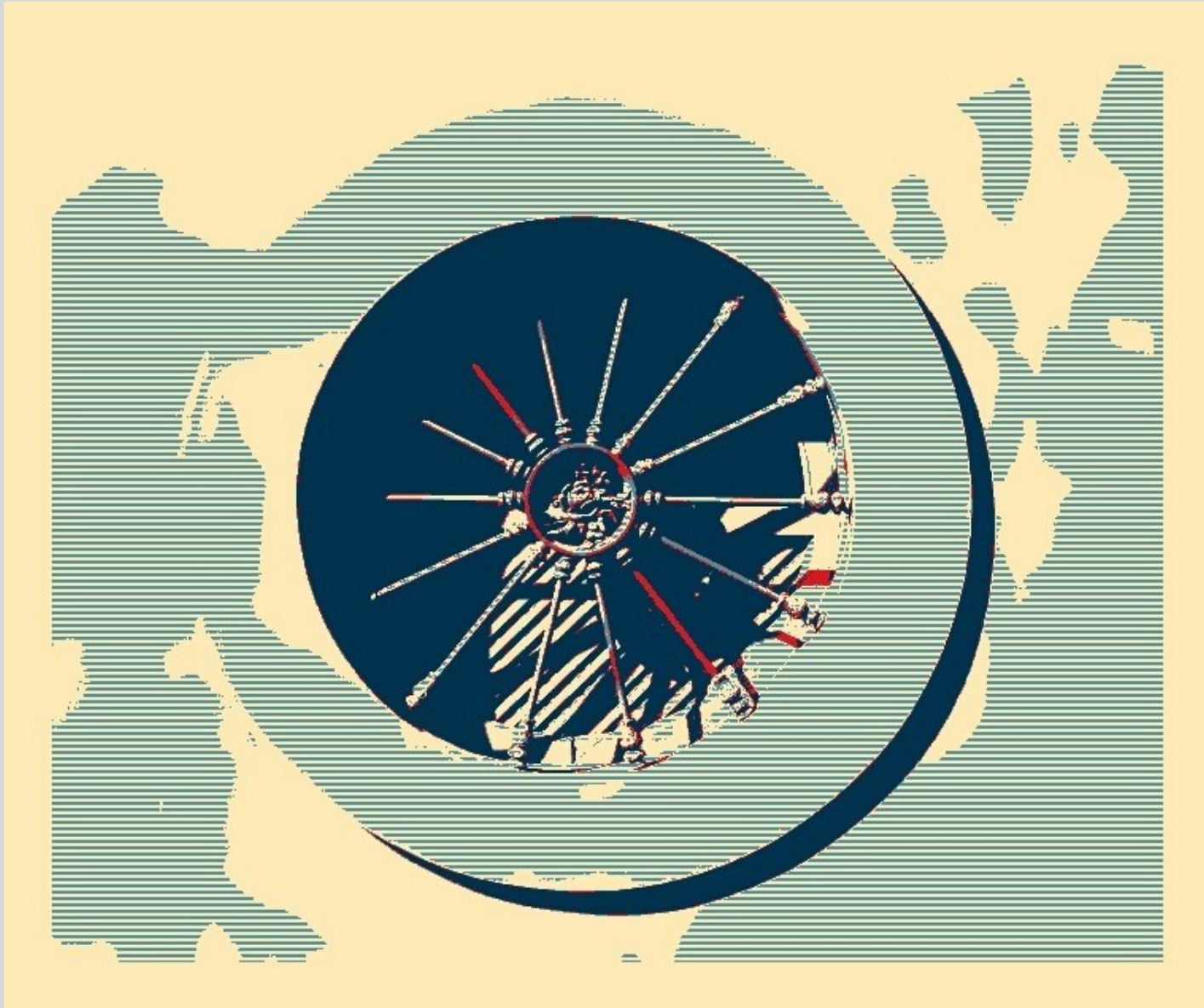




Kreisgleichung: Aufgaben

Kreisgleichung: Aufgabe 1

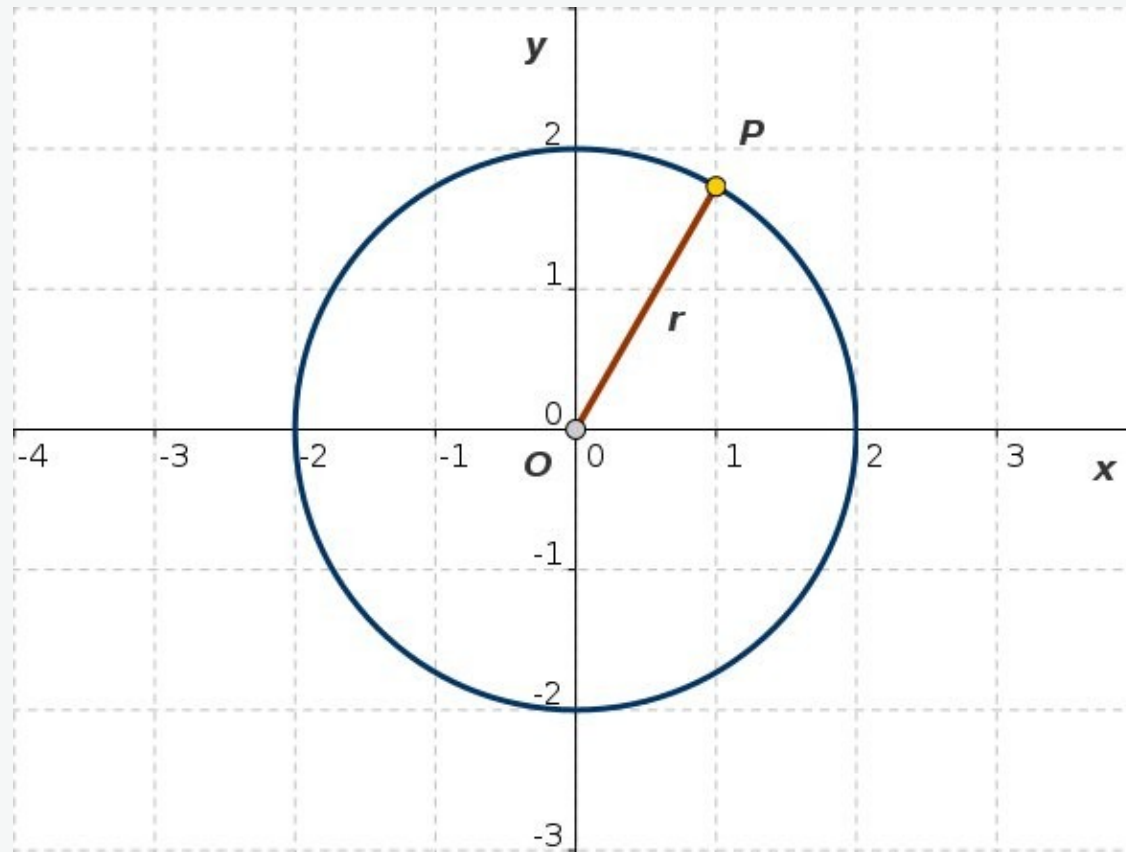


Abb. 1: Kreis mit Gleichung $x^2 + y^2 = 4$

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie die Schnittpunkte einer Geraden g mit einem Kreis k :

$$k: x^2 + y^2 = 4$$

$$g: a) y = x - 2, \quad b) y = x - 4, \quad c) y = 2$$

Bestimmen Sie die Gleichung eines Kreises mit

- a) Mittelpunkt im Ursprung $O(0, 0)$ und Radius $R = 3$;
- b) Mittelpunkt im Punkt $M(2, -3)$ und Radius $R = 7$;
- c) Mittelpunkt im Punkt $M(6, -8)$; der Punkt $(0, 0)$ soll auf dem Kreis liegen
- d) Mittelpunkt im Punkt $M(-1, 2)$; der Punkt $(2, 6)$ soll auf dem Kreis liegen
- e) den Punkten $A(3, 2)$ und $B(-1, 6)$, die sich diametral gegenüber liegen, d.h. die Enden eines Durchmessers sind.

Welche der Gleichungen beschreiben einen Kreis? Bestimmen Sie gegebenenfalls die Mittelpunkte und die Radien

$$a) (x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 25$$

$$b) (x + 2)^2 + y^2 = 64$$

$$c) (x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 0$$

$$d) x^2 + (y - 5)^2 = 5$$

$$e) x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$$

$$f) x^2 + y^2 - 2x + 4y + 14 = 0$$

$$g) x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$$

$$h) x^2 + y^2 + x = 0$$

$$i) x^2 + y^2 + 6x - 4y + 14 = 0$$

$$j) x^2 + y^2 + y = 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x - 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + (x - 2)^2 = 4 \\ y = x - 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 2x = 0 \\ y = x - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x - 2) = 0 \\ y = x - 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 0, & x_2 = 2 \\ y_1 = -2, & y_2 = 0 \end{cases}$$

Die Schnittpunkte der Geraden g mit dem Kreis k sind $A(0, -2)$ und $B(2, 0)$.

