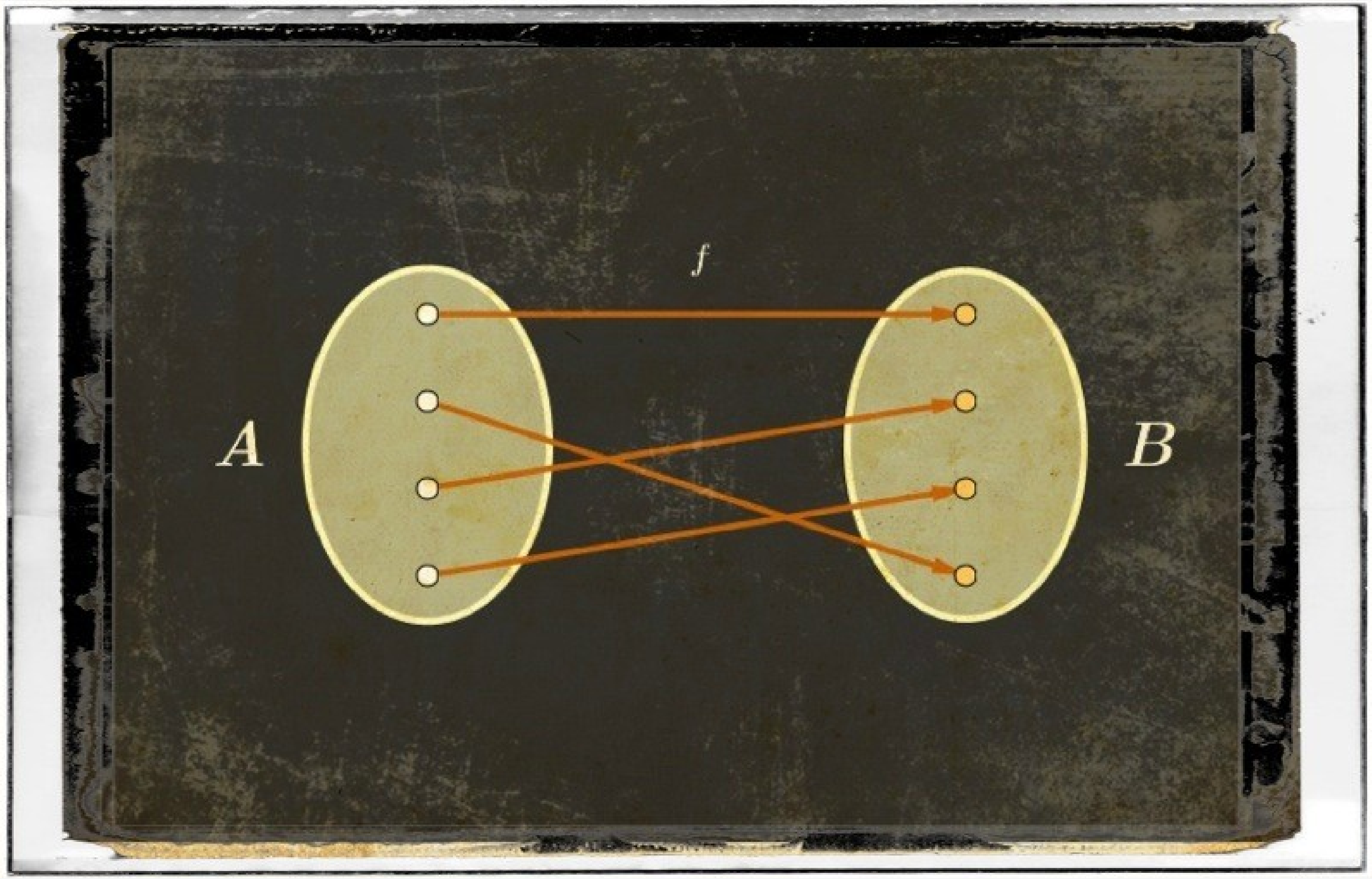


Konzept einer Abbildung

Funktionen sind fundamentale Instrumente der Mathematik zur Beschreibung von Zusammenhängen und Abhängigkeiten.

