

[http://www.youtube.com/watch?v=WSt3ysNZT\\_4&feature=channel](http://www.youtube.com/watch?v=WSt3ysNZT_4&feature=channel)

## *Wie entstehen neue Funktionen: Teil 1*



[http://www.youtube.com/watch?v=WSt3ysNZT\\_4&feature=channel](http://www.youtube.com/watch?v=WSt3ysNZT_4&feature=channel)

*Abb. 1-1*

Aus bekannten Funktionen können auf unterschiedliche Art und Weise neue Funktionen gebildet werden, welche sich häufig erheblich von ihren Ausgangsfunktionen unterscheiden, ganz ähnlich wie aus bekannten Farben ein neues Bild entsteht.

Funktionen können durch die Grundrechen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division miteinander verknüpft werden.

# Verknüpfung von Funktionen

Sind zwei Funktionen  $y = f(x)$  und  $y = g(x)$  auf den Definitionsmengen  $D(f)$  und  $D(g)$  erklärt, so können sie folgendermaßen verknüpft werden:

Summe:

$$s(x) = f(x) + g(x), \quad D(s) = D(f) \cap D(g)$$

Differenz:

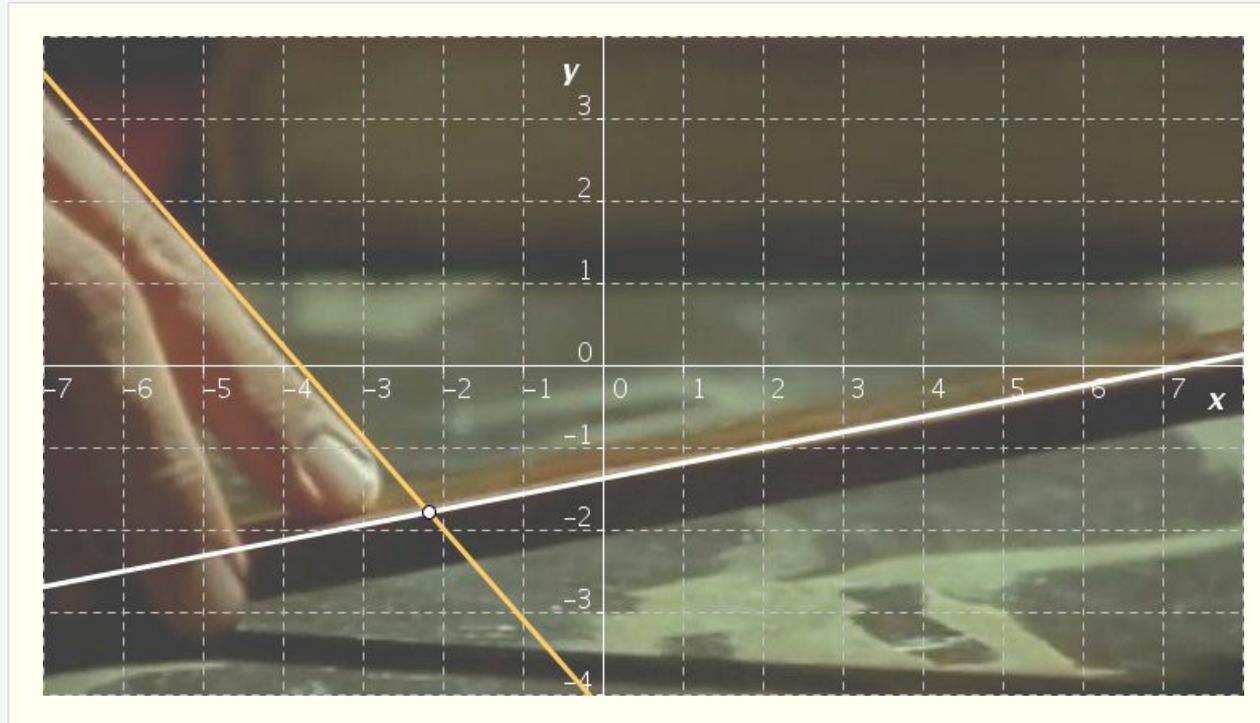
$$d(x) = f(x) - g(x), \quad D(d) = D(f) \cap D(g)$$

Produkt:

$$p(x) = f(x) \cdot g(x), \quad D(p) = D(f) \cap D(g)$$

Quotient:

$$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, \quad D(q) = D(f) \cap D(g) \setminus \{x \mid g(x) = 0\}$$



[http://www.youtube.com/watch?v=WSt3y8NZT\\_4&feature=channel](http://www.youtube.com/watch?v=WSt3y8NZT_4&feature=channel)

*Abb. 1-2*

Beispiel:

Im Folgenden bilden wir aus linearen Funktionen  $f(x)$  und  $g(x)$  die Verknüpfungen durch die Grundrechenoperationen

$$f(x) = \frac{x}{2}, \quad g(x) = 1 - x$$

## Beispiel 1: Summe von Funktionen

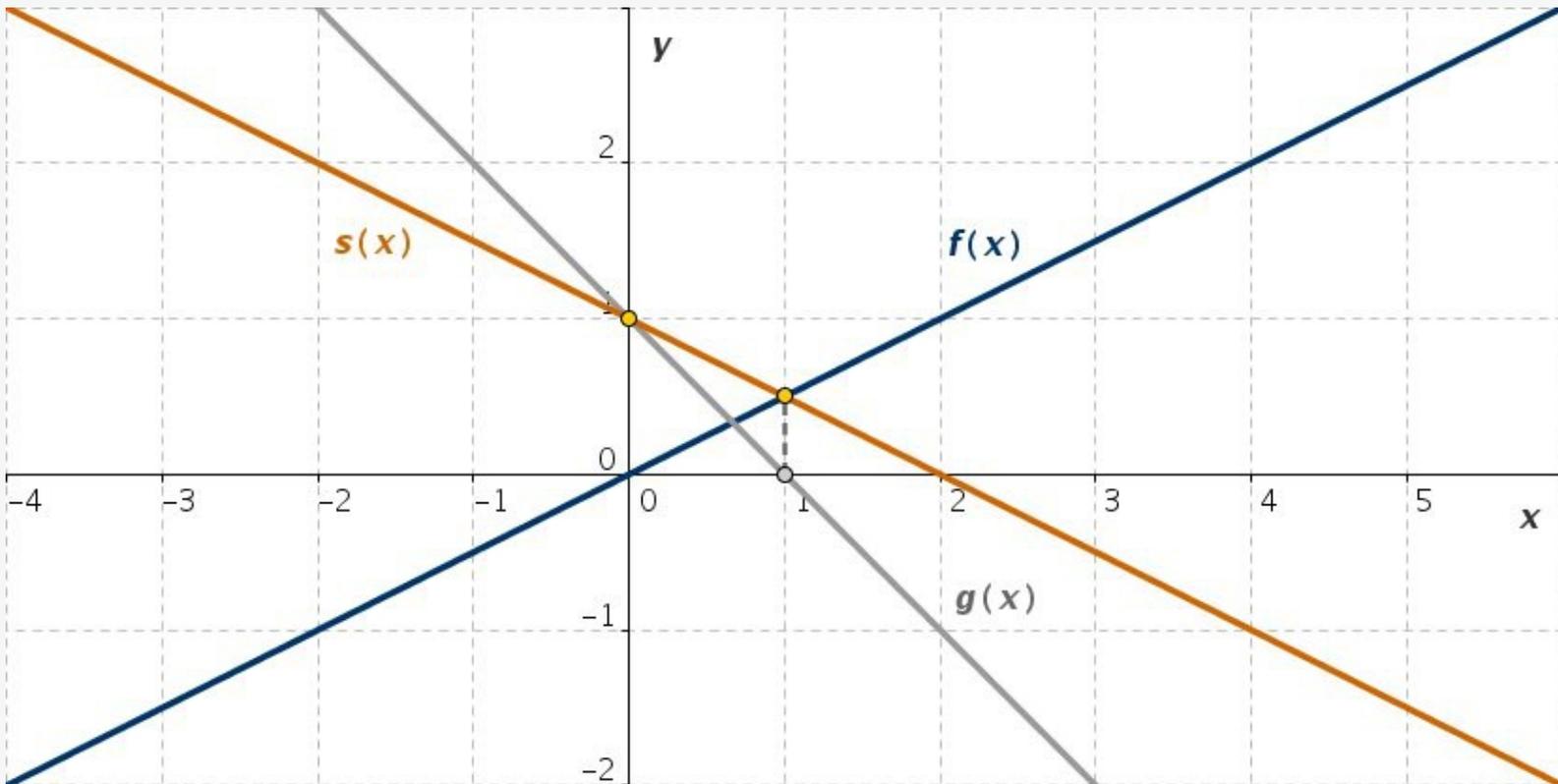


Abb. 2-1: Die Summe zweier linearen Funktionen ist eine lineare Funktion

$$f(x) = \frac{x}{2}, \quad g(x) = 1 - x, \quad s(x) = f(x) + g(x) = -\frac{x}{2} + 1$$

