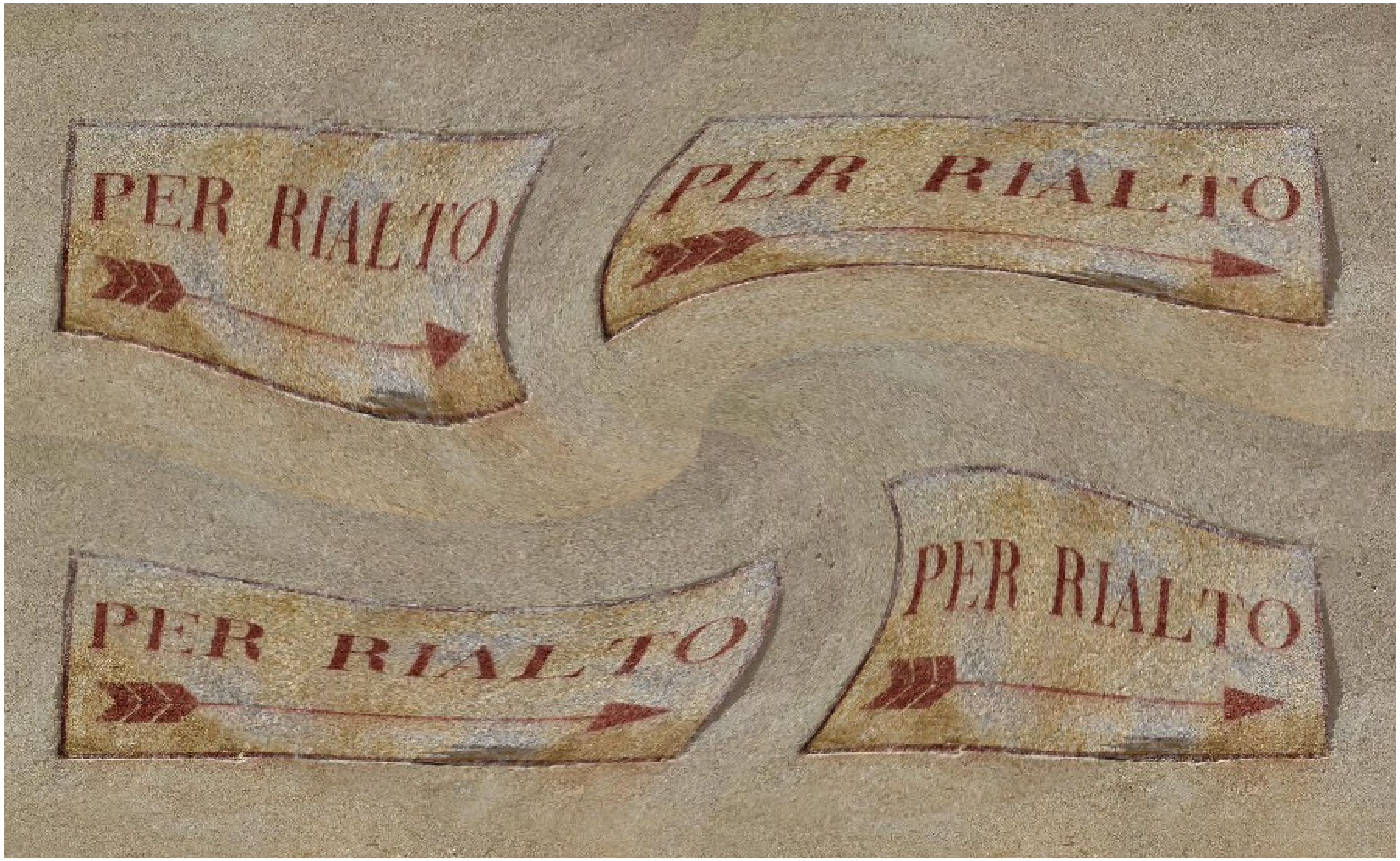

Vektoroperationen: Addition, Multiplikation mit einem Skalar

Aufgaben

Aufgabe 1:

Zwei Vektoren $\boldsymbol{u}$ und $\boldsymbol{v}$ sind gegeben.

a) $\boldsymbol{u} = (3, 0); \quad \boldsymbol{v} = (1, 2)$

b) $\boldsymbol{u} = (2, 0); \quad \boldsymbol{v} = (-1, 3)$

c) $\boldsymbol{u} = (3, -1); \quad \boldsymbol{v} = (1, 2)$

Bestimmen Sie und zeichnen Sie folgende Vektoren:

1) $\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}$; 2) $\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}$; 3) $\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}$; 4) $-\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}$

Aufgabe 2:

Zwei Vektoren $\boldsymbol{u}$ und $\boldsymbol{v}$ sind gegeben.

a) $\boldsymbol{u} = (2, 0); \quad \boldsymbol{v} = (1, 2)$

b) $\boldsymbol{u} = (1, 0); \quad \boldsymbol{v} = (-1, 2)$

Bestimmen Sie und zeichnen Sie folgende Vektoren:

