http://www.youtube.com/watch?v=WSt3y8NZT_4&feature=channel

*Wie entstehen neue Funktionen: Teil 2*

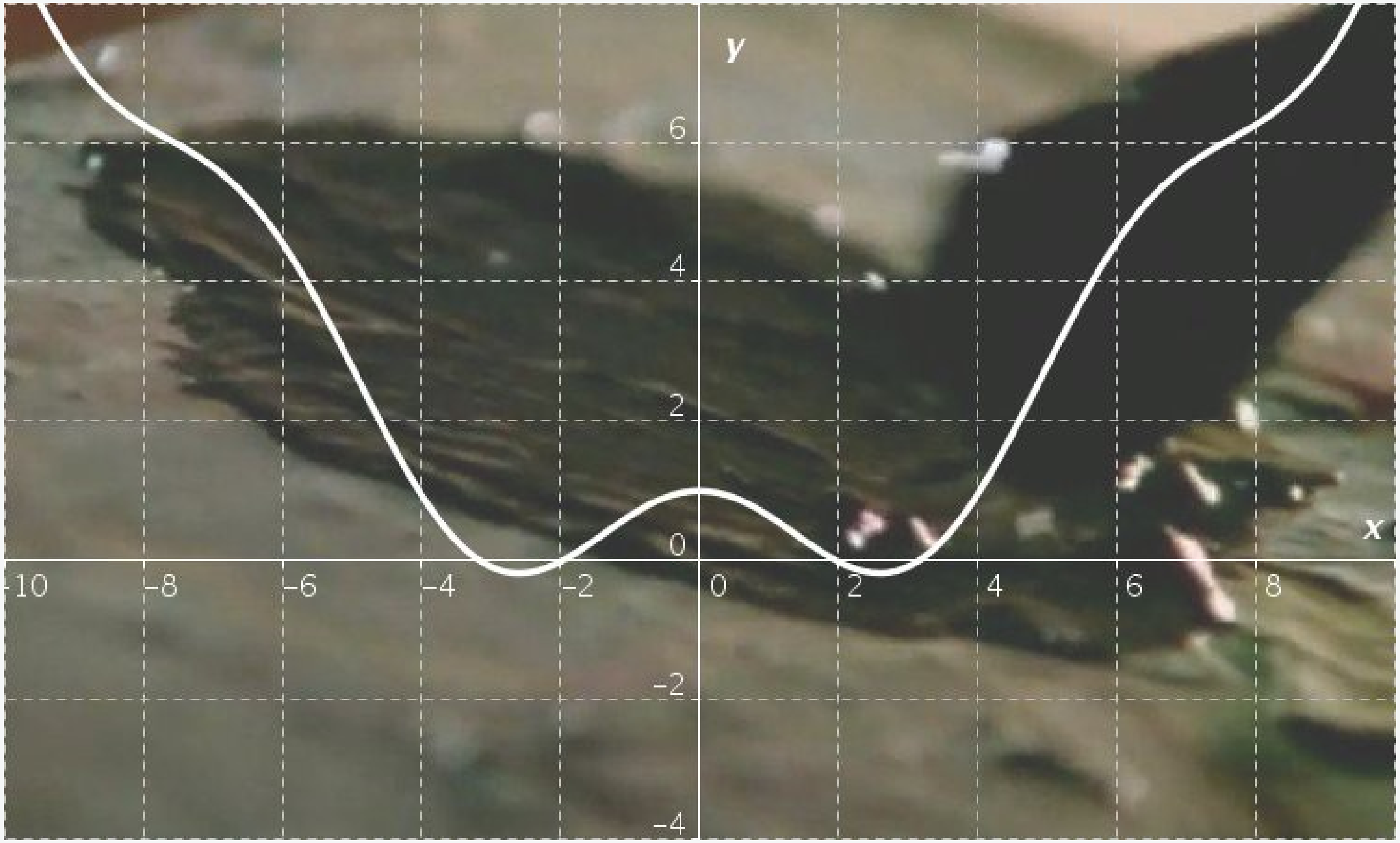


*Abb. 6-E1: Darstellung einer Funktion*

Wie sieht die Funktion $y = f(x)$ aus? Wie eine Parabel?

Es hängt davon ab, an welcher Stelle man diese Funktion betrachtet.

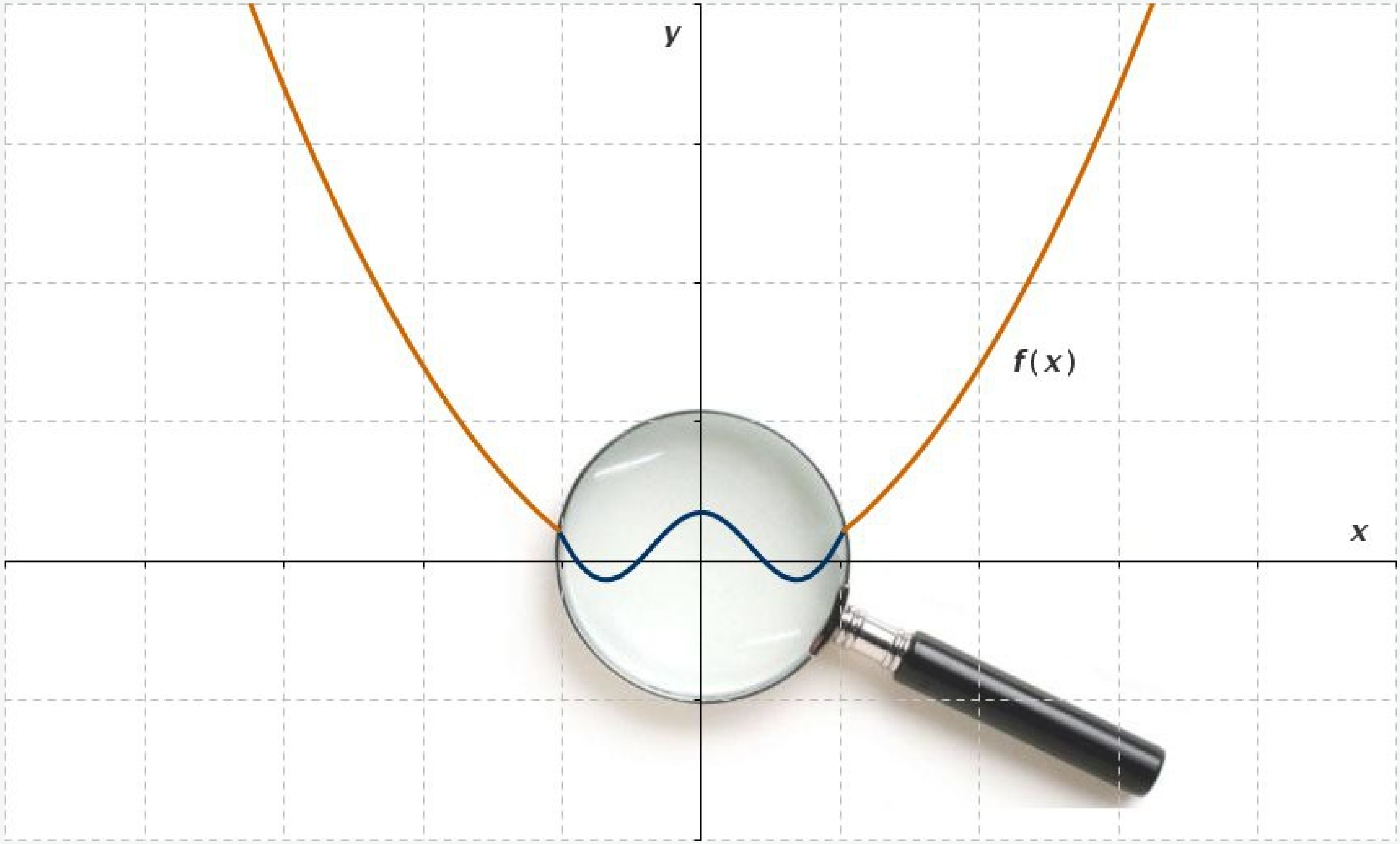


*Abb. 6-E2: Wir zoomen in eine Parabel (rot) ein, und entdecken eine andere Funktion (blau), die sich einer Cosinusfunktion ähnelt*