## Beispiel 1: Differenz von Funktionen

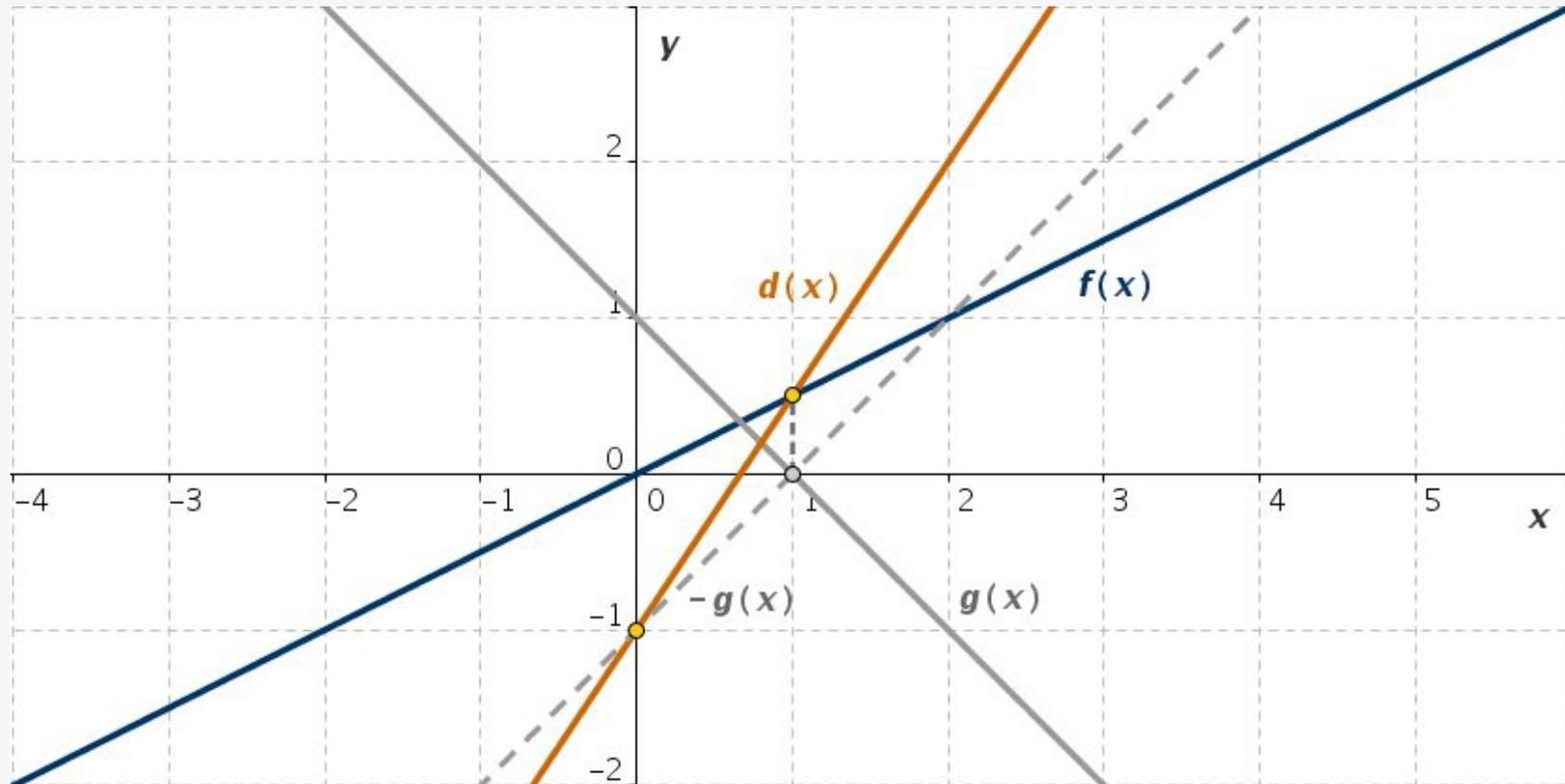


Abb. 2-2: Die Differenz zweier linearen Funktionen ist eine lineare Funktion

$$f(x) = \frac{x}{2}, \quad g(x) = 1 - x, \quad d(x) = f(x) - g(x) = \frac{3}{2}x - 1$$