Kreisgleichung: Lösung 1a

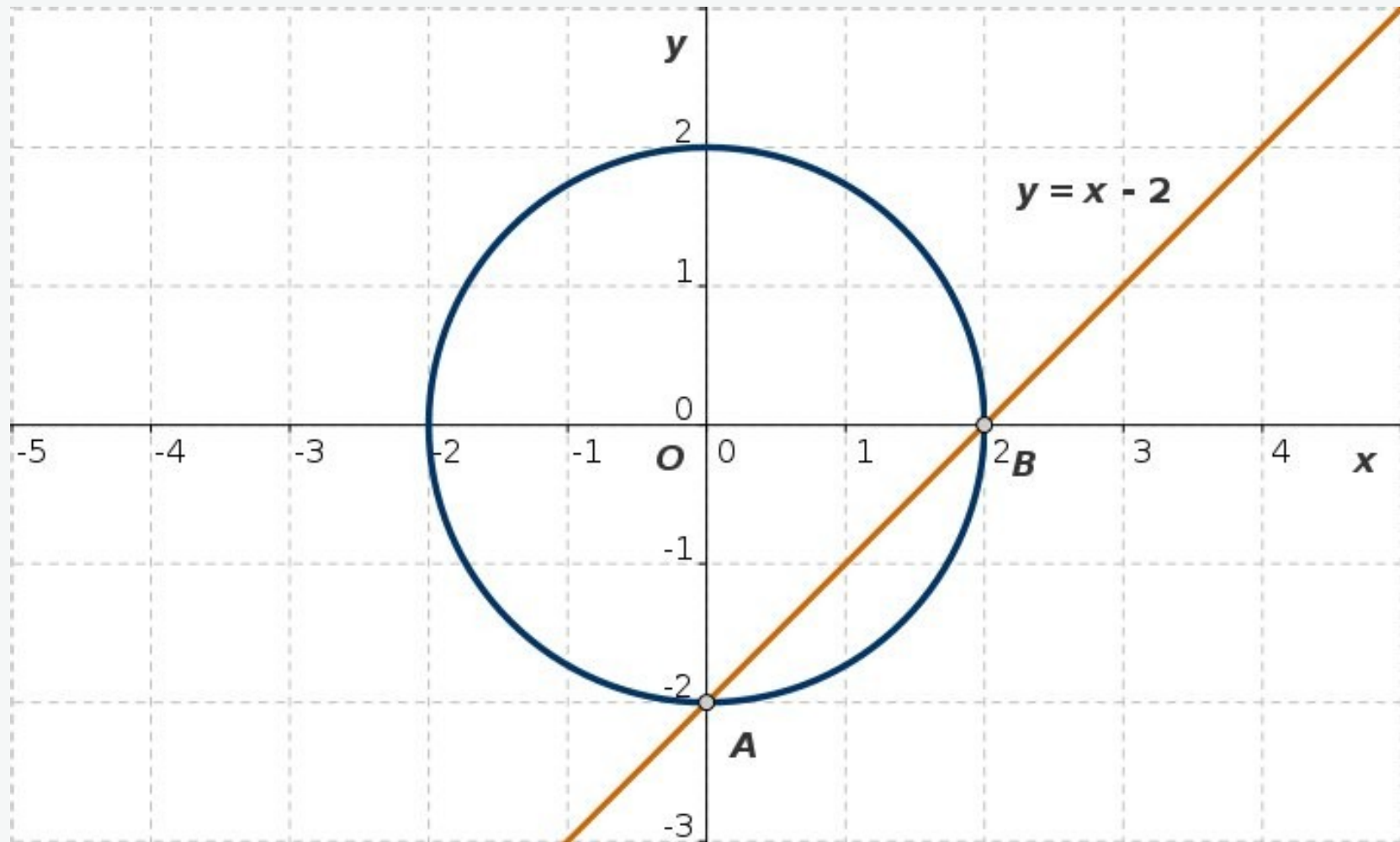


Abb. L1a: Graphische Darstellung der Lösung der Aufgabe: Kreis mit Mittelpunkt im Koordinatenursprung und Radius 2. Schnittpunkte $A(0, -2)$ und $B(2, 0)$ des Kreises mit der Geraden $y = x - 2$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x - 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + (x - 4)^2 = 4 \\ y = x - 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 4x + 6 = 0 \\ y = x - 2 \end{cases}$$

Zur Lösung der quadratischen Gleichung: $x^2 - 4x + 6 = 0$

$$x^2 + px + q = 0, \quad p = -4, \quad q = 6$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = 2 \pm \sqrt{4 - 6}$$

Die quadratische Gleichung hat keine reelle Lösung.

Kreisgleichung: Lösung 1b

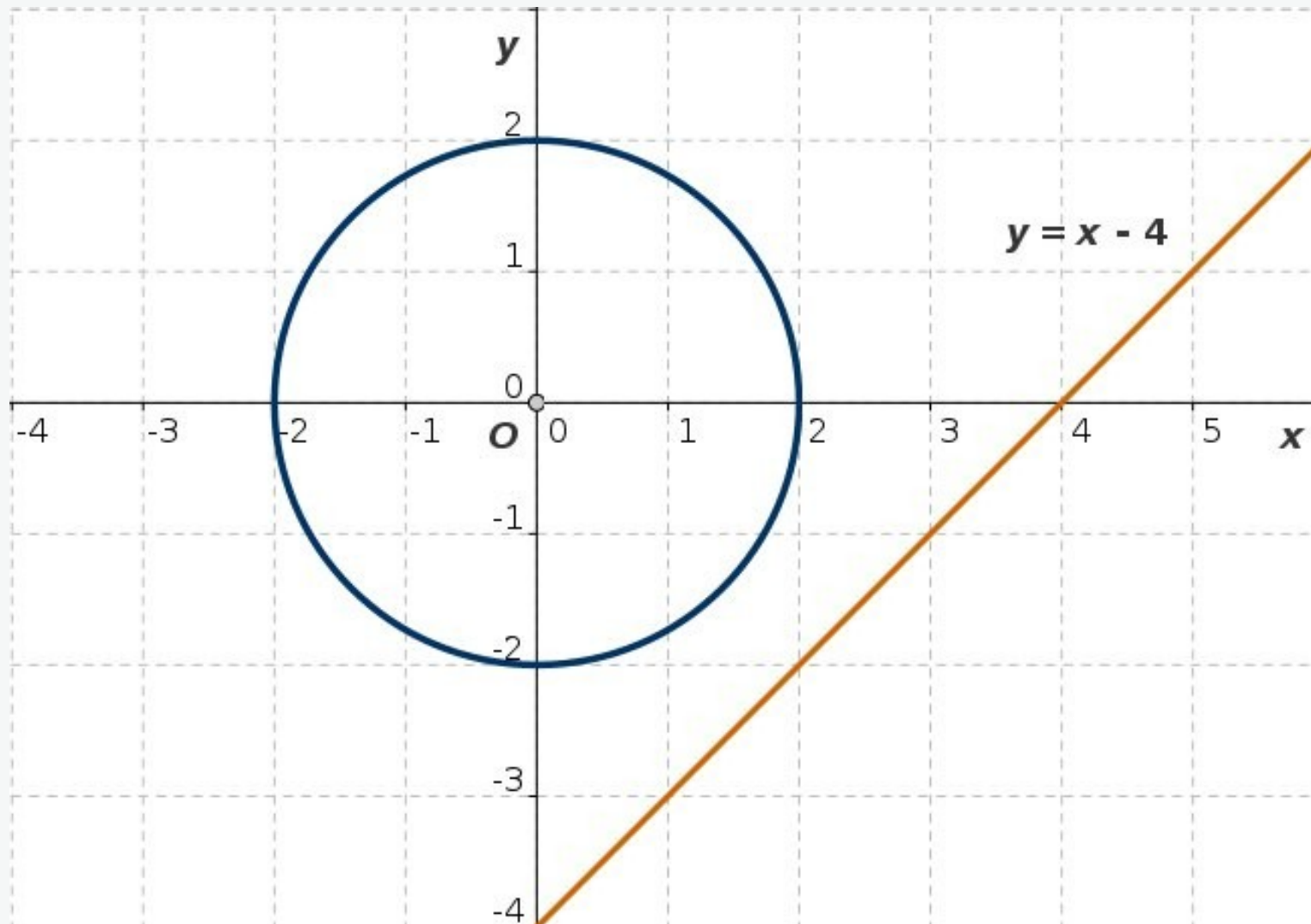


Abb. L1b: Graphische Darstellung der Lösung der Aufgabe: Der Kreis mit Mittelpunkt im Koordinatenursprung und Radius 2 hat keine Schnittpunkte mit der Geraden $y = x - 4$