1) $\boldsymbol{u} + 2\,\boldsymbol{v}$; 2) $0.5\,\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}$; 3) $2\,\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}$; 4) $-0.5\,\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}$

Aufgabe 3:

Zeigen Sie an einem Beispiel, dass die Addition von Vektoren assoziativ ist, d.h.

$$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$$

Aufgabe 4:

Drei Vektoren ***u*, *v*** und ***w*** sind gegeben

$a)\quad \vec{u} = (1,\ 0,\ 2), \qquad \vec{v} = (-1,\ 3,\ -1), \qquad \vec{w} = (1,\ 2,\ 3)$

$b)\quad \vec{u} = (-1,\ 2,\ 0), \qquad \vec{v} = (0,\ -4,\ 1), \qquad \vec{w} = (1,\ 2,\ -1)$

Bestimmen Sie folgende Vektoren:

$$3\,\vec{u} + 2\,\vec{v} + \vec{w}\,; \qquad 2\,\vec{u} + \vec{v} + \frac{1}{2}\,\vec{w}\,; \qquad \frac{1}{4}\left(3\,(\vec{u} - 2\,\vec{v}) - \vec{w}\right)$$

Aufgabe 5:

Bestimmen Sie die Länge bzw. den Betrag folgender Vektoren

$a)\quad \vec{u} = (\sqrt{4}\,,\ \sqrt{5}\,), \qquad \vec{v} = (\sqrt{3}\,,\ 1)$

$b)\quad \vec{u} = (\sqrt{3}\,,\ \sqrt{6}\,,\ 0), \qquad \vec{v} = (1,\ 2,\ 2), \qquad \vec{w} = (1,\ 2,\ -1)$

$c)\quad \vec{u} = (\sqrt{2}\,,\ \sqrt{2}\,,\ -\sqrt{3}\,,\ 1,\ -1), \qquad \vec{v} = (3,\ -2,\ -1,\ \sqrt{10}\,,\ 1)$