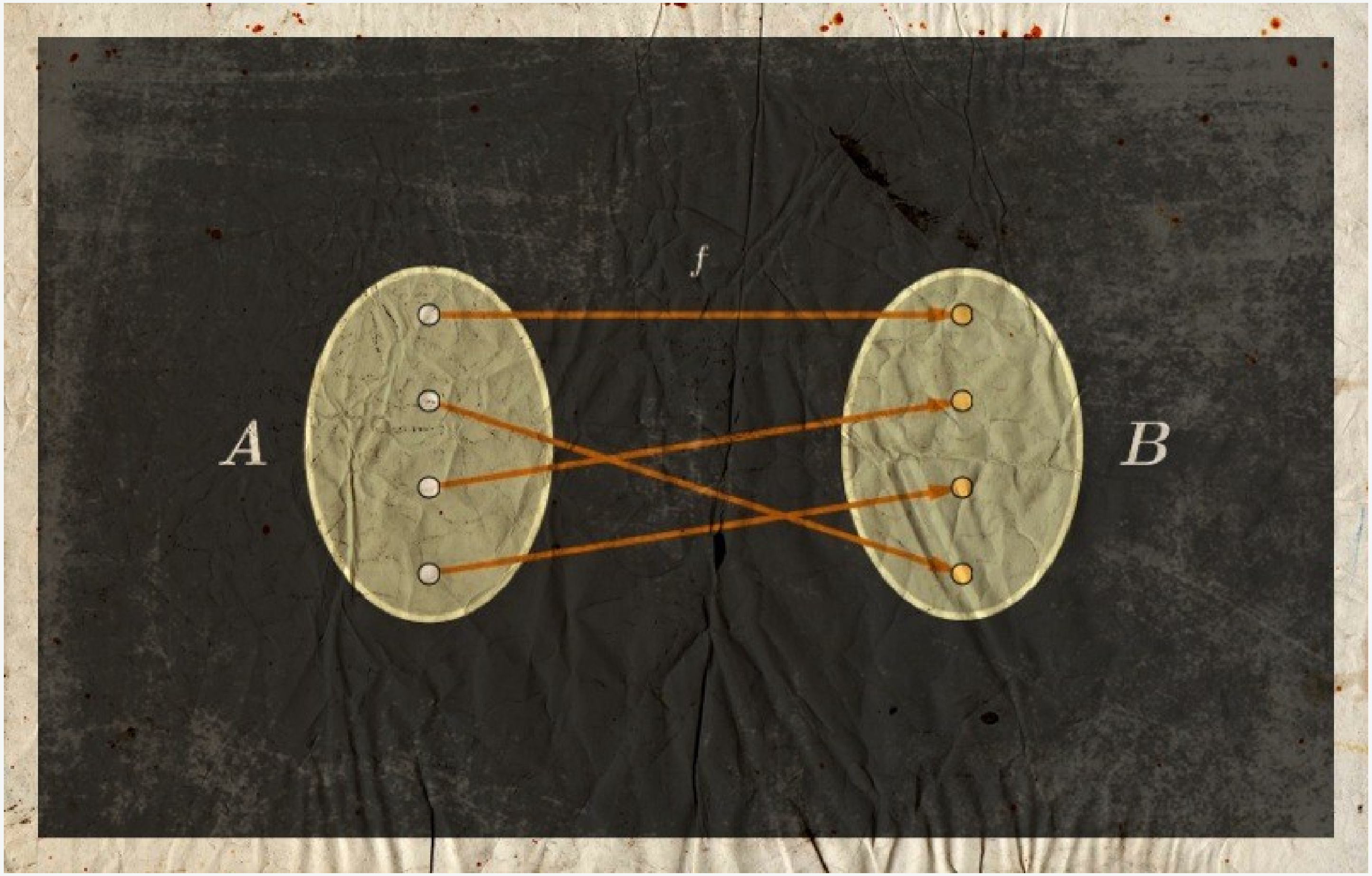
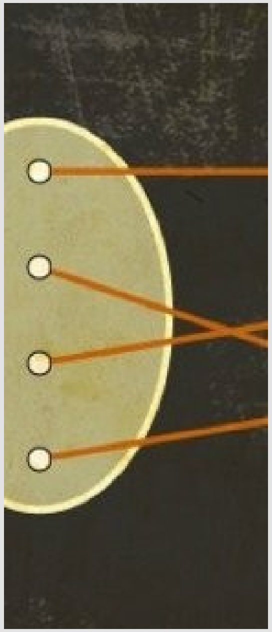


Abb. 1-1: Darstellung einer Abbildung

Oft will man Elementen einer bestimmten Menge auf eine eindeutige Weise Elemente einer anderen Menge zuordnen. Solche Zuordnungen nennt man Abbildungen. Der Abbildungsbegriff ist für die Mathematik von grundsätzlicher Bedeutung.