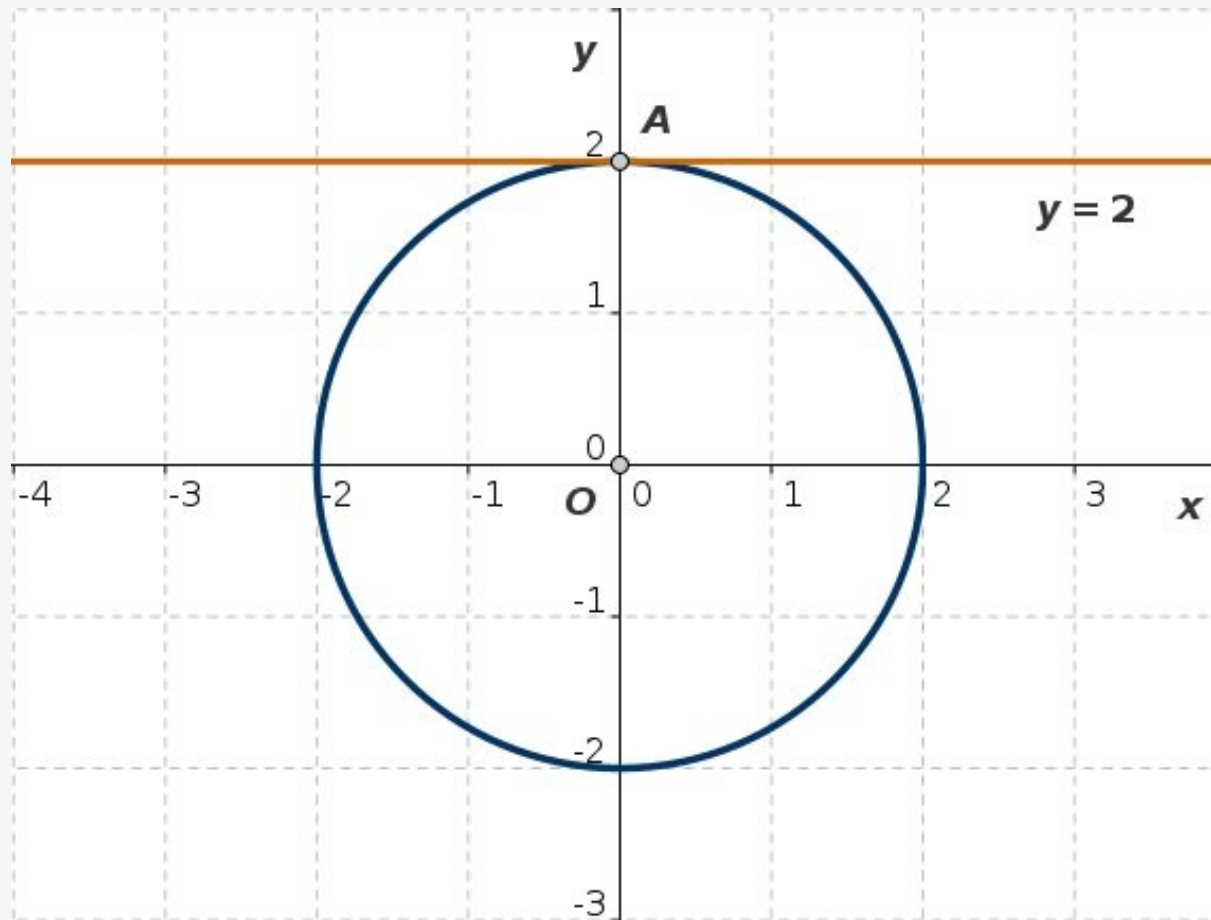


Abb. 11c: Graphische Darstellung der Lösung der Aufgabe: Der Kreis mit Mittelpunkt im Koordinatenursprung und Radius 2 hat einen Schnittpunkt $A(0, 2)$ mit der Geraden $y = 2$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 4 = 4, & x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$a) \ x^2 + y^2 = 9$$