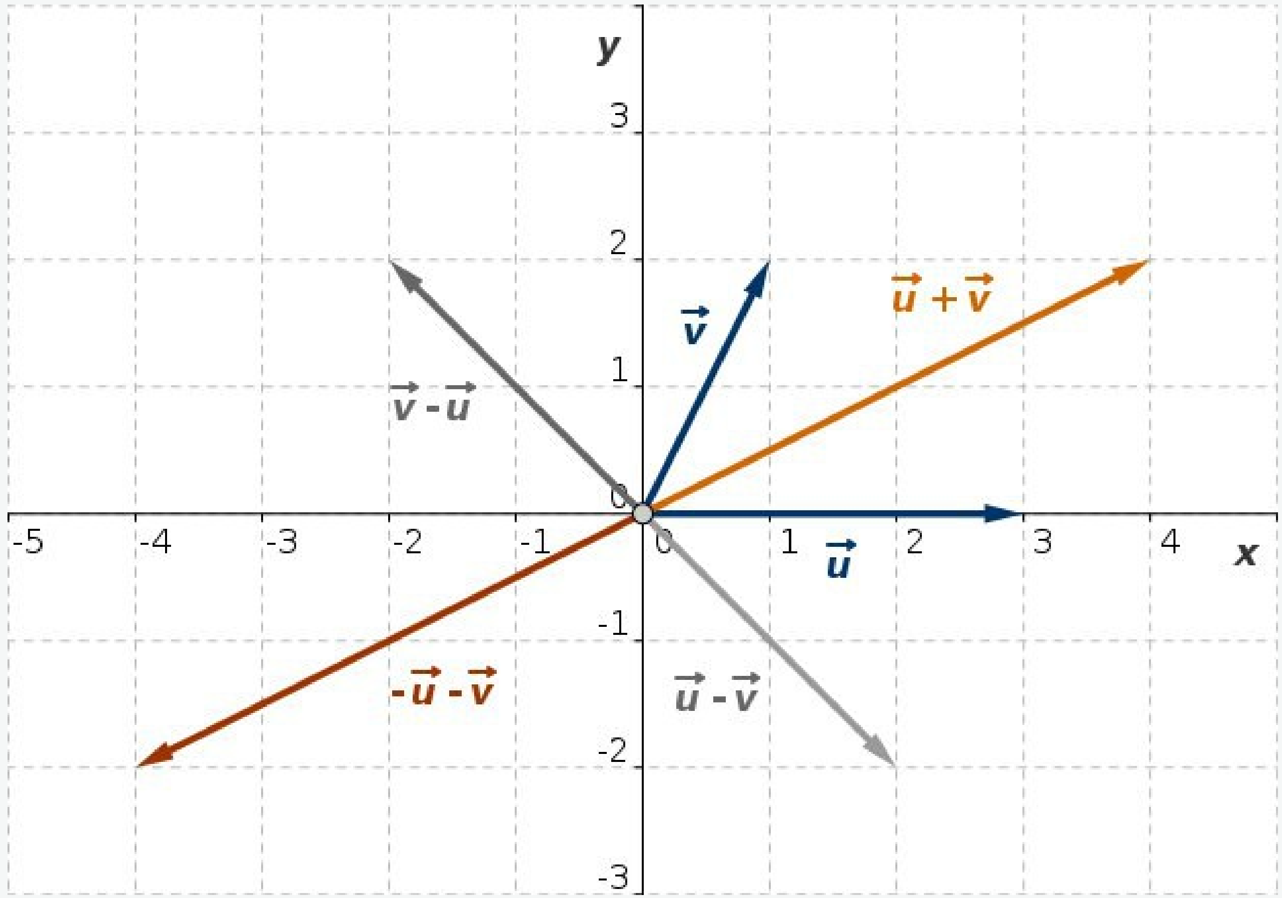

Abb. L1a: Vektoren der Aufgabe 1a

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad \vec{u} - \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v} - \vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad -\vec{u} - \vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

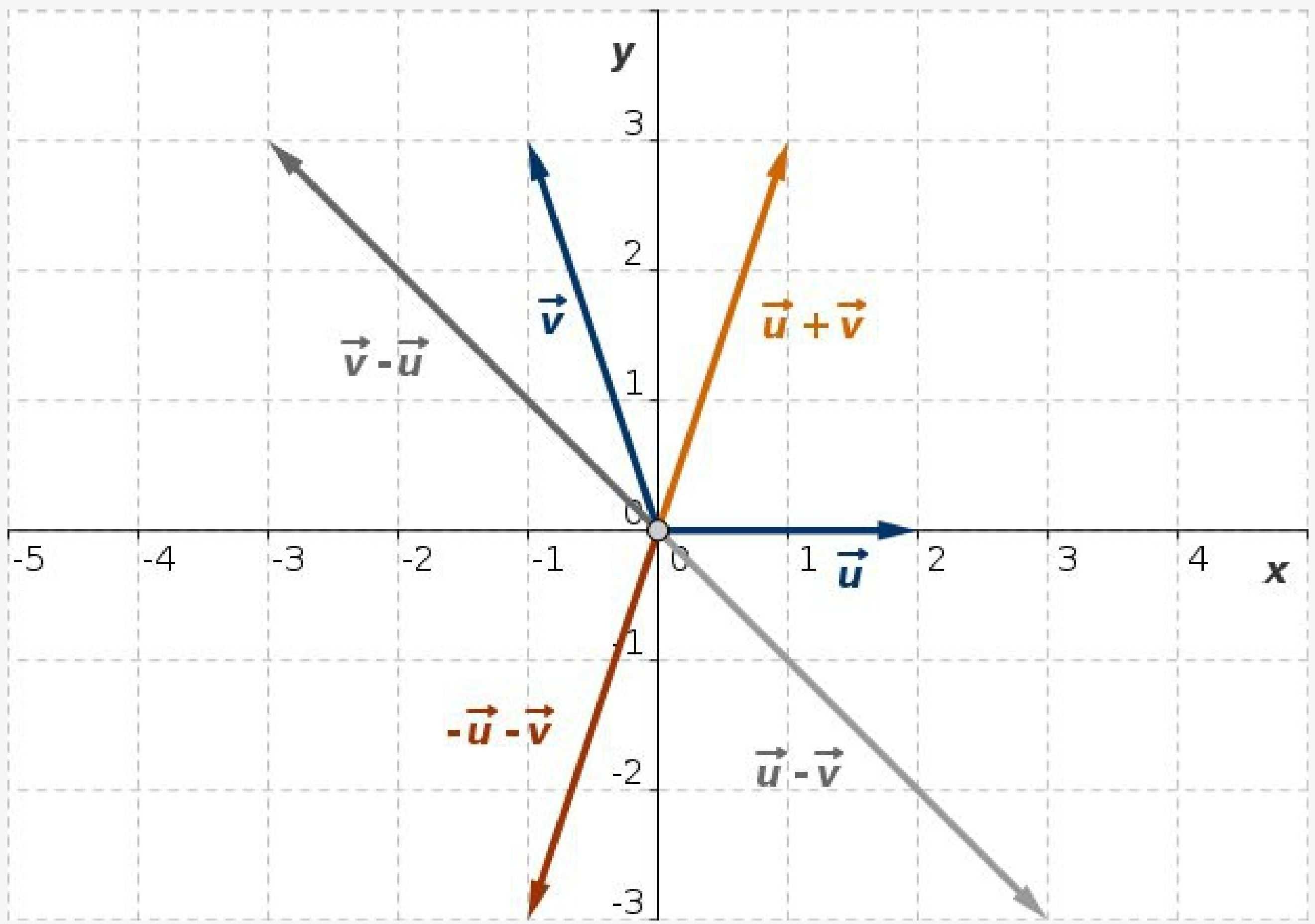

Abb. L1b: Vektoren der Aufgabe 1b

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{u} - \vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} - \vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad -\vec{u} - \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