Verknüpfen Sie folgende Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ durch Addition und Multiplikation

Aufgabe 6: $f(x) = \sqrt{\pi^2 - x^2}\,, \qquad g(x) = \sin x$

Aufgabe 7: $f(x) = \sqrt{\pi^2 - x^2}\,, \qquad g(x) = \dfrac{1}{2}\sin(2x)$

Aufgabe 8: $f(x) = \dfrac{x^2}{10}\,, \qquad g(x) = \cos x$

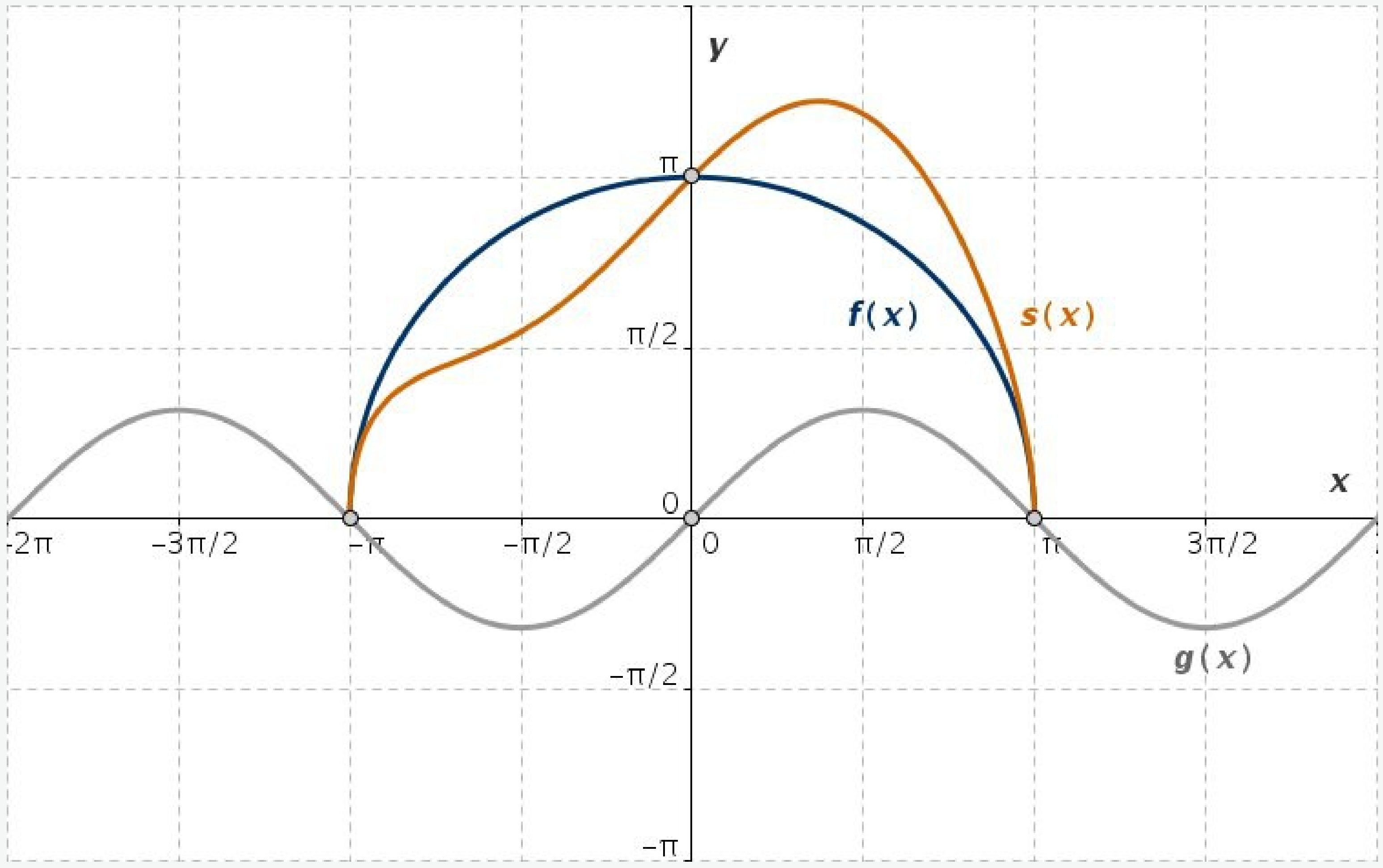


*Abb. L6-1: Die Funktionen f (x) und g (x) und ihre Summe*

$$D(f) = [-\pi\,,\ \pi]\,, \quad D(g) = \mathbb{R}\,, \quad D(s) = D(f) \cap D(g) = [-\pi\,,\ \pi]$$

$$f(x) = \sqrt{\pi^2 - x^2}\,, \quad g(x) = \sin x\,, \quad s(x) = \sqrt{\pi^2 - x^2} + \sin x$$

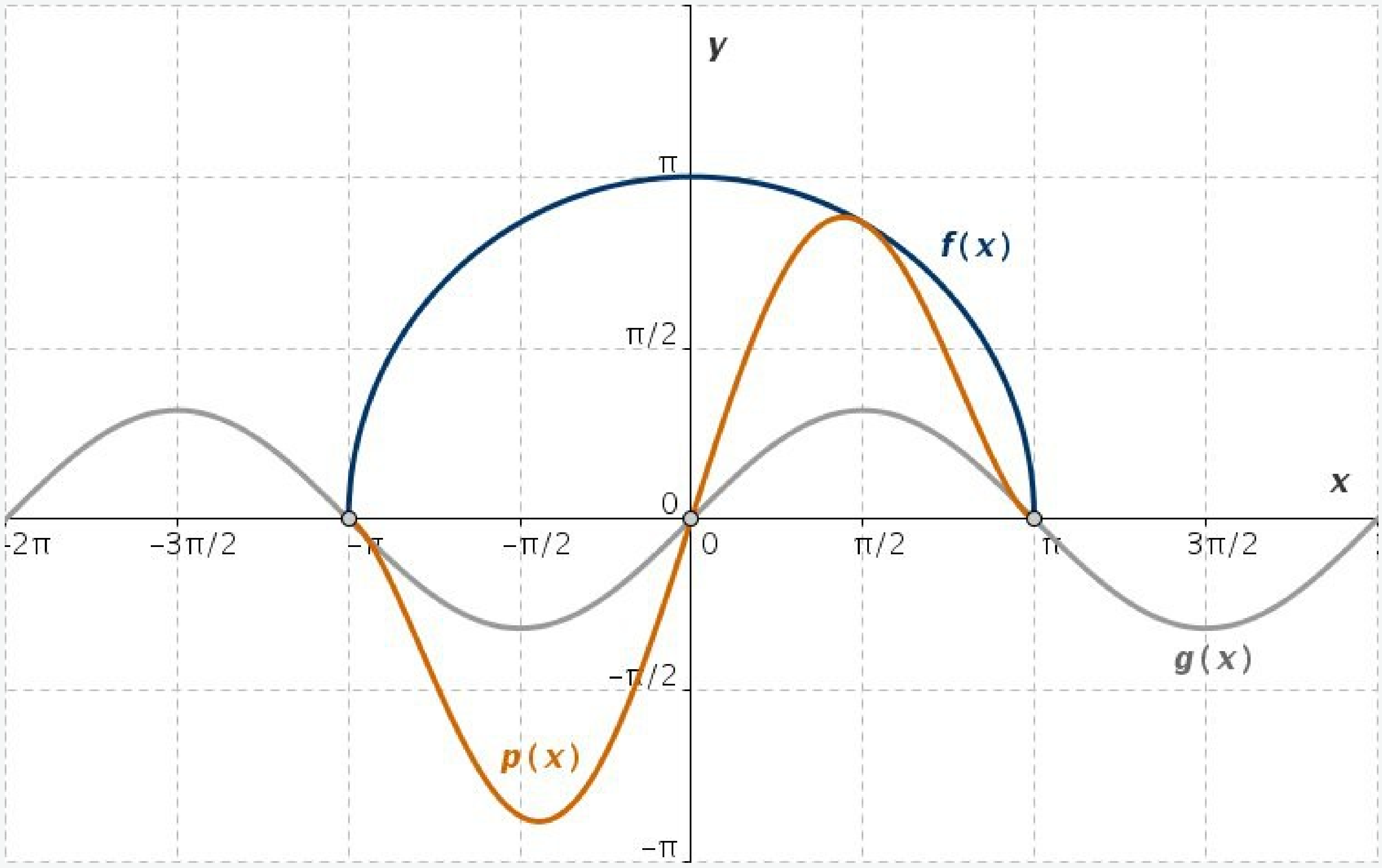


*Abb. L6-2: Die Funktionen f (x) und g (x) und das Produkt p (x) = f (x) • g (x)*