## Beispiel 1: Produkt von Funktionen

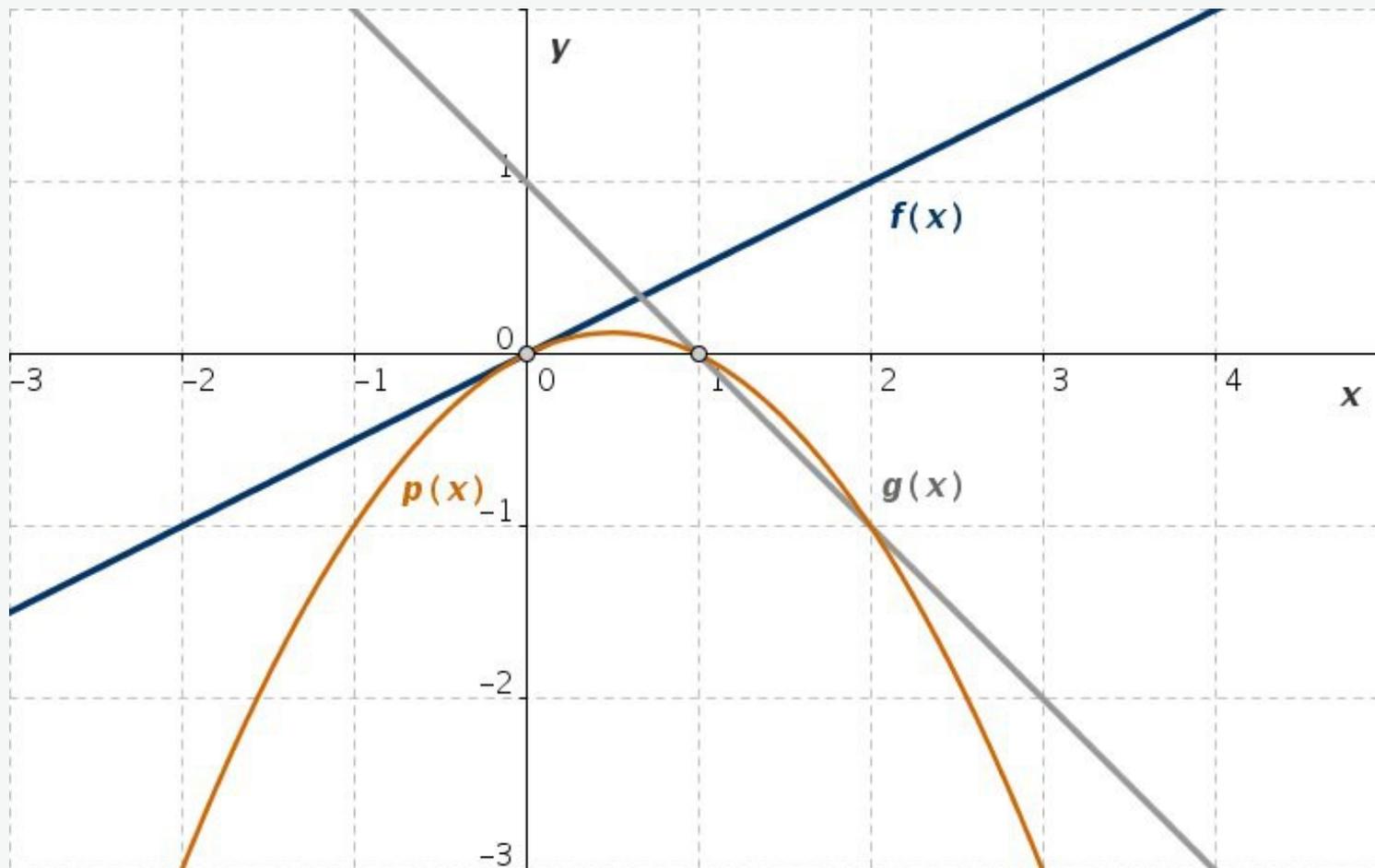


Abb. 2-3: Das Produkt zweier linearen Funktionen ist eine quadratische Funktion

$$f(x) = \frac{x}{2}, \quad g(x) = 1 - x, \quad p(x) = f(x) \cdot g(x) = \frac{x}{2} (1 - x)$$

## Beispiel 1: Quotient von Funktionen

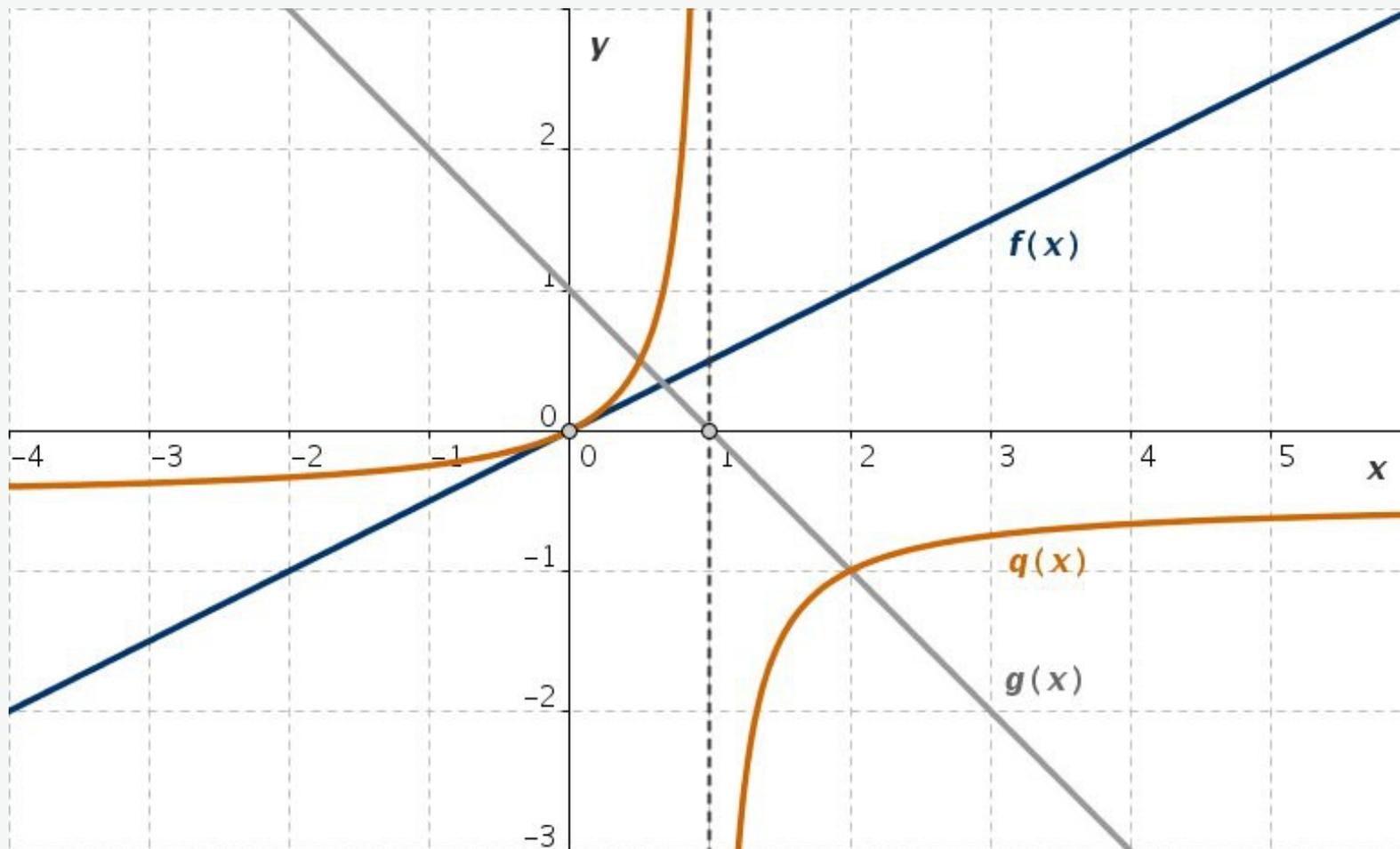


Abb. 2-4: Der Quotient zweier linearer Funktionen ist eine gebrochenrationale Funktion

$$f(x) = \frac{x}{2}, \quad g(x) = 1 - x, \quad q(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x}{2(1-x)} \quad (x \neq 1)$$



Verknüpfen Sie folgende Funktionen  $f(x)$  und  $g(x)$  durch die Grundrechenoperationen