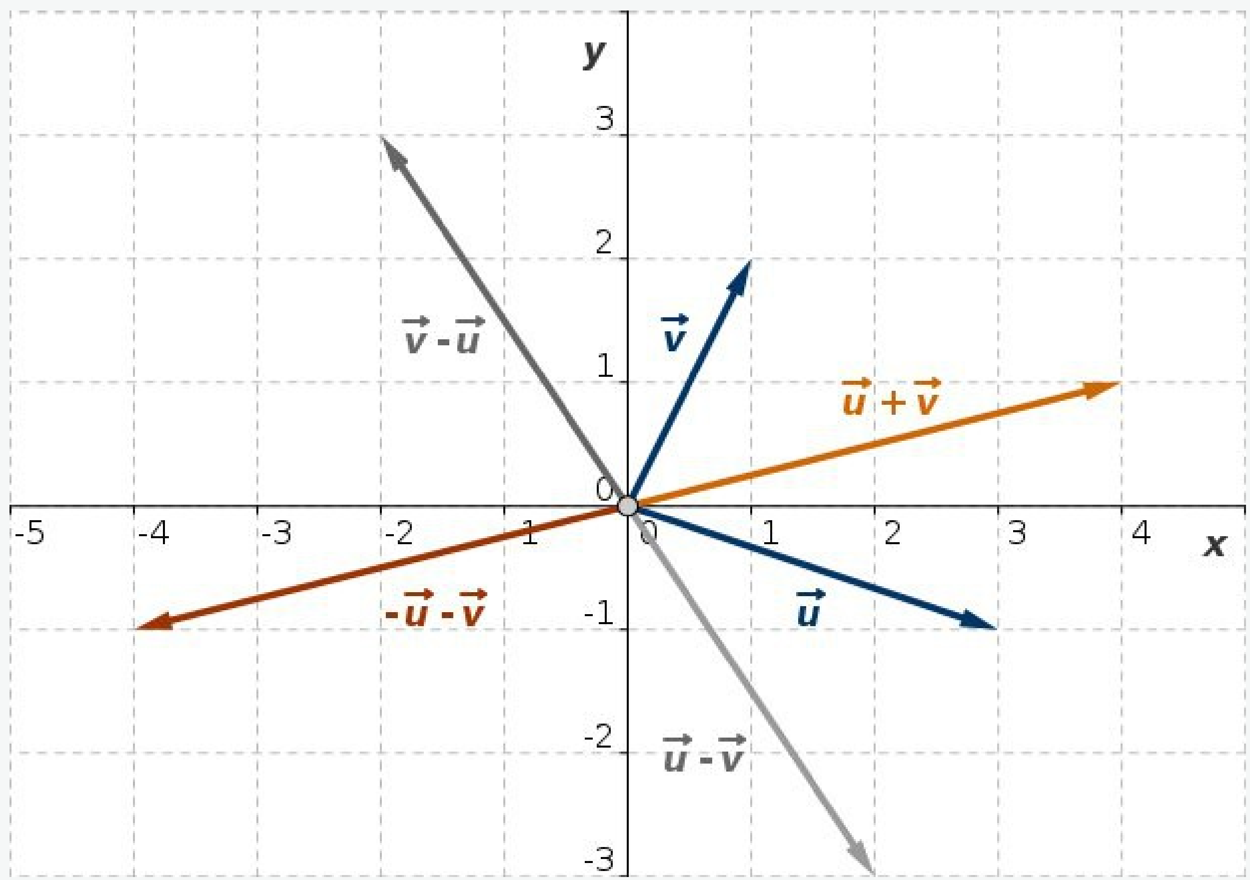

Abb. L1c: Vektoren der Aufgabe 1c

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{u} - \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} - \vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad -\vec{u} - \vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