Definition:

Unter einer Abbildung f von A nach B versteht man eine Vorschrift (z. B. eine Formel, wörtliche Beschreibung), die jedem Element aus A genau ein Element aus B zuordnet.

Der Begriff “Abbildung” ist sehr allgemein und beinhaltet keine Einschränkungen bezüglich der Objekte, die einander zugeordnet werden. Den Begriff Funktion gebraucht man in einem engeren Sinn, und zwar dann, wenn es sich bei der Abbildung um die Zuordnung reeller Zahlen handelt. Man spricht in diesem Fall von reellwertigen Funktionen oder einfach von reellen Funktionen.

Eine Abbildung f von X nach Y wird auf folgende Weisen beschrieben:

$$1)\quad X \overbrace{\rightarrow}^{f} Y, \qquad\qquad f: \quad X \rightarrow Y$$

$$2)\quad x \rightarrow f(x)$$

Der erste Ausdruck cherakterisiert f als eine Abbildung von X nach Y, der zweite spezifiziert die Zuordnungsvorschrift, durch die x auf das Element $f(x)$ abgebildet wird.

	Argument x	**Funktionswert**
1.	$x = -2$	$f(-2) = 0$
2.	$x = -1$	$f(-1) = -1.5$
3.	$x = 0$	$f(0) = -2$
4.	$x = 1$	$f(1) = -1.5$
5.	$x = 2$	$f(2) = 0$
6.	$x = 3$	$f(3) = 2.5$
7.	$x = 4$	$f(4) = 6$

Tabelle 1: x-Werte und entsprechende Werte der Funktion $f(x) = 0.5\, x^2 - 2$

Eine Abbildung kann man im Form einer Tabelle darstellen.