$$f(x) = \sqrt{\pi^2 - x^2}\,, \qquad g(x) = \sin x\,, \qquad p(x) = f(x) \cdot g(x) = \sin x \sqrt{\pi^2 - x^2}$$

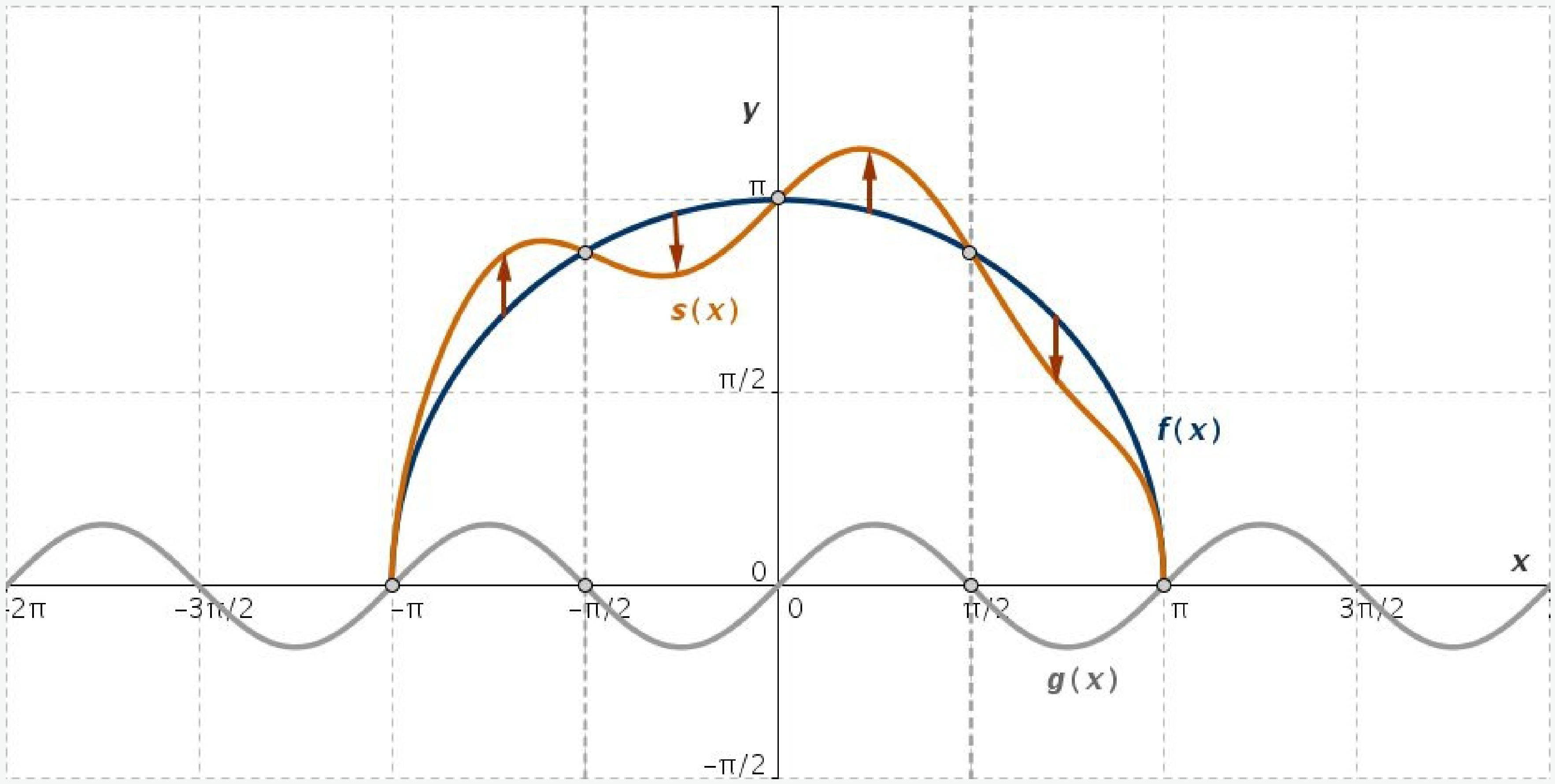


*Abb. L7-1: Die Funktionen f (x) (blau) und g (x) (grau) und ihre Summe s (x) (rot)*

$$D(f) = [-\pi\,,\ \pi]\,, \qquad D(g) = \mathbb{R}\,, \qquad D(s) = D(f) \cap D(g) = [-\pi\,,\ \pi]$$

$$f(x) = \sqrt{\pi^2 - x^2}\,, \qquad g(x) = \frac{1}{2}\sin(2x)\,, \qquad s(x) = \sqrt{\pi^2 - x^2} + \frac{1}{2}\sin(2x)$$