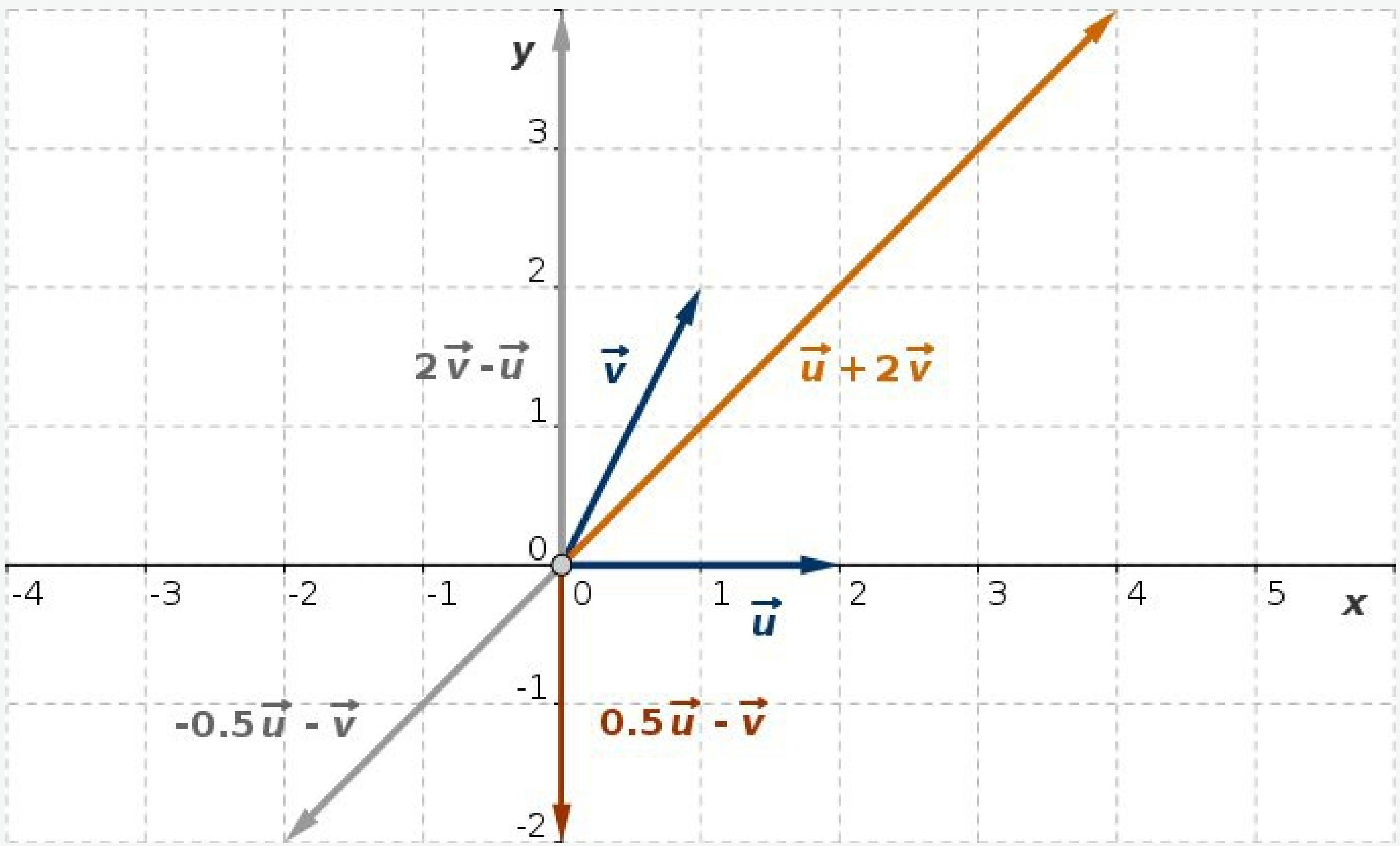

Abb. L2a: Vektoren der Aufgabe 2a

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} + 2\,\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \frac{\vec{u}}{2} - \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad 2\,\vec{v} - \vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad -\frac{\vec{u}}{2} - \vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