Aufgabe 1:  $f(x) = \frac{x^2}{2} - 2, \quad g(x) = x - 2$

Aufgabe 2:  $f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = x$

## Aufgabe 1: Summe von Funktionen

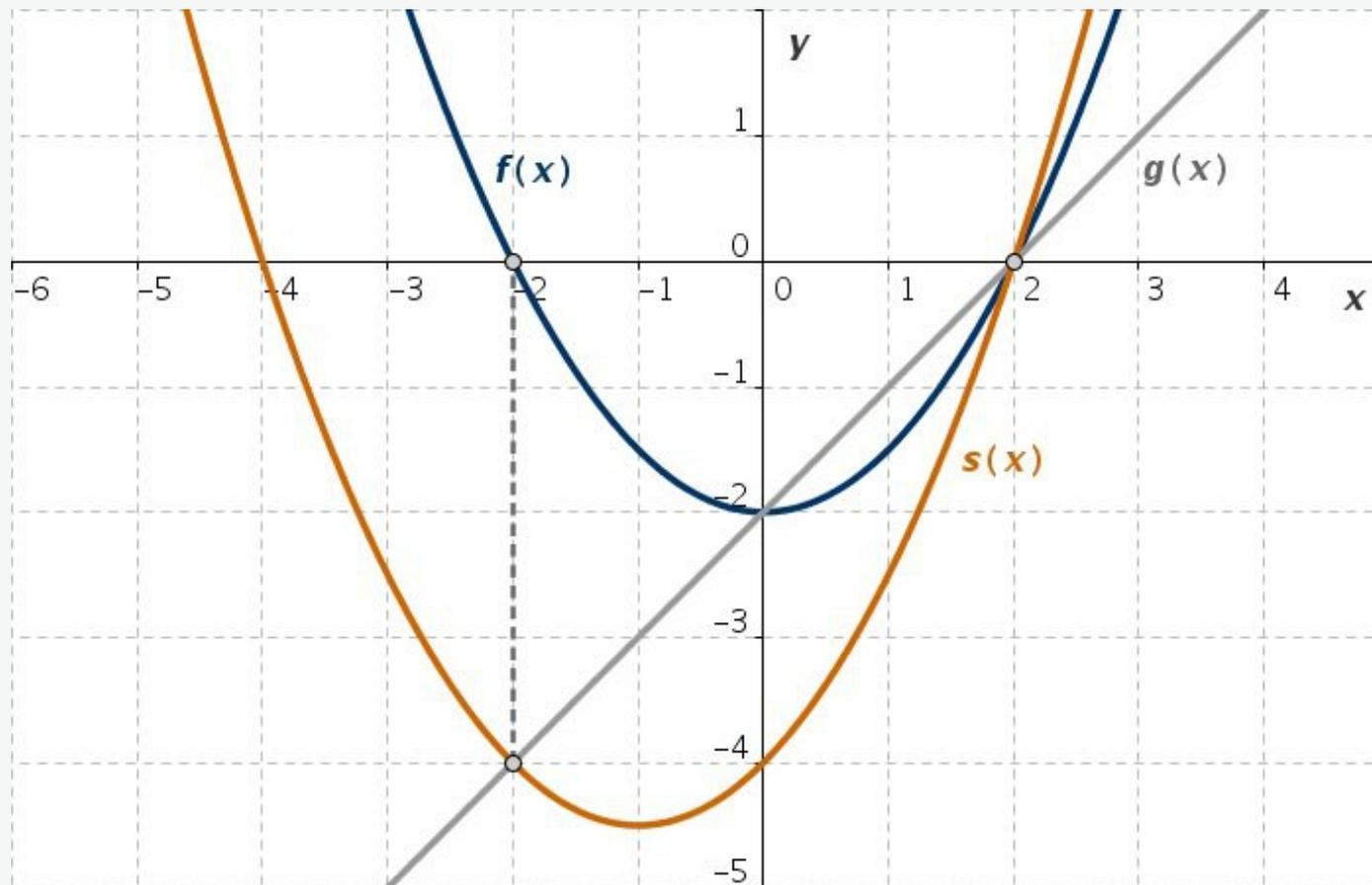


Abb. L1-1: Die Summe einer linearen und einer quadratischen Funktionen ist eine quadratische Funktion

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - 2, \quad g(x) = x - 2, \quad s(x) = f(x) + g(x) = \frac{x^2}{2} + x - 4$$

## Aufgabe 1: Differenz von Funktionen

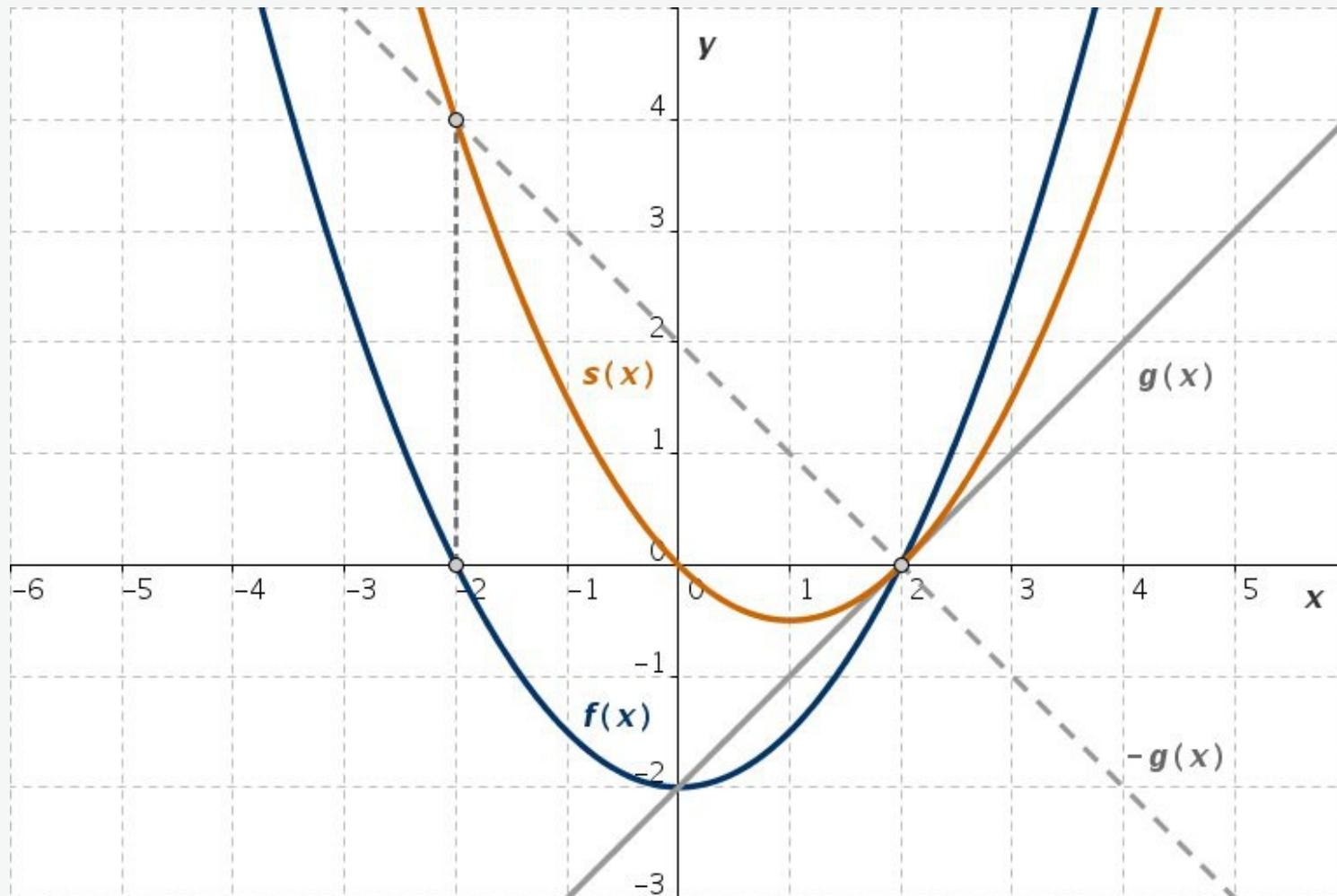


Abb. L1-2: Die Differenz einer linearen und einer quadratischen Funktionen ist eine quadratische Funktion

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - 2, \quad g(x) = x - 2, \quad d(x) = f(x) - g(x) = \frac{x^2}{2} - x$$