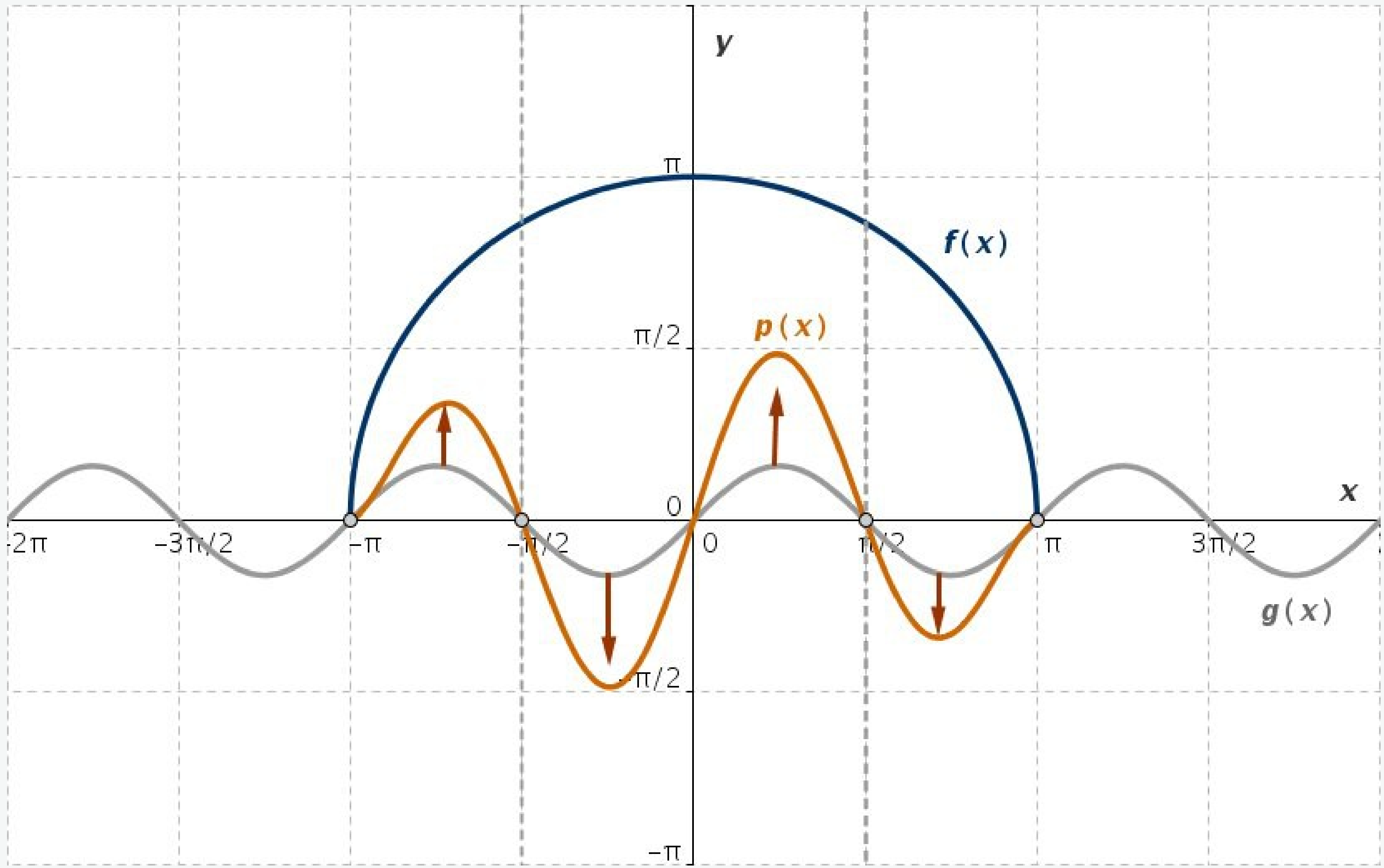


*Abb. L7-2: Die Funktionen f (x) (blau) und g (x) (grau) und das Produkt p (x) = f (x) • g (x) (rot)*

$$D(p) = [-\pi\ ,\ \pi]\,, \qquad p(x) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi^2 - x^2}\cdot\sin(2x)$$

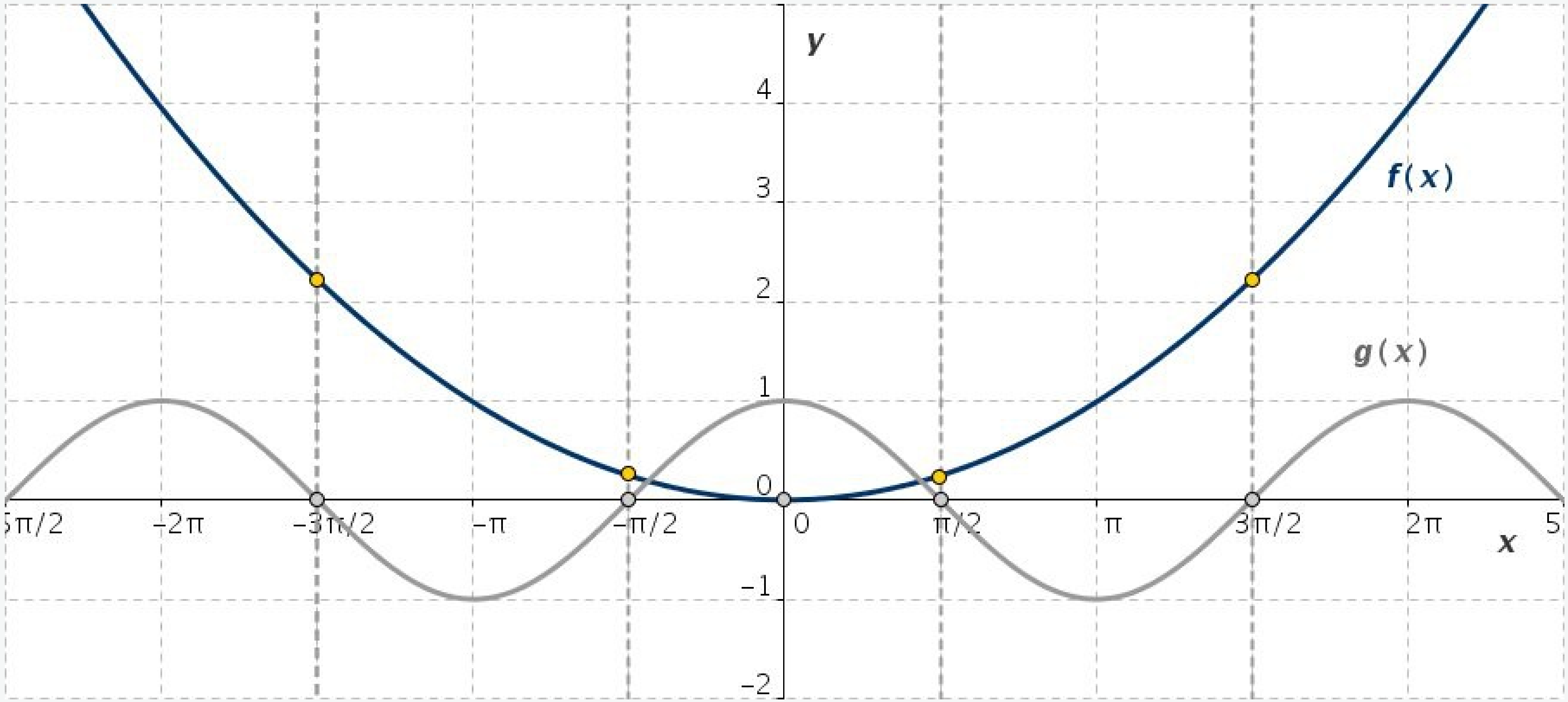


*Abb. L8-1: Die Funktionen f (x) (blau) und g (x) (grau)*

$$f(x) = \frac{x^2}{10}, \qquad g(x) = \cos x, \qquad D(f) = D(g) = D(s) = \mathbb{R}$$

Was kann man im Voraus über die Summefunktion $s(x)$ sagen?

$$s(x) = \frac{x^2}{10} + \cos x$$

- In den Punkten mit der $x$-Koordinate $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ schneidet die Funktion $y = s(x)$ die Parabel $y = f(x)$. Diese Schnittpunkte sind gelb dargestellt.

- Bei $x = k\pi$ unterscheiden sich die Werte der Funktionen $s(x)$ von $f(x)$ um eins