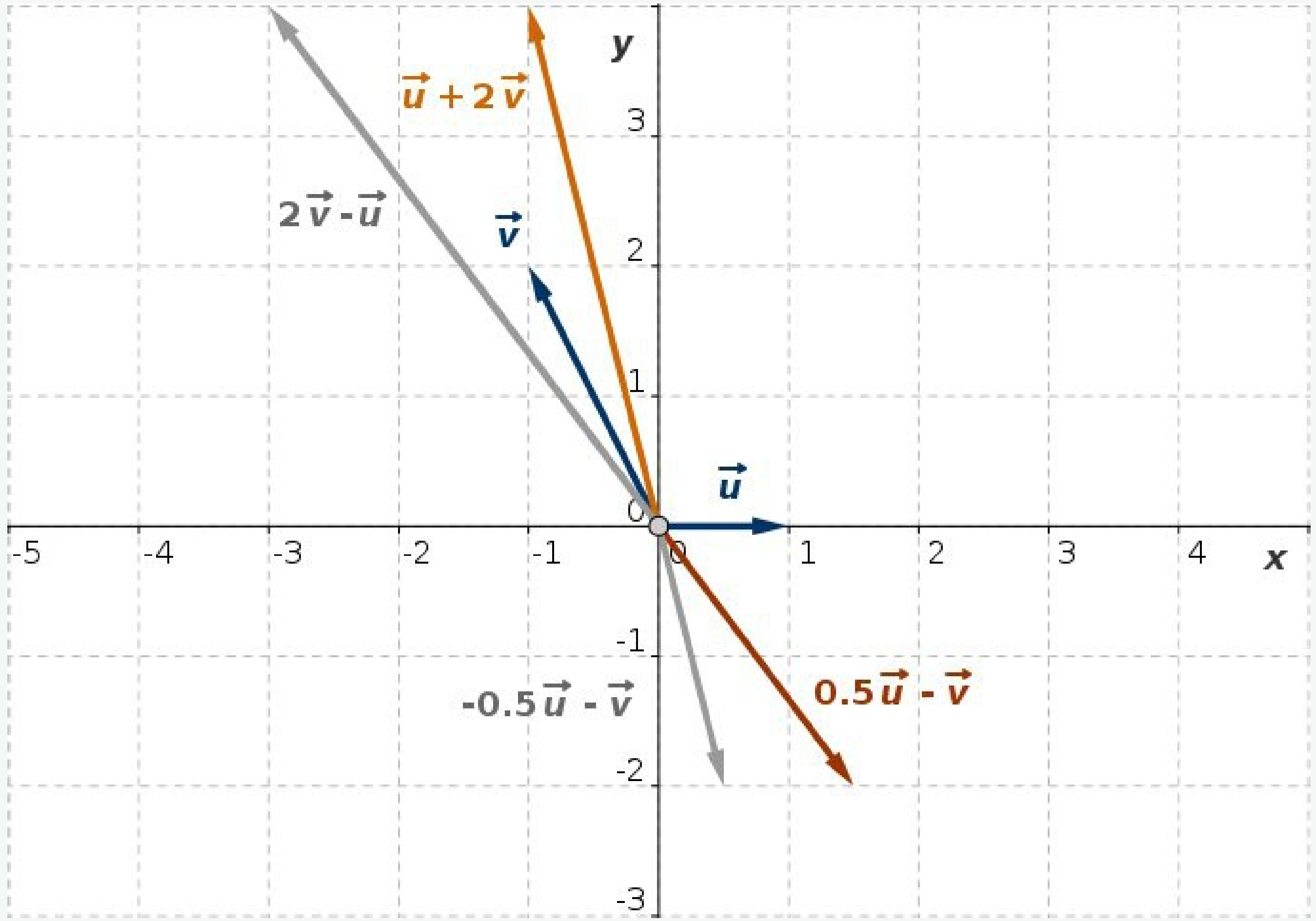

Abb. L2b: Vektoren der Aufgabe 2b

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} + 2\,\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \frac{\vec{u}}{2} - \vec{v} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad 2\,\vec{v} - \vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad -\frac{\vec{u}}{2} - \vec{v} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

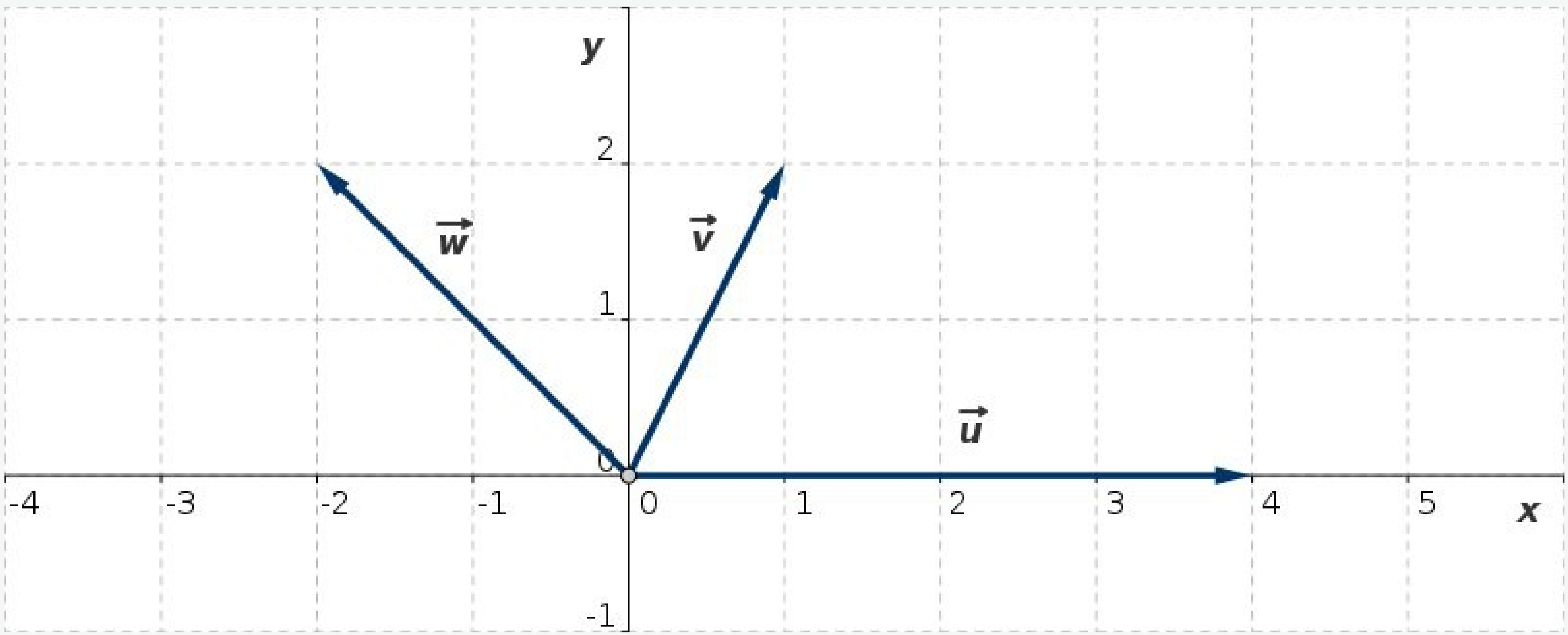

Abb. L3a: Drei Vektoren ***u****,* ***v*** *und* ***w***

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad \vec{w} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