$$b) \ (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 49$$

$$c) \ (x - 6)^2 + (y + 8)^2 = 100$$

$$d) \ (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$$

$$e) \ (x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 8$$

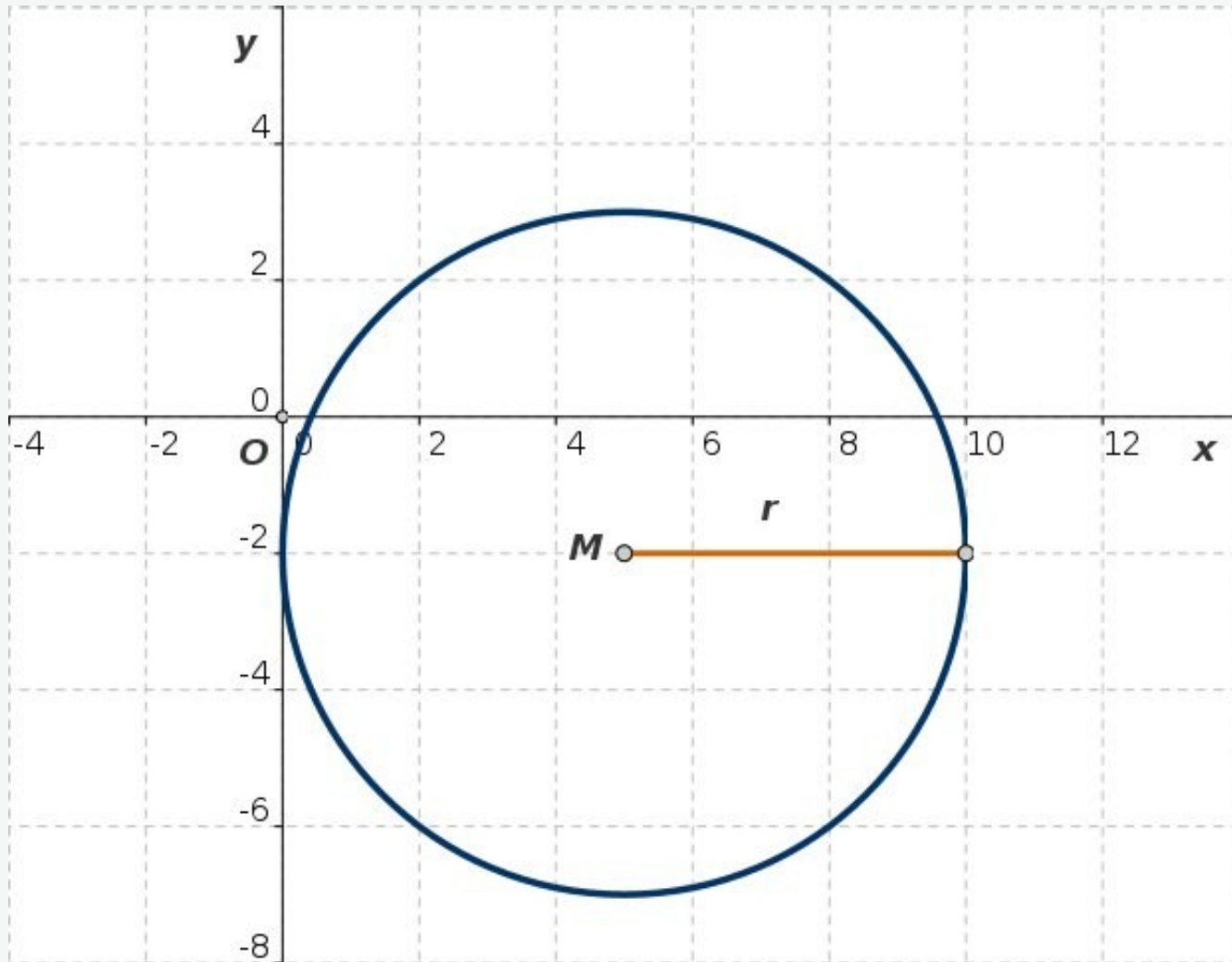


Abb. L3-1: Graphische Darstellung der Gleichung der Aufgabe: Kreis mit Mittelpunkt $M(5, -2)$ und Radius $r = 5$

$$(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 25$$

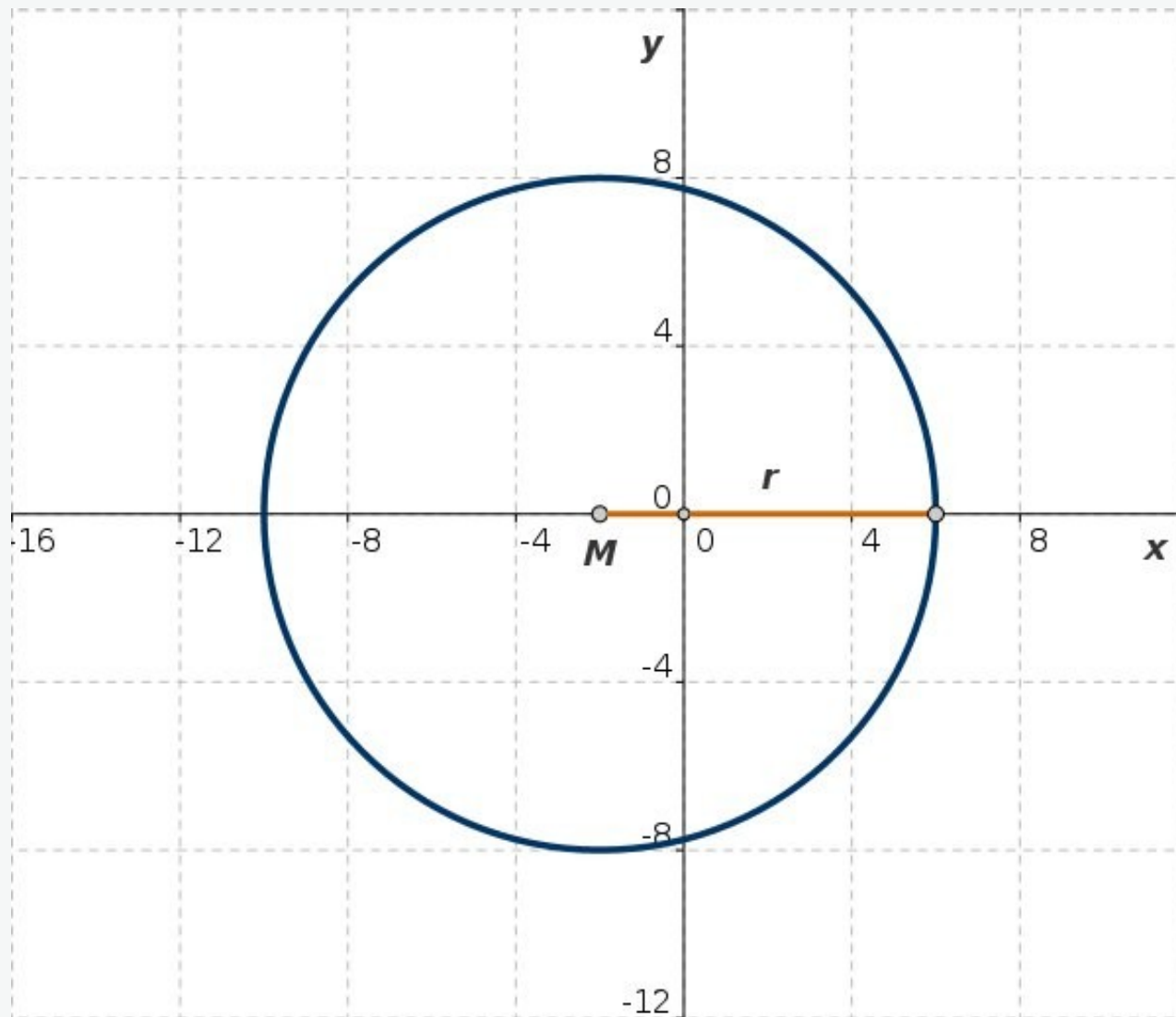


Abb. L3-b: Graphische Darstellung der Gleichung der Aufgabe: Kreis mit Mittelpunkt $M(-2, 0)$ und Radius $r = 8$