$$x = 2k\pi, \qquad s(x) = f(x) + 1 \qquad (k \in \mathbb{Z})$$

$$x = \pi + 2k\pi, \qquad s(x) = f(x) - 1 \qquad (k \in \mathbb{Z})$$

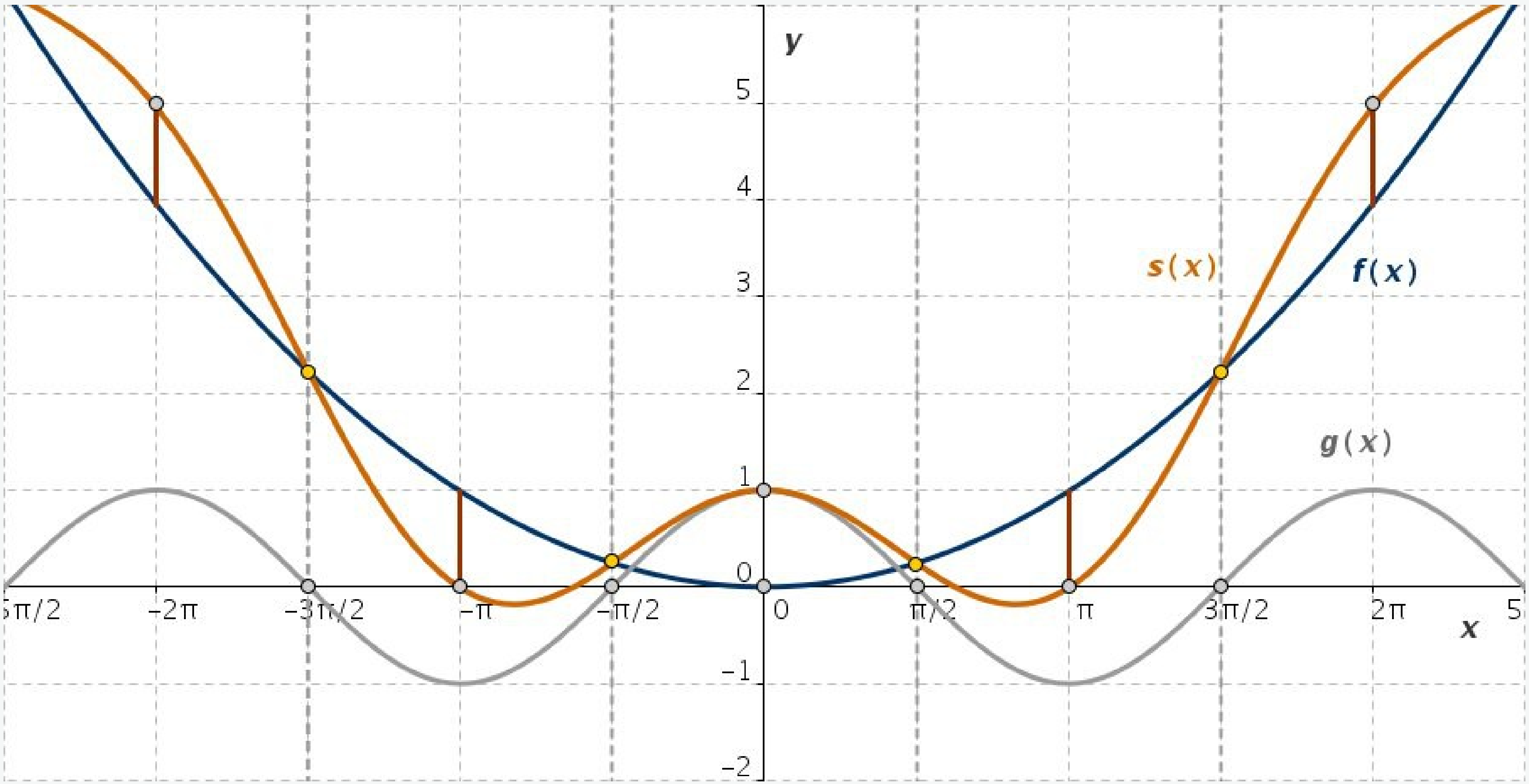


*Abb. L8-2a: Die Funktionen f (x) (blau) und g (x) (grau) und ihre Summe s (x) (rot)*

$$s(x) = f(x) + g(x) = \frac{x^2}{10} + \cos x$$

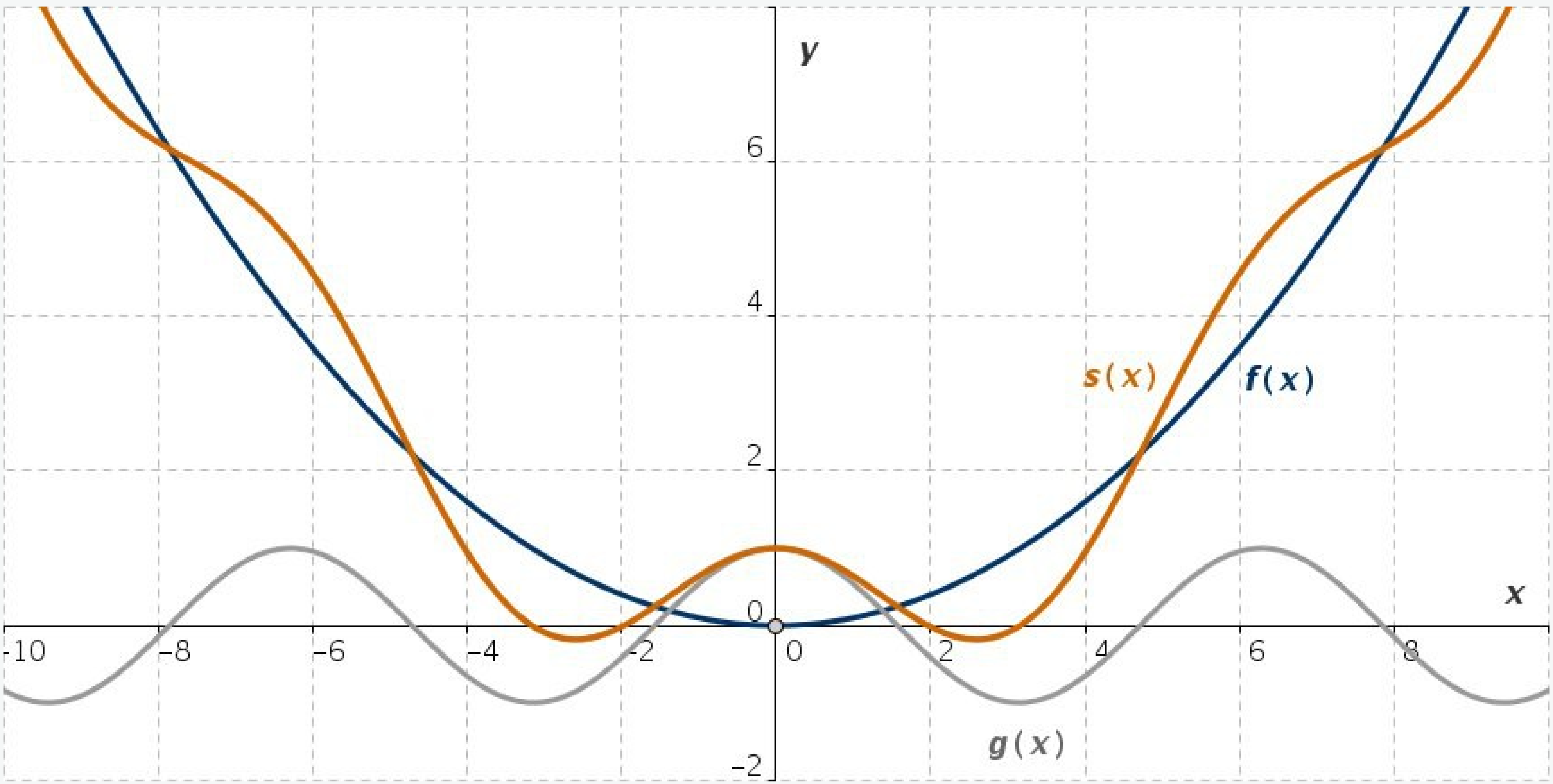


*Abb. L8-2b: Die Funktionen $f(x)$ (blau) und $g(x)$ (grau) und ihre Summe $s(x)$ (rot)*