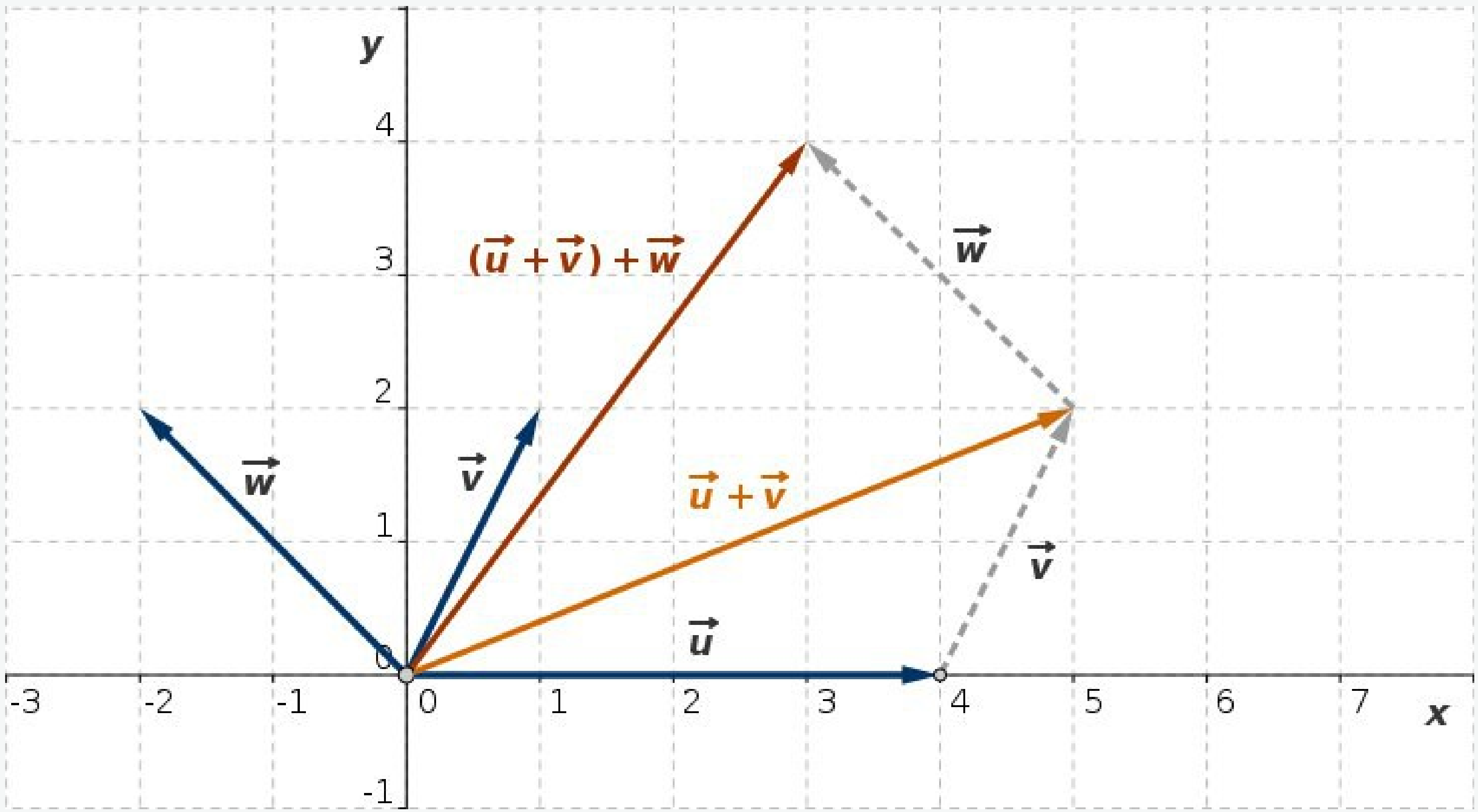

Abb. L3b: Zur Darstellung eines Vektors ***(u + v) + w***

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

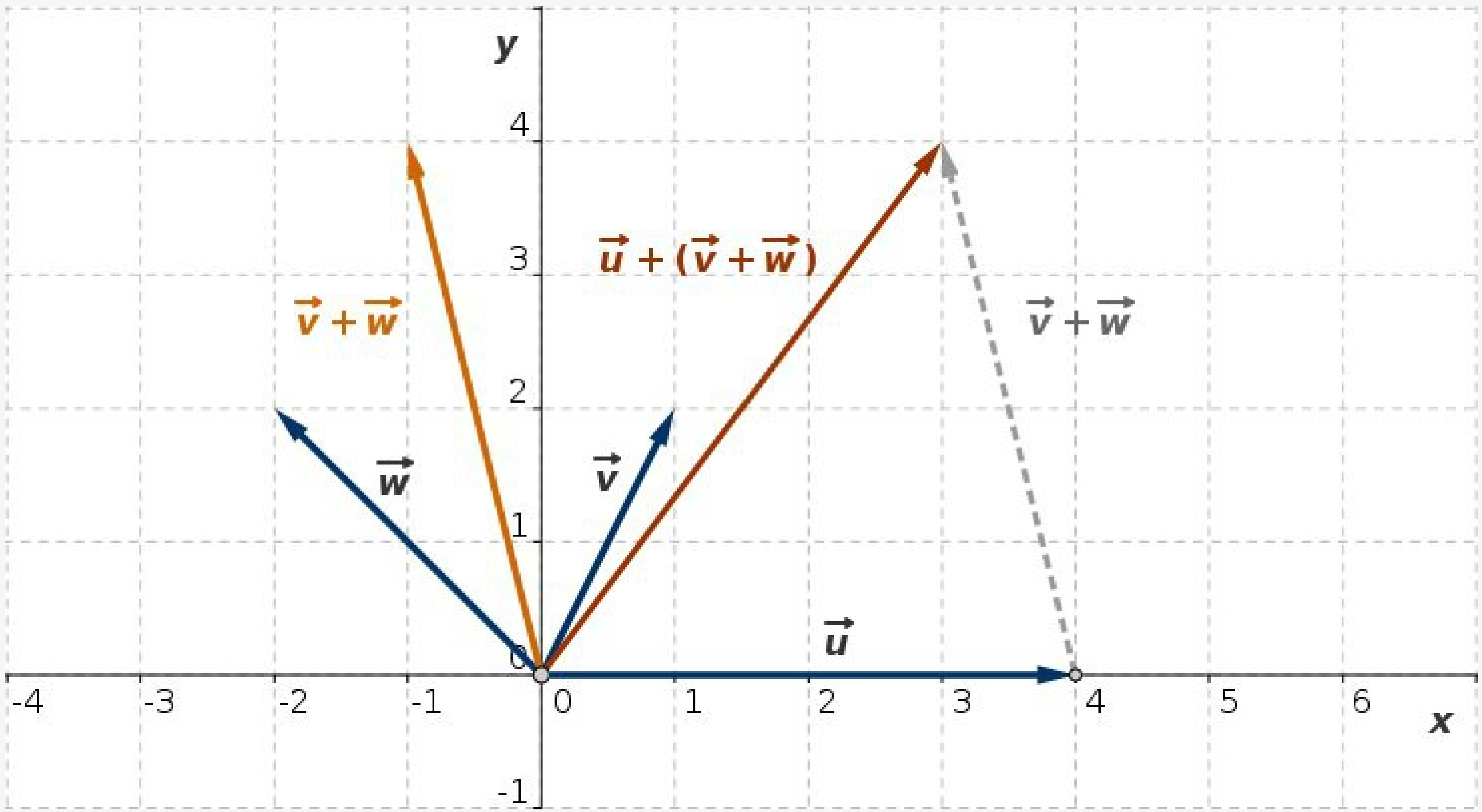

*Abb. L3c: Zur Darstellung eines Vektors **u** + (**v** + **w**)*

$$\vec{v} + \vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \qquad \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$a)\quad \vec{u} = (1,\ 0,\ 2)\,, \qquad \vec{v} = (-1,\ 3,\ -1)\,, \qquad \vec{w} = (1,\ 2,\ 3)$

$$3\,\vec{u} + 2\,\vec{v} + \vec{w} = (2,\ 8,\ 7)$$

$$2\,\vec{u} + \vec{v} + \frac{1}{2}\,\vec{w} = \left(\frac{3}{2},\ 4,\ \frac{9}{2}\right)$$

$$\frac{1}{4}\left(3\,(\vec{u} - 2\,\vec{v}) - \vec{w}\right) = \left(2,\ -5,\ \frac{9}{4}\right)$$

$b)\quad \vec{u} = (-1,\ 2,\ 0)\,, \qquad \vec{v} = (0,\ -4,\ 1)\,, \qquad \vec{w} = (1,\ 2,\ -1)$