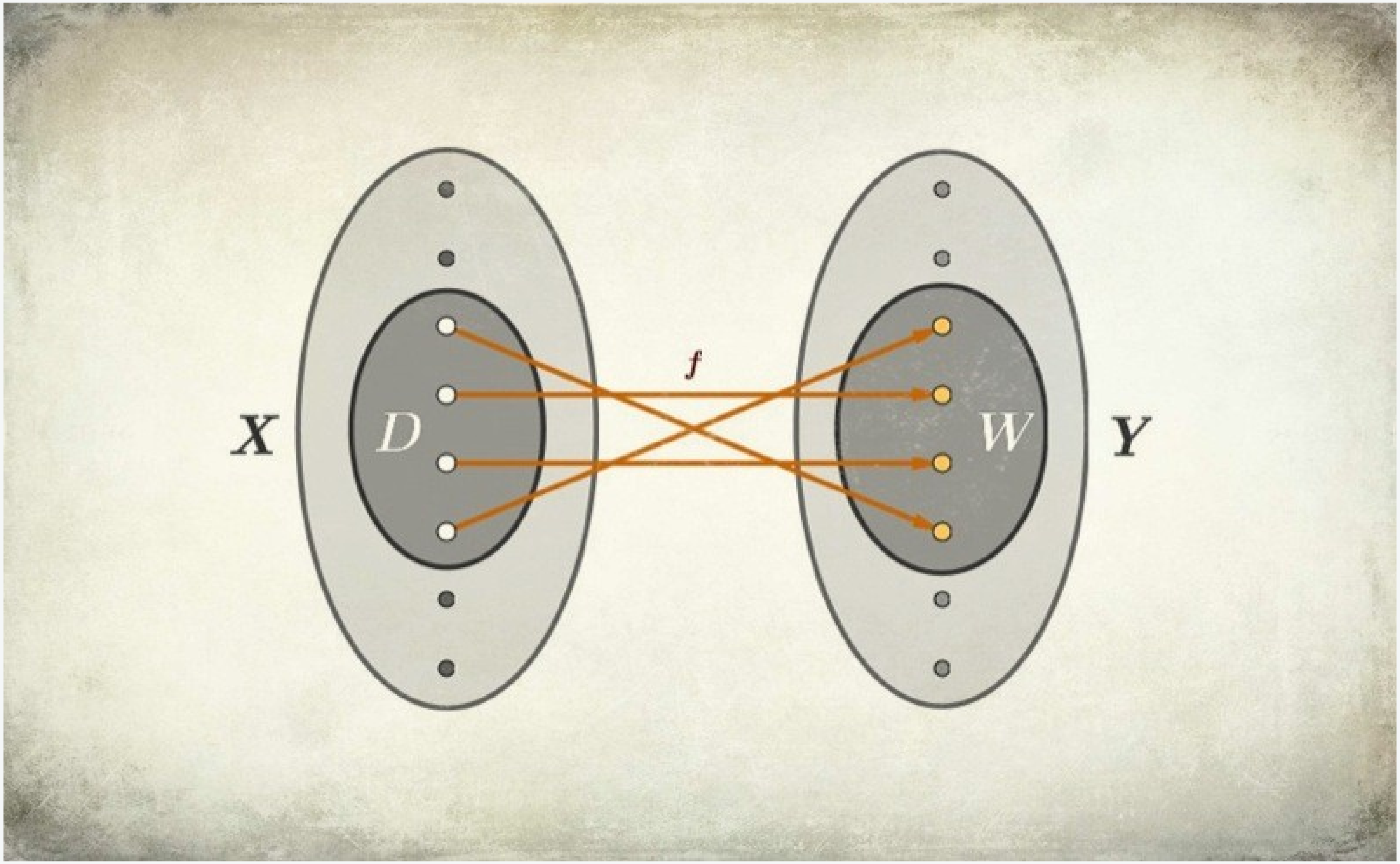
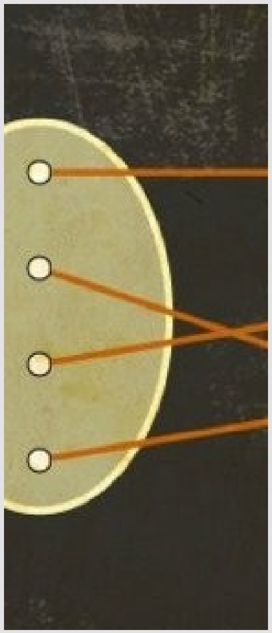


Abb. 1-2: Darstellung einer Abbildung von X nach Y. D ist die Definitionsmenge und W – der Wertebereich der Abbildung $f = f(x)$



Jedem x aus D wird nur ein Element $y = f(x)$ zugeordnet.

y – ist das Bild von x bezüglich f

x – ist das Urbild von y bezüglich f

Die Vorschrift f heißt Abbildung

Zu einem y aus W können mehrere Urbilder gehören.

Statt Abbildung sagt man auch Funktion.

Ist $X = \mathbb{R}$ und $Y = \mathbb{R}$, so nennt man f eine reelle Funktion.

Meist geht man zu einer Kurzfassung über:

$f(x) = x^2$ statt $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \to x^2$

Das ist natürlich völlig legitim, solange klar ist, was die Definitions- und was die Wertemenge ist.