$$s(x) = \frac{x^2}{10} + \cos x$$

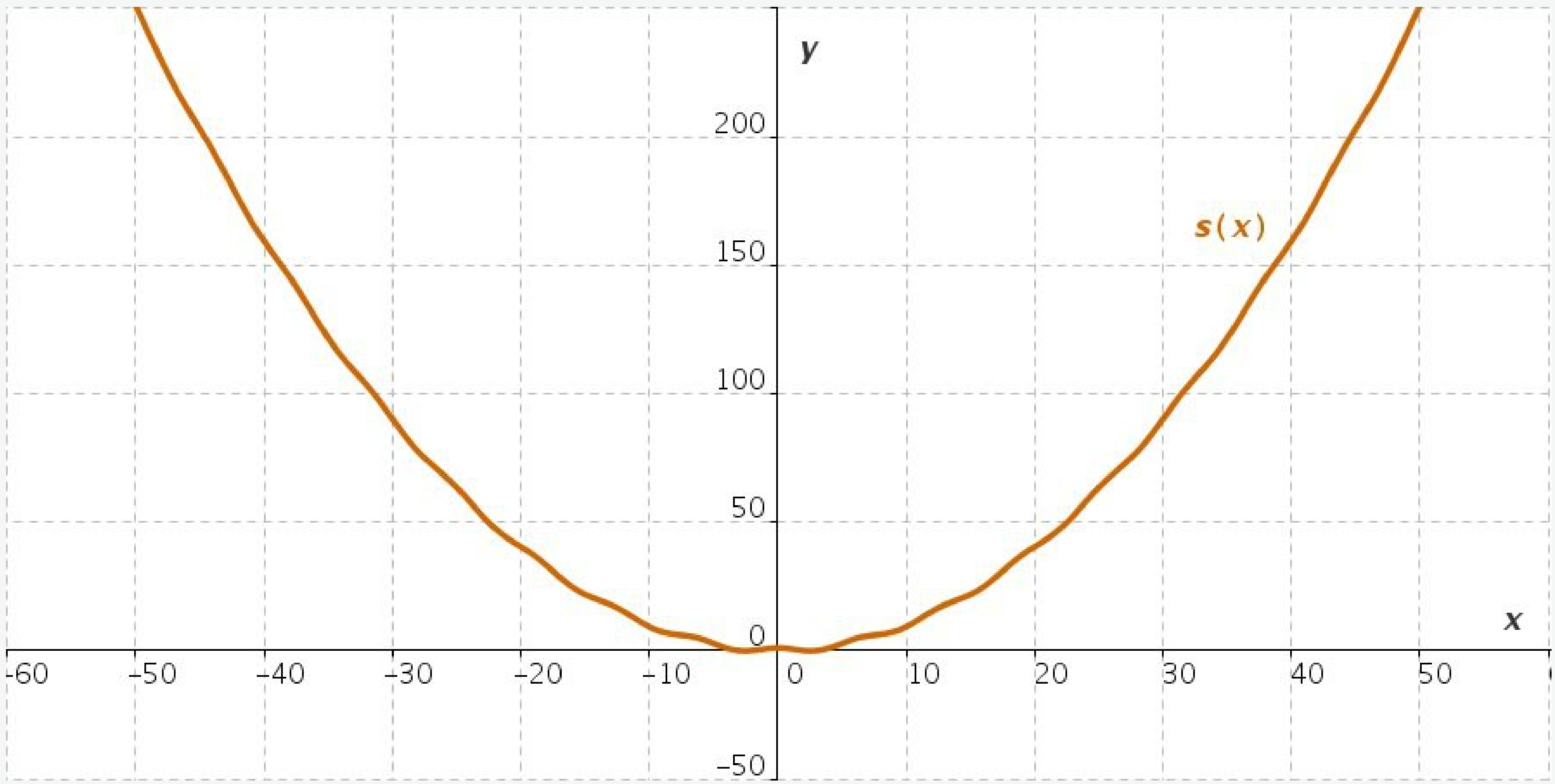


*Abb. L8-2c: Die Funktion $s\,(x)$*

Zwischen der Funktion $s\,(x)$ und der entsprechenden Parabel ist kein Unterschied zu erkennen.

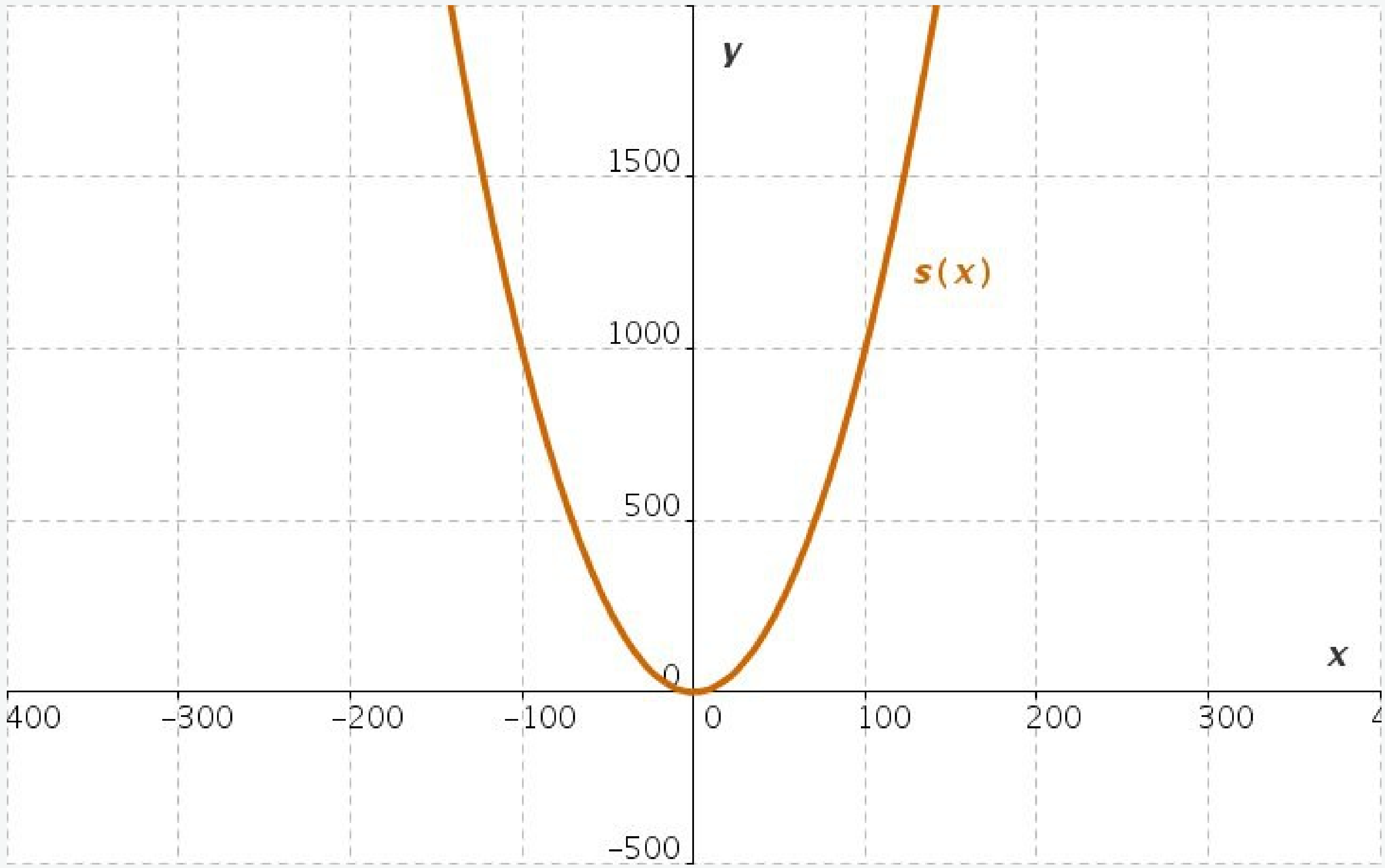


*Abb. L8-2d: Die Funktion $s(x)$*

Den Unterschied zwischen der Funktion $s(x)$ und der entsprechenden Parabel $f(x)$ kann man nicht merken.

# Aufgabe 8: Produkt von Funktionen

Die Funktion $p(x)$ ist das Produkt von zwei bekannten Funktionen:

$$p(x) = \frac{x^2}{10} \cdot \cos x$$

Auch in diesem Fall kann man wesentliche Eigenschaften der Funktion $p(x)$ beschreiben:

- Die Punkte mit den $x$-Koordinaten $x = 2\pi k \quad (k \in \mathbb{Z})$ (an diesen Punkten hat die Kosinusfunktion den Wert 1) liegen auf der Funktion $f(x)$ (in den beiden folgenden Abbildungen gelb dargestellt)

- Die Punkte mit den $x$-Koordinaten $x = \pi(1 + 2k) \quad (k \in \mathbb{Z})$ (an diesen Punkten hat die Kosinusfunktion den Wert $-1$) liegen auf der Funktion $-f(x)$ (in den beiden folgenden Abbildungen rot dargestellt). $-f(x)$ ist das Spiegelbild von $f(x)$ bezüglich $x$-Achse.