$$3\,\vec{u} + 2\,\vec{v} + \vec{w} = (-2,\ 0,\ 1)$$

$$2\,\vec{u} + \vec{v} + \frac{1}{2}\,\vec{w} = \left(-\frac{3}{2},\ 1,\ \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{1}{4}\left(3\,(\vec{u} - 2\,\vec{v}) - \vec{w}\right) = \left(-1,\ 7,\ -\frac{5}{4}\right)$$

$a)\ \ \vec{u} = (\sqrt{4}\,,\ \sqrt{5}\,), \quad |\,\vec{u}\,| = 3, \qquad \vec{v} = (\sqrt{3}\,,\ 1), \quad |\,\vec{v}\,| = 2$

$b)\ \ \vec{u} = (\sqrt{3}\,,\ \sqrt{6}\,,\ 0), \quad |\,\vec{u}\,| = 3, \qquad \vec{v} = (1,\ 2,\ 2), \quad |\,\vec{v}\,| = 3$

$\vec{w} = (1,\ 2,\ -1), \quad |\,\vec{w}\,| = \sqrt{6}$

$c)\ \ \vec{u} = (\sqrt{2}\,,\ \sqrt{2}\,,\ -\sqrt{3}\,,\ 1,\ -1), \quad |\,\vec{u}\,| = 3$

$\vec{v} = (3,\ -2,\ -1,\ \sqrt{10}\,,\ 1), \quad |\,\vec{v}\,| = 5$