$$(x + 2)^2 + y^2 = 64$$

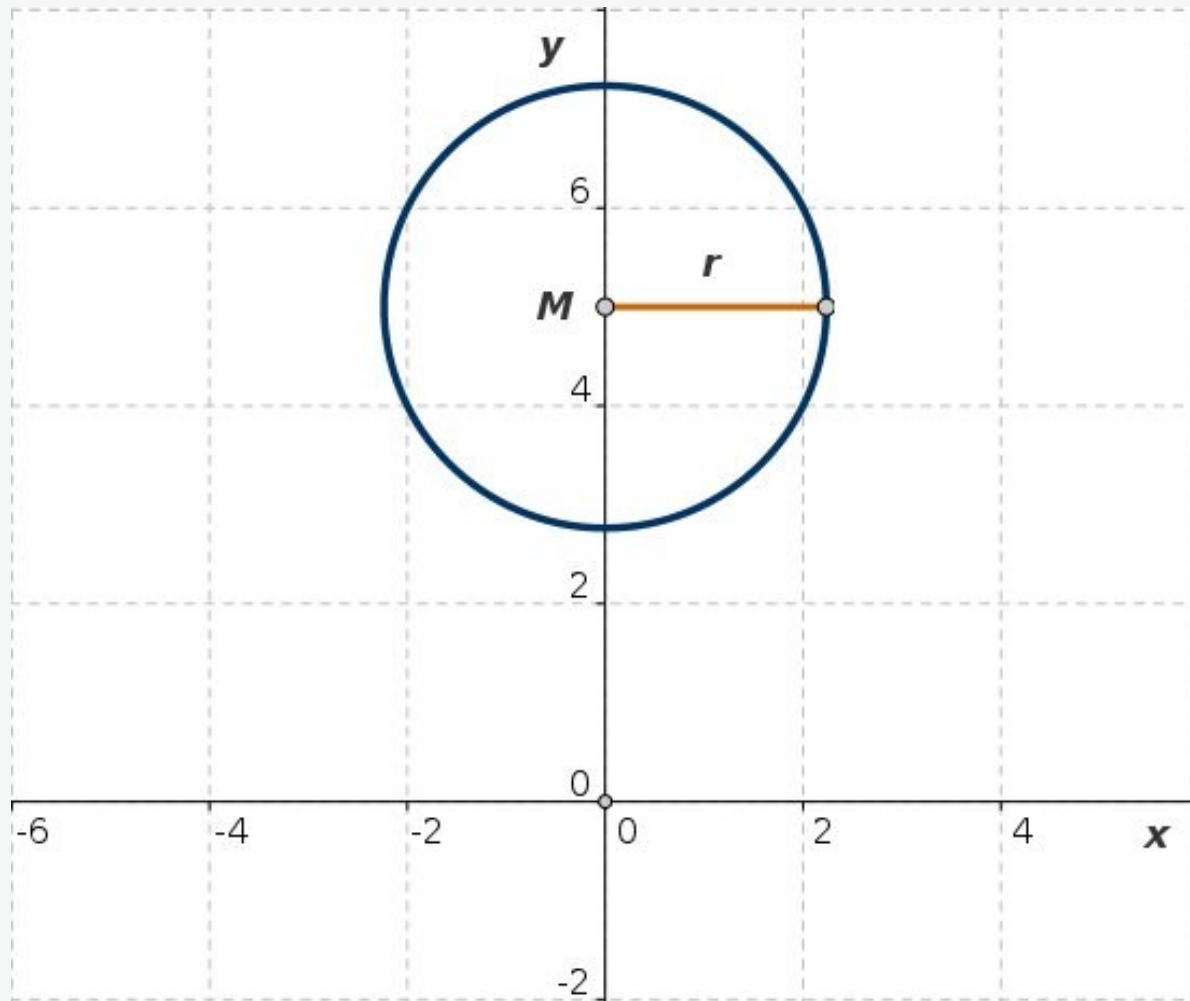


Abb. L3-d: Graphische Darstellung der Gleichung der Aufgabe: Kreis mit Mittelpunkt im $M(0, 5)$ und dem Radius $r = \sqrt{5}$

$$x^2 + (y - 5)^2 = 5 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + (y - 5)^2 = (\sqrt{5})^2$$