## Aufgabe 1: Produkt von Funktionen

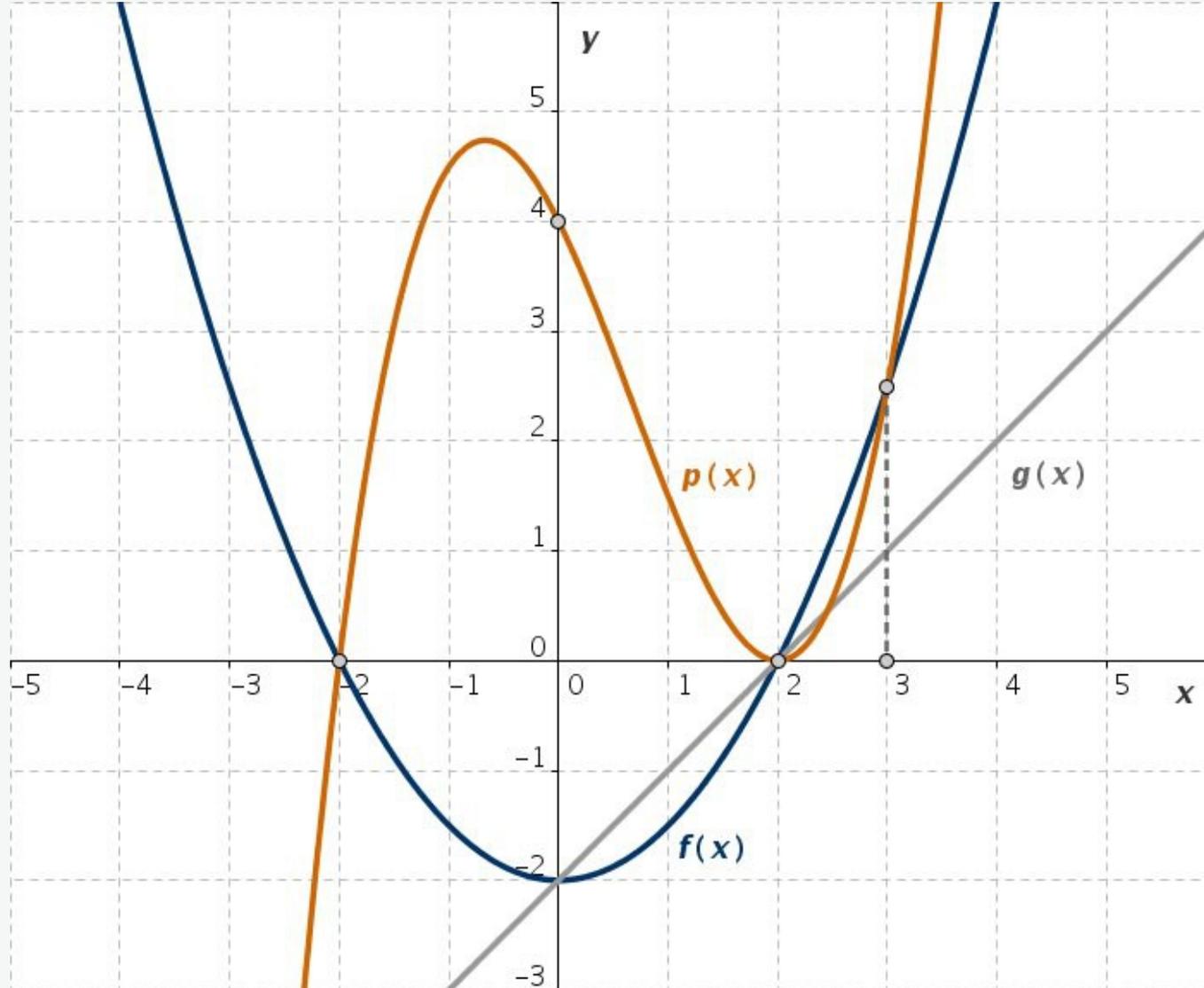


Abb. L1-3: Das Produkt einer linearen und einer quadratischen Funktionen ist eine kubische Funktion

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - 2, \quad g(x) = x - 2, \quad p(x) = f(x) \cdot g(x) = \frac{x^3}{2} - x^2 - 2x + 4$$

## Aufgabe 1: Quotient von Funktionen

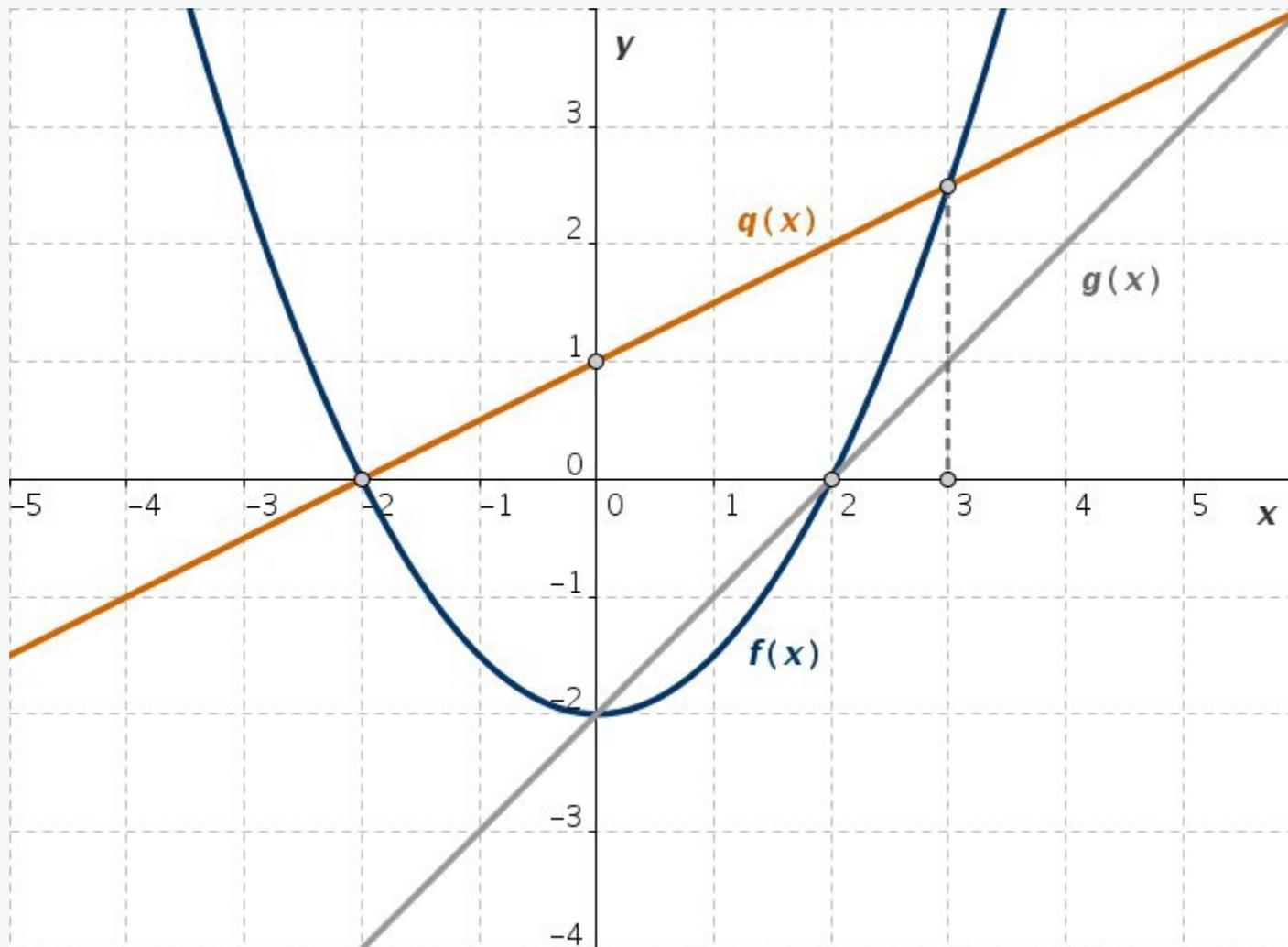


Abb. L1-4: Der Quotient einer quadratischen Funktion  $f(x)$  und einer linearen Funktion  $g(x)$

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - 2, \quad g(x) = x - 2, \quad q(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x}{2} + 1$$