- Die Punkte mit den $x$-Koordinaten $x = \pi(1/2 + k) \quad (k \in \mathbb{Z})$ (an diesen Punkten hat die Kosinusfunktion den Wert 0) liegen auf der $x$-Achse (grau dargestellt).

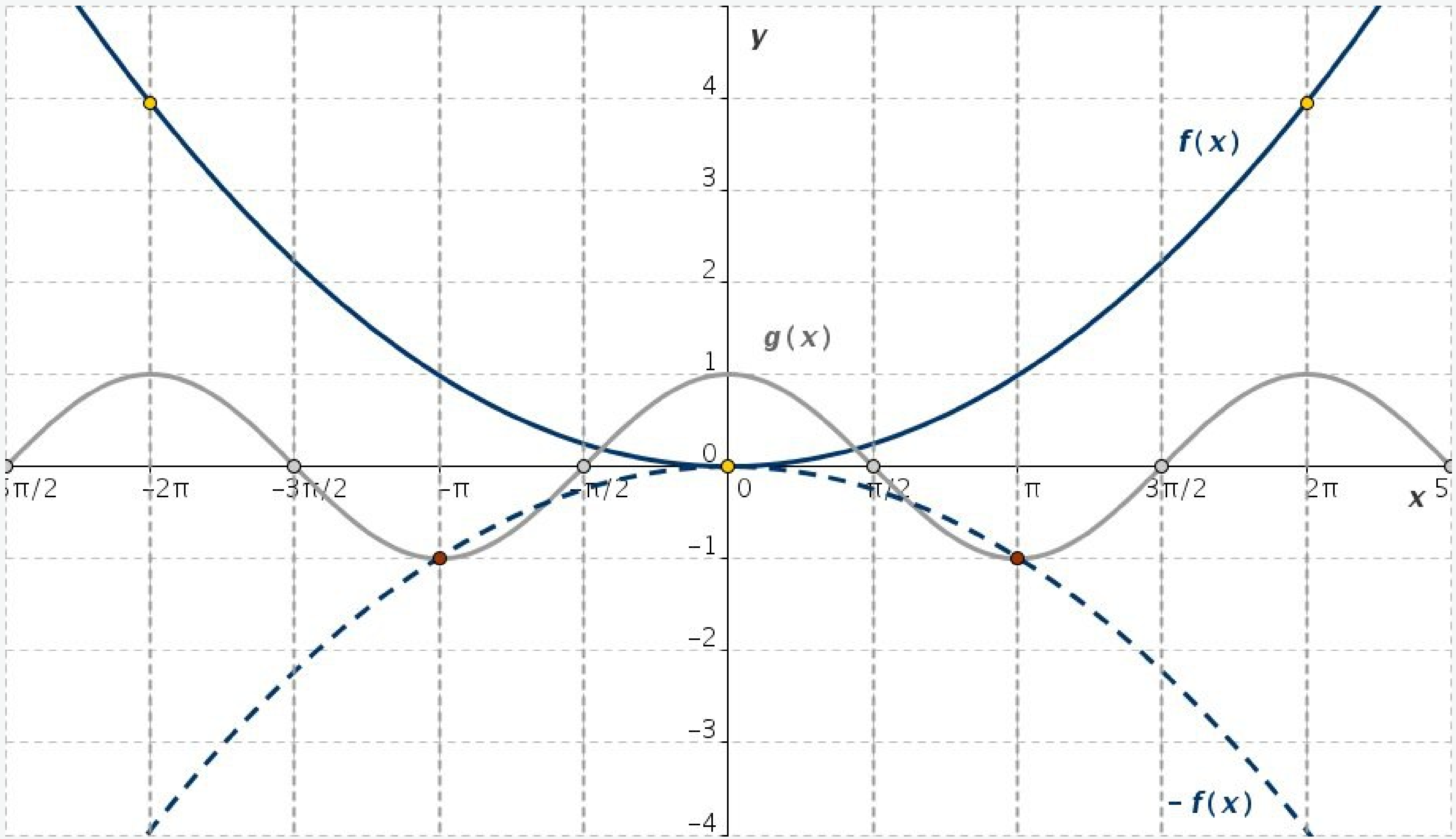


*Abb. L8-3a: Die Funktionen f (x) (blau), - f (x) (blau gestrichelt) und g (x) (grau)*

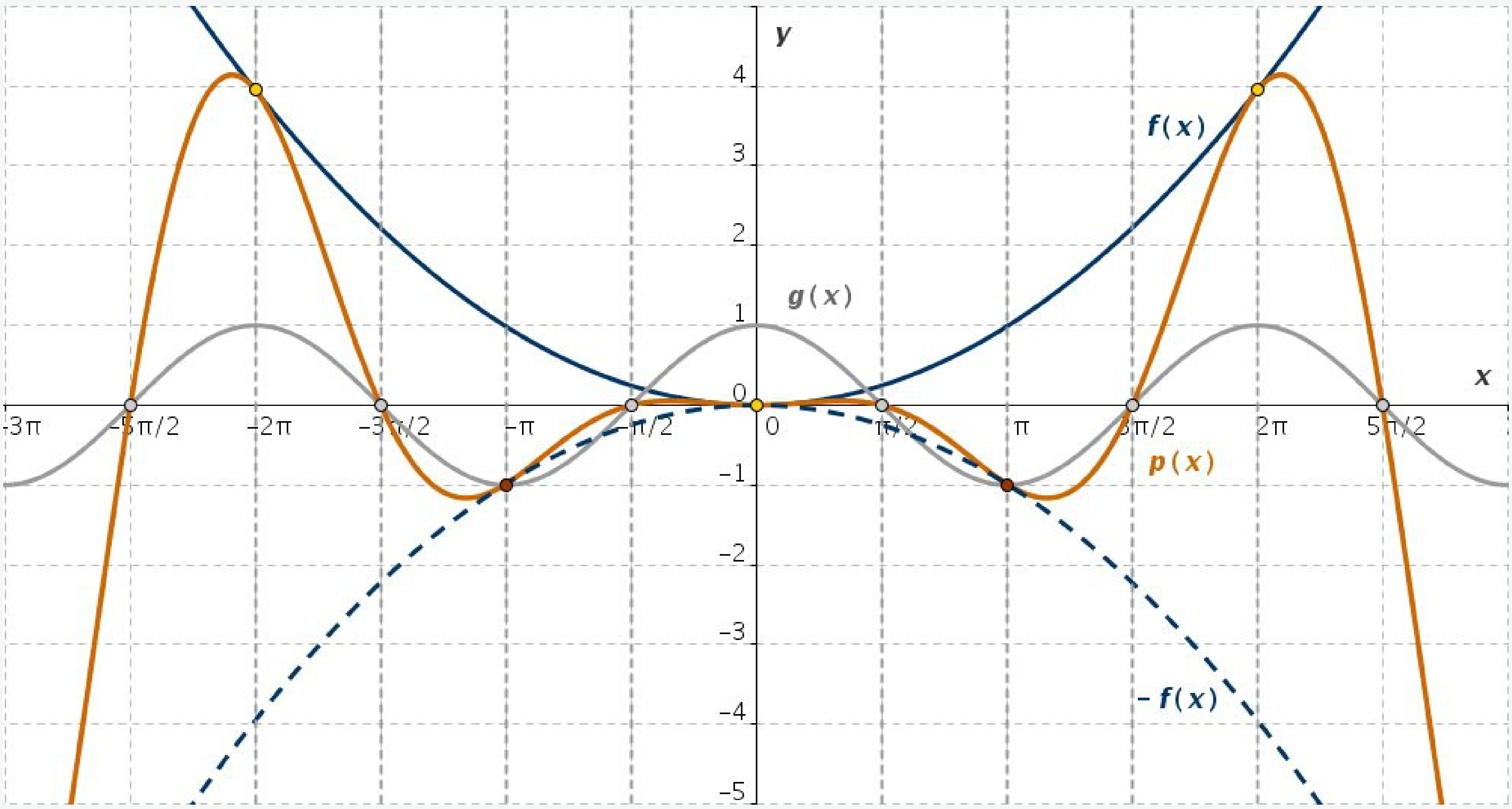


*Abb. L8-3b: Die Funktionen f (x) (blau), - f (x) (blau gestrichelt), g (x) (grau) und das Produkt p (x) = f (x) • g (x) (rot)*