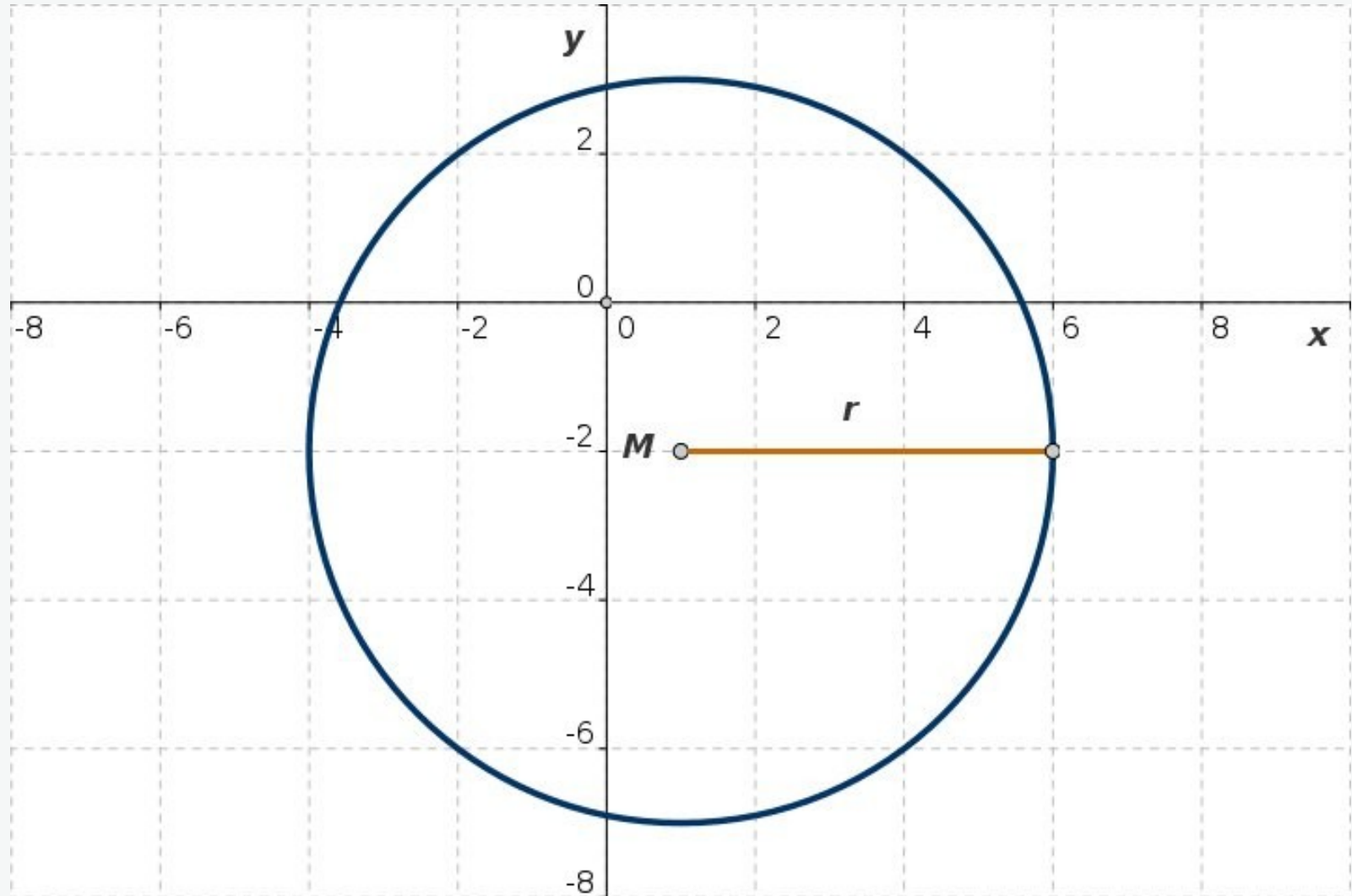


Abb. L3-e: Graphische Darstellung der Gleichung der Aufgabe: Kreis mit Mittelpunkt $M(1, -2)$ und Radius $r = 5$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$$