## Aufgabe 1: Quotient von Funktionen

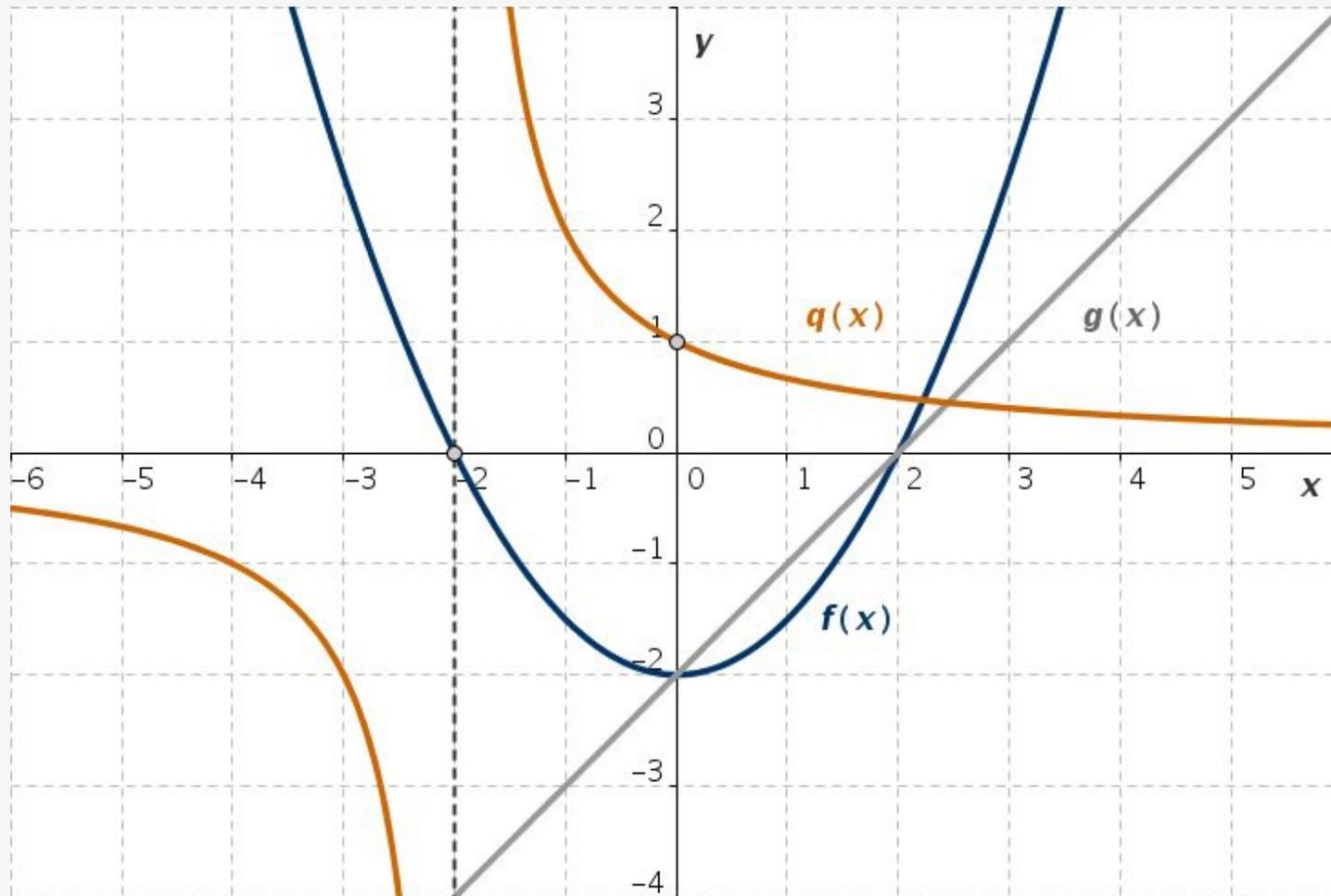


Abb. L1-5: Der Quotient einer linearen Funktion  $g(x)$  und einer quadratischen Funktion  $f(x)$

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - 2, \quad g(x) = x - 2, \quad q(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{2}{x + 2}$$

## Aufgabe 2: Summe von Funktionen

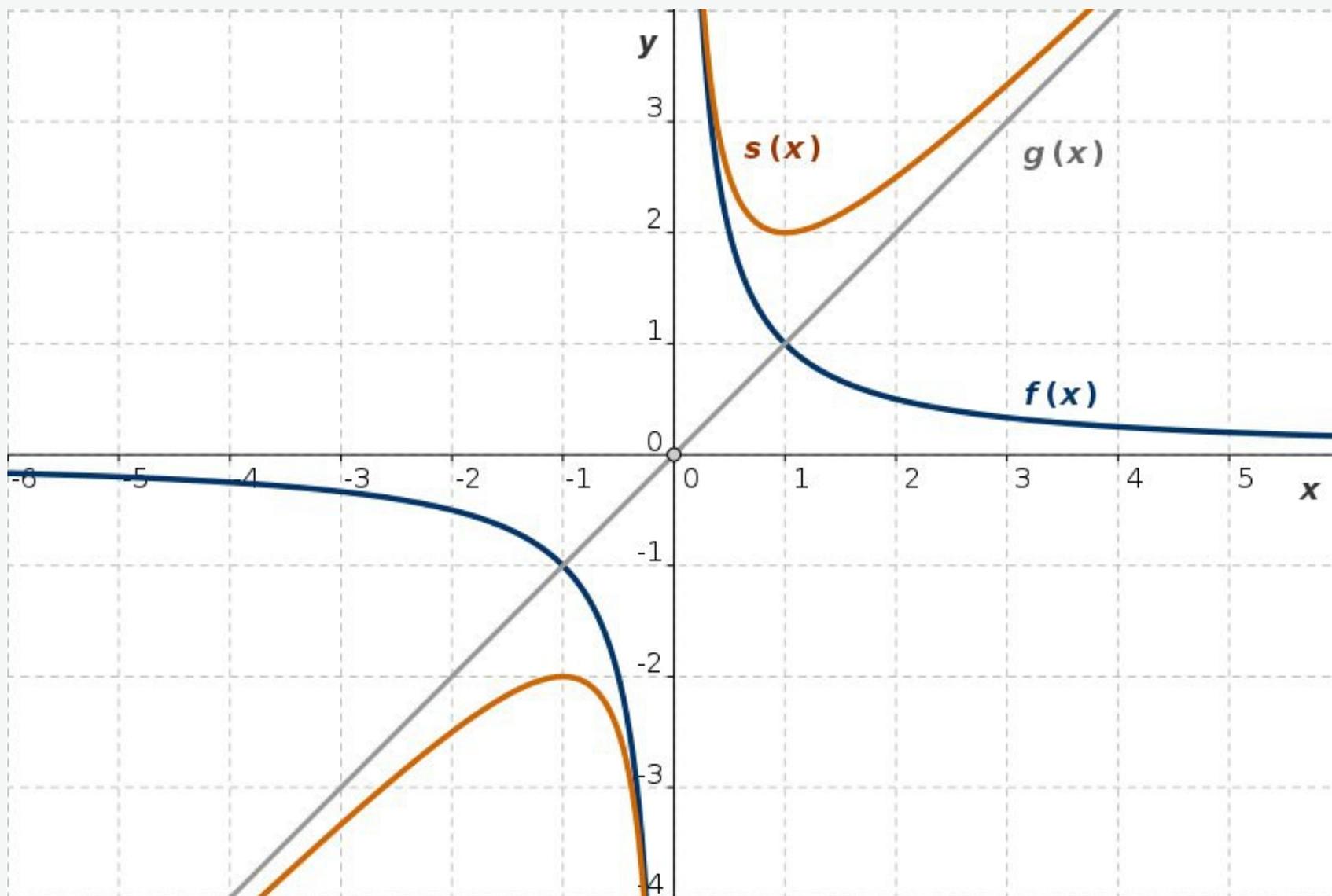


Abb. L2-1: Die Summe der Funktionen  $y = f(x)$  und  $y = g(x)$

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = x, \quad s(x) = f(x) + g(x) = \frac{1}{x} + x = \frac{1 + x^2}{x}$$