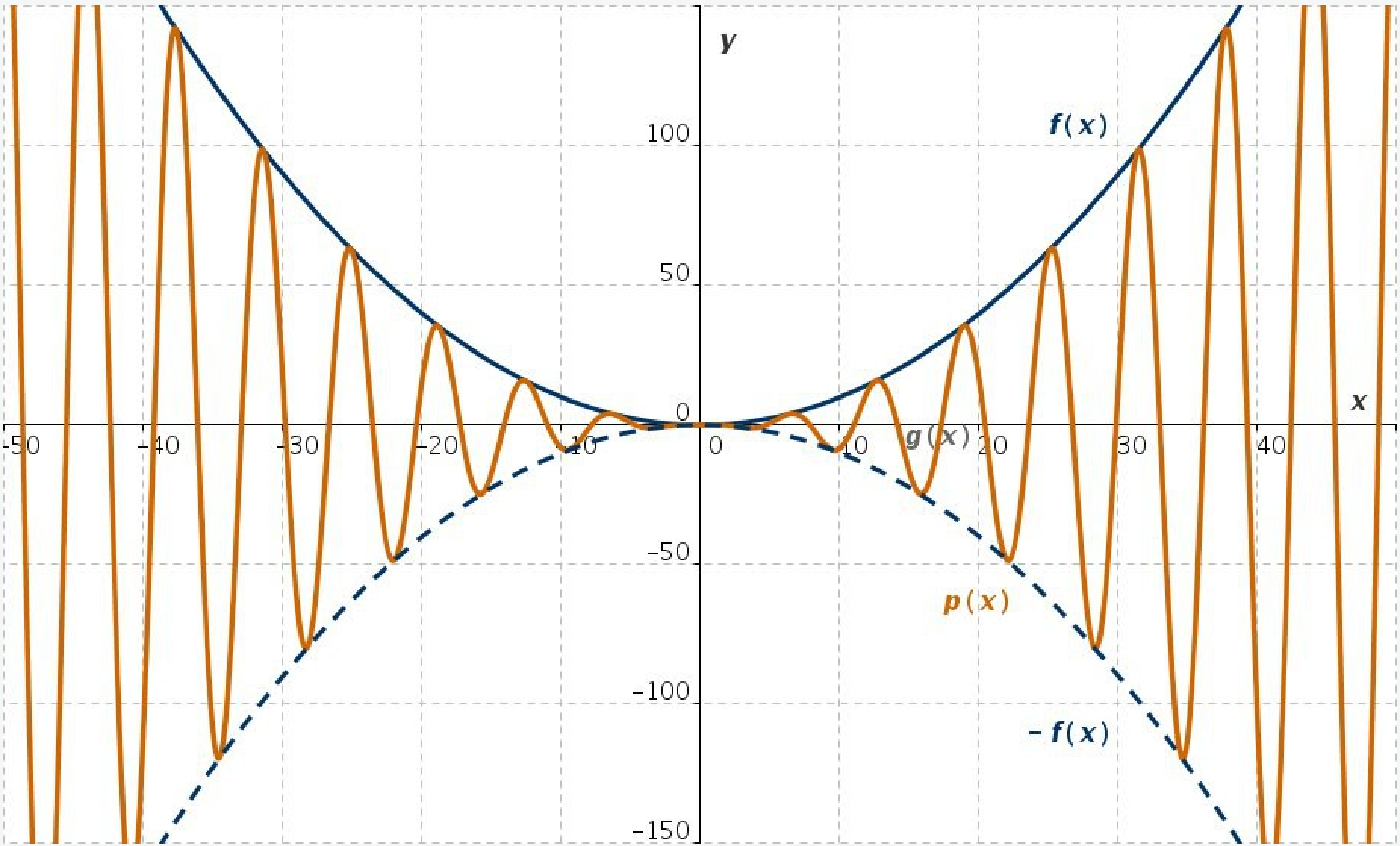


*Abb. L8-3c: Die Funktionen f (x) (blau), - f (x) (blau gestrichelt) und das Produkt p (x) = f (x) • g (x) (rot)*

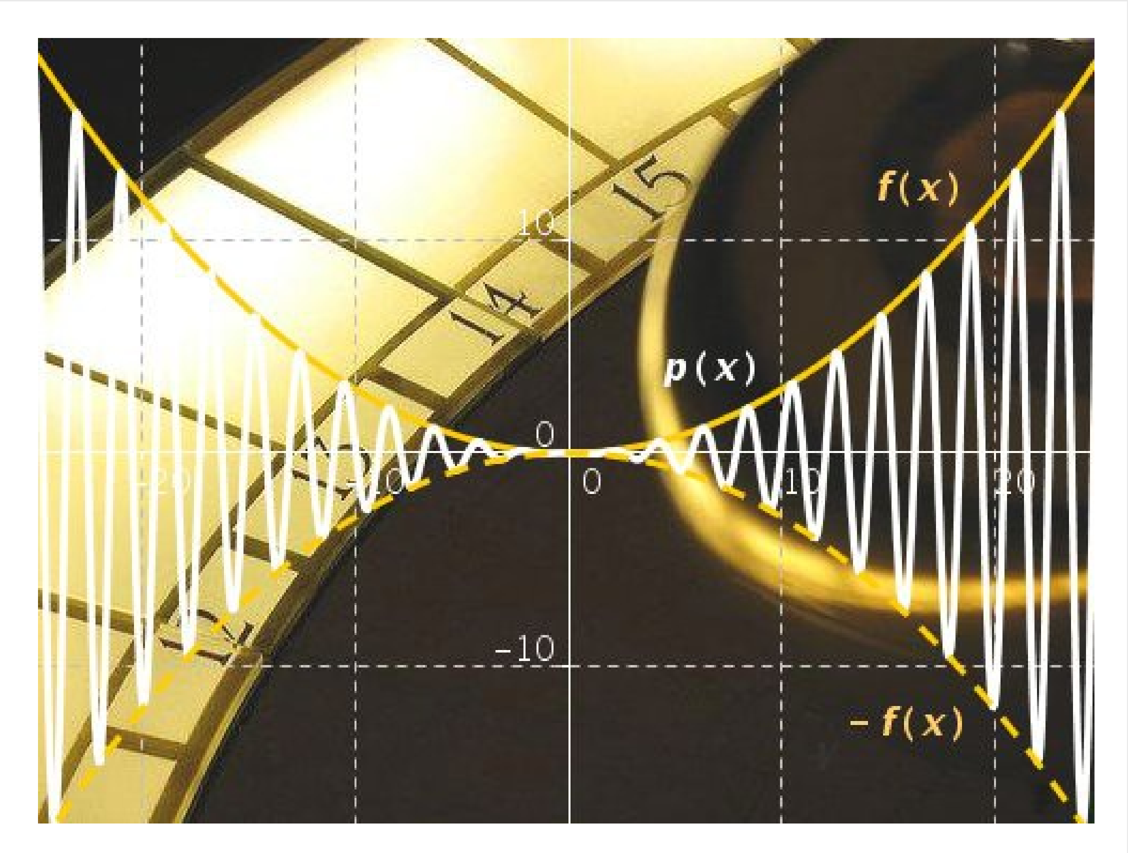


*Abb. L8-3d: Die Funktion p (x) (weiß) pendelt zwischen den Funktionen f (x) und - f (x)*