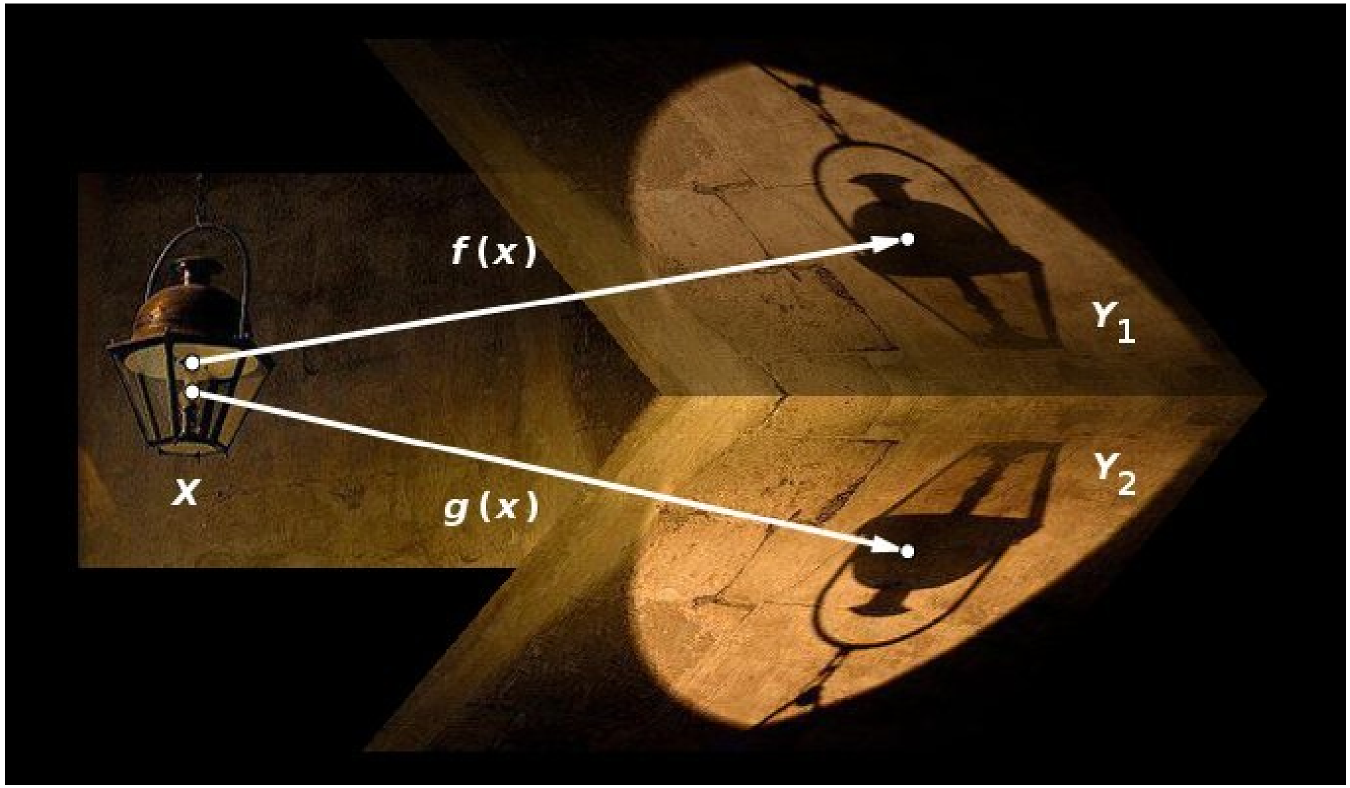


Abb. 1-3: Darstellung von Abbildungen f (x) und g(x)

Durch zwei verschiedene Vorschriften $f(x)$ und $g(x)$ wird von einer Menge X aus in zwei verschiedene Mengen abgebildet.

Zur Abb. 1-4: Geben Sie Beispiele, wenn

$a)\quad Y_1 \cap Y_2 = \{ \emptyset \}$

Die beiden Wertemengen haben kein gemeinsames Element.

$b)\quad Y_1 \cap Y_2 = Y_3$

Die Schnittmenge ist eine nicht leere Menge.

$c)\quad Y_1 = Y_2$

Die beiden Wertemengen sind gleich.

a) $X = \{-1, 0, 1\}, \quad f(x) = x^2 + 1, \quad g(x) = -x^2$

$Y_1 = \{1, 2\}, \quad Y_2 = \{-1, 0\}, \quad Y_1 \cap Y_2 = \{\varnothing\}$

b) $X = \{-1, 0, 1\}, \quad f(x) = x^2, \quad g(x) = -x^2 + 2$

$Y_1 = \{0, 1\}, \quad Y_2 = \{1, 2\}, \quad Y_1 \cap Y_2 = \{1\}$

c) $X = \{-1, 0, 1\}, \quad f(x) = x^2, \quad g(x) = -x^2 + 1$

$Y_1 = \{0, 1\}, \quad Y_2 = \{0, 1\}, \quad Y_1 = Y_2$