## Aufgabe 2: Differenz von Funktionen

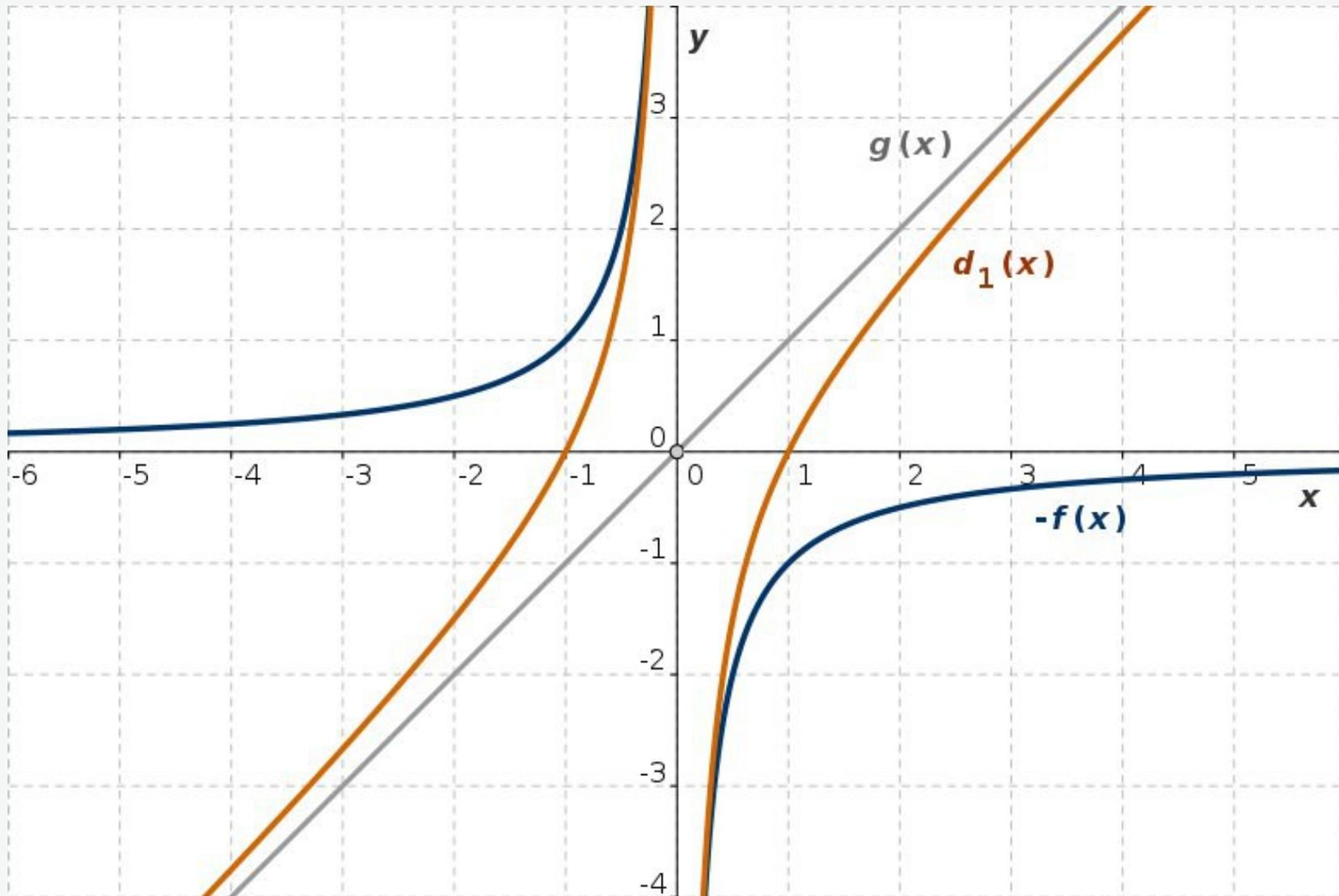


Abb. L2-2: Die Differenz der Funktionen  $y = f(x)$  und  $y = g(x)$

$$-f(x) = -\frac{1}{x}, \quad g(x) = x, \quad d_1(x) = -f(x) + g(x) = -\frac{1}{x} + x = \frac{x^2 - 1}{x}$$

## Aufgabe 2: Differenz von Funktionen

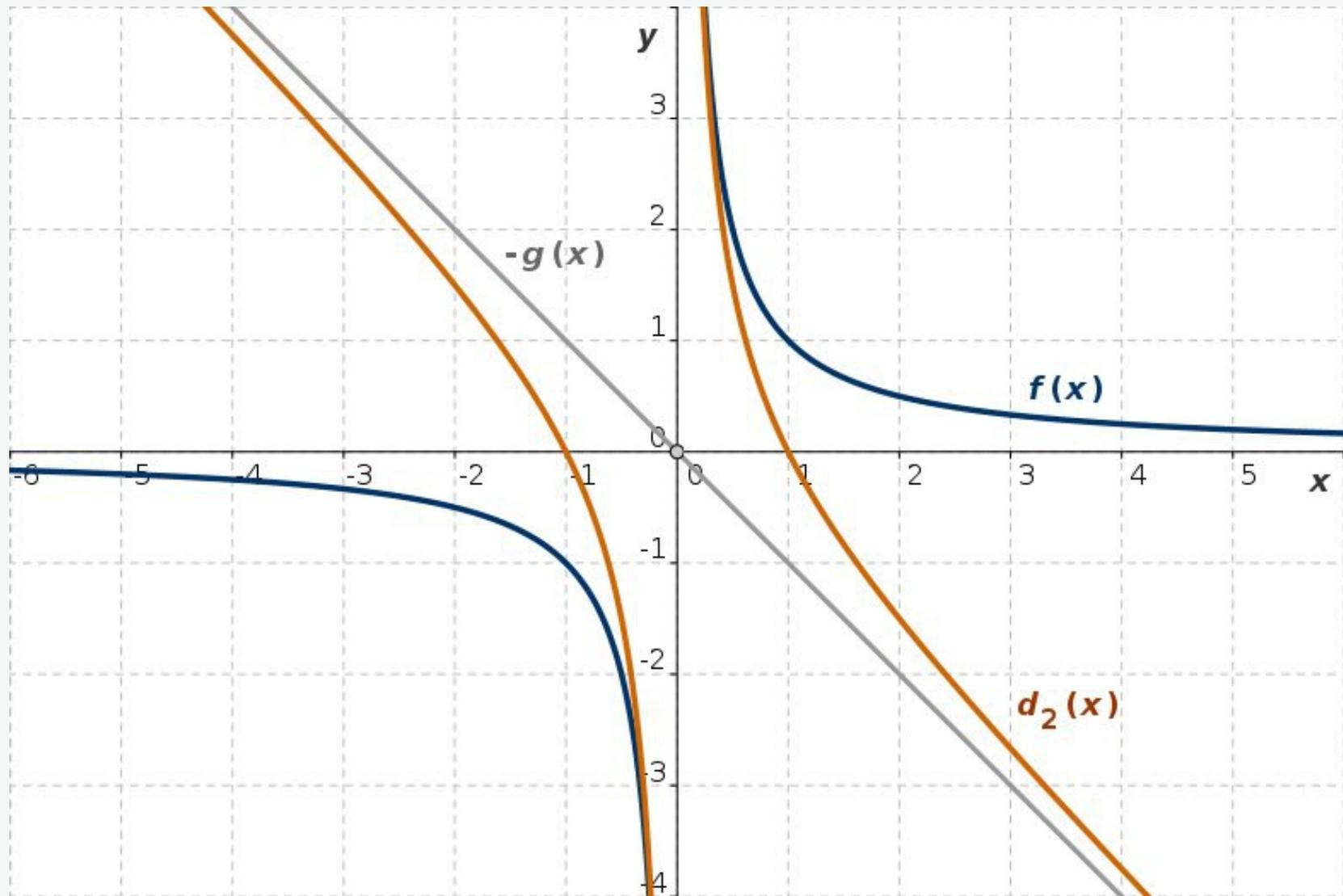


Abb. L2-3: Die Differenz der Funktionen  $y = f(x)$  und  $y = g(x)$

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad -g(x) = -x, \quad d_2(x) = f(x) - g(x) = \frac{1}{x} - x = \frac{1 - x^2}{x}$$