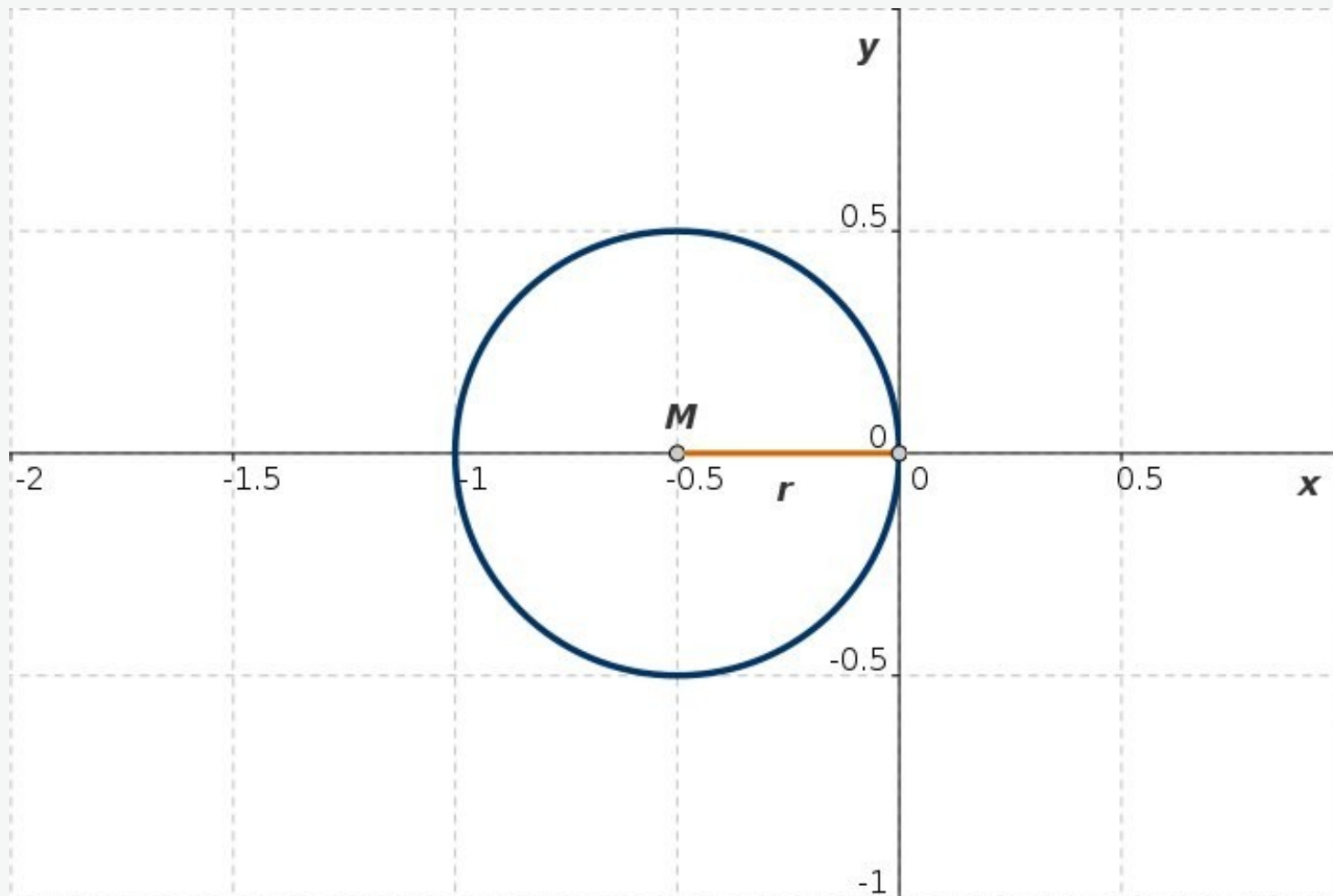
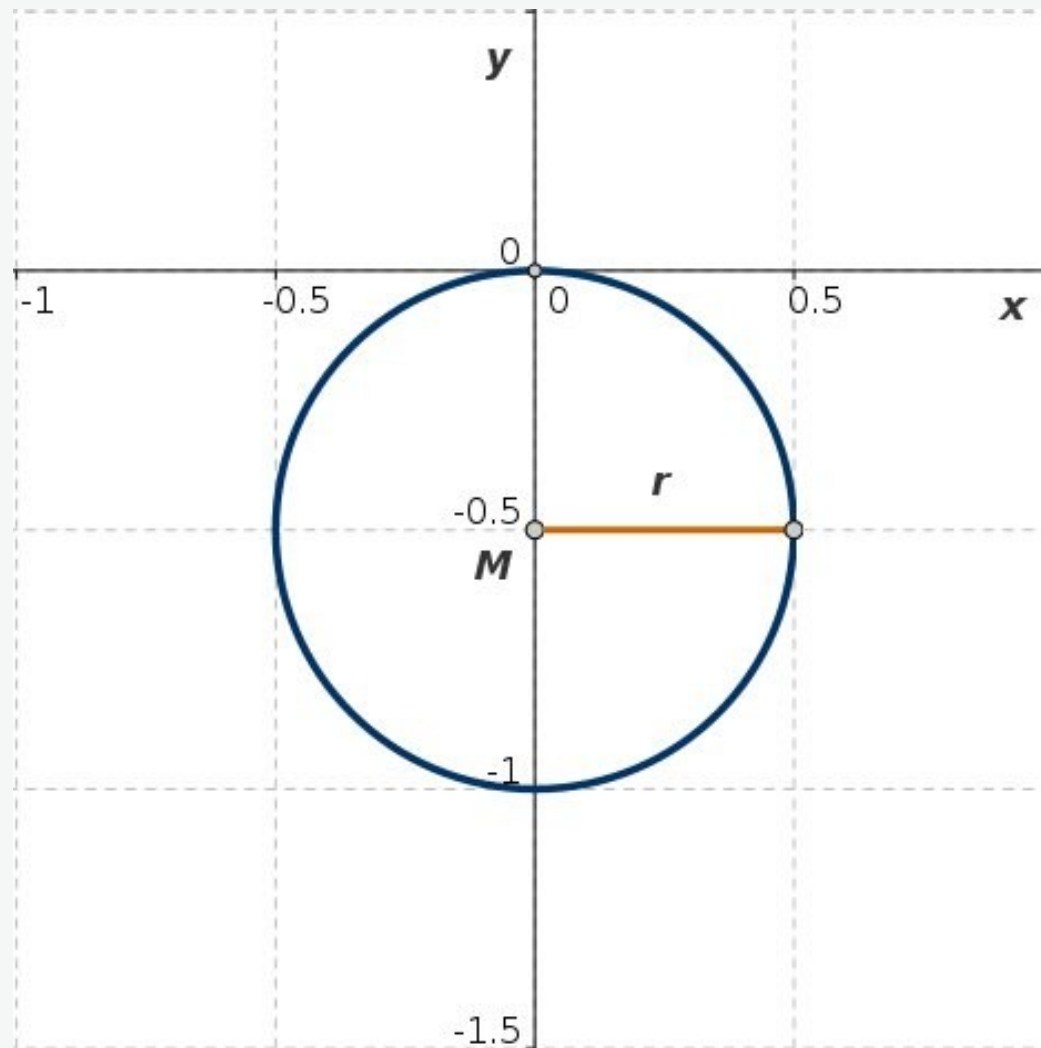


Abb. L3-h: Graphische Darstellung der Gleichung der Aufgabe: Kreis mit Mittelpunkt $M(-0.5, 0)$ und Radius $r = 0.5$

$$x^2 + y^2 + x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x + 0.5)^2 + y^2 = 0.25$$



*Abb. L3-j: Graphische Darstellung der Gleichung der Aufgabe:
Kreis mit Mittelpunkt $M(0, -0.5)$ und Radius $r = 0.5$*

$$x^2 + y^2 + y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$c) (x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 0$$

Diese Gleichung bestimmt einen einzigen Punkt mit den Koordinaten $(5, -2)$

$$f) x^2 + y^2 - 2x + 4y + 14 = 0$$

Diese Gleichung bestimmt weder eine Kurve noch einen Punkt

$$g) x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$$

Diese Gleichung bestimmt einen einzigen Punkt mit den Koordinaten $(-2, 1)$

$$i) x^2 + y^2 + 6x - 4y + 14 = 0$$

Diese Gleichung bestimmt weder eine Kurve noch einen Punkt