## Aufgabe 2: Quotient und Produkt von Funktionen

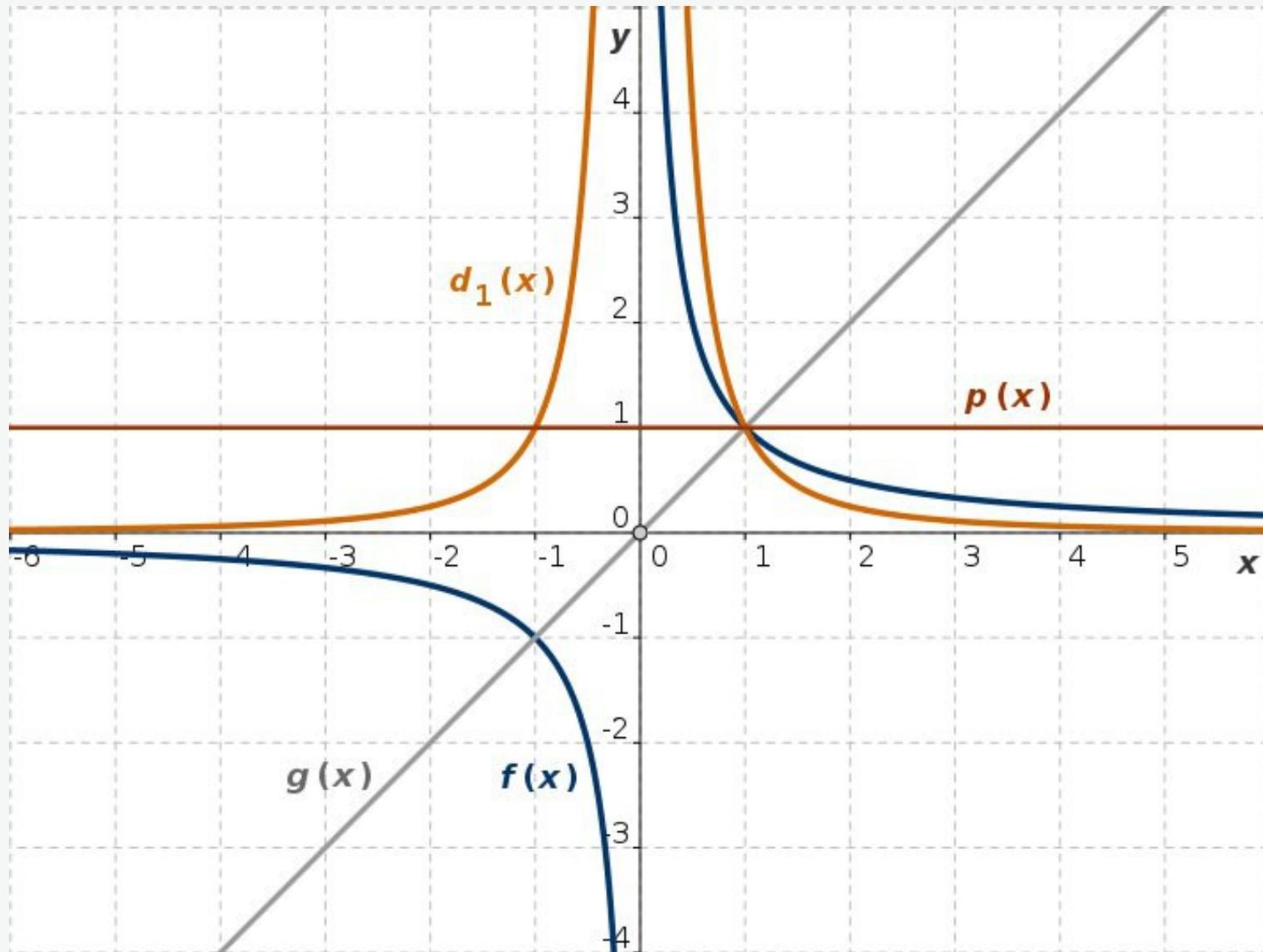


Abb. L2-4: Die Summe der Funktionen  $y=f(x)$  und  $y=g(x)$

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = x, \quad p(x) = 1, \quad d_1 = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{1}{x^2}$$

## Aufgabe 2: Quotient von Funktionen

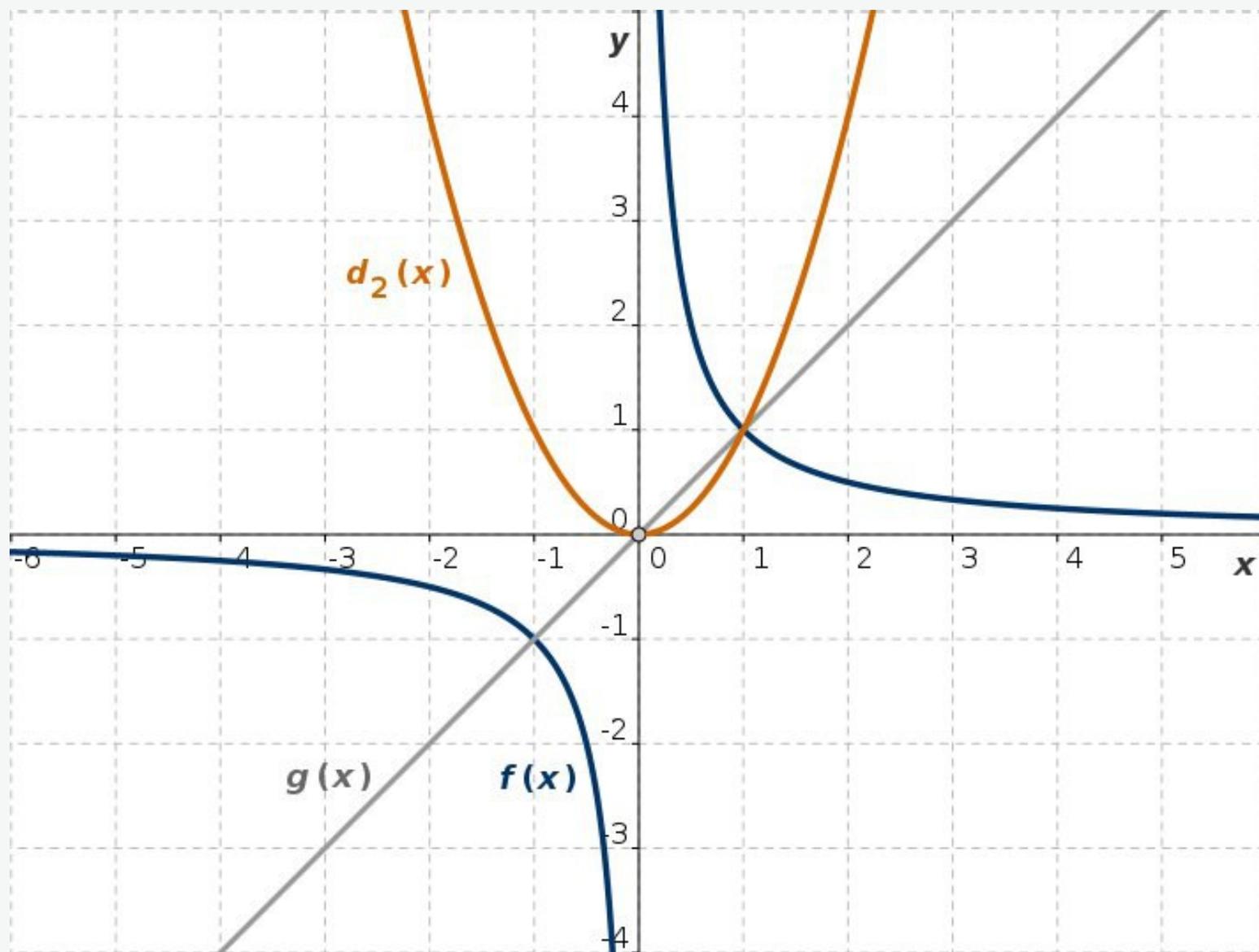


Abb. L2-5: Die Summe der Funktionen  $y = f(x)$  und  $y = g(x)$

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = x, \quad d_2 = \frac{g(x)}{f(x)} = x^2$$