Monotonieverhalten einer Funktion: Beispiel 6

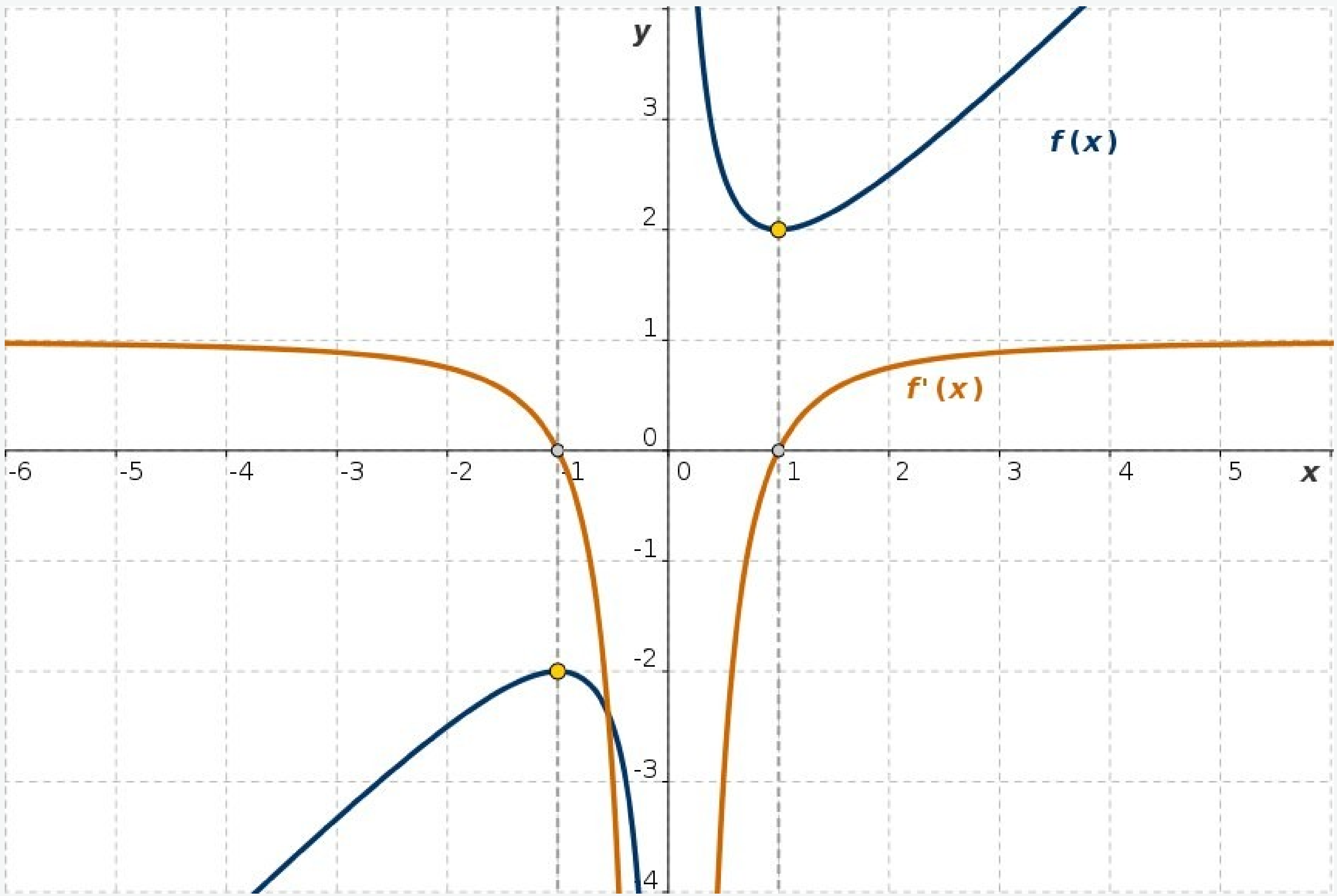

Abb. B6: Die Funktion $y = f(x)$ (blau) und ihre Ableitungsfunktion $y = f'(x)$ (rot)

$$f(x) = \frac{1}{x} + x \,, \qquad f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 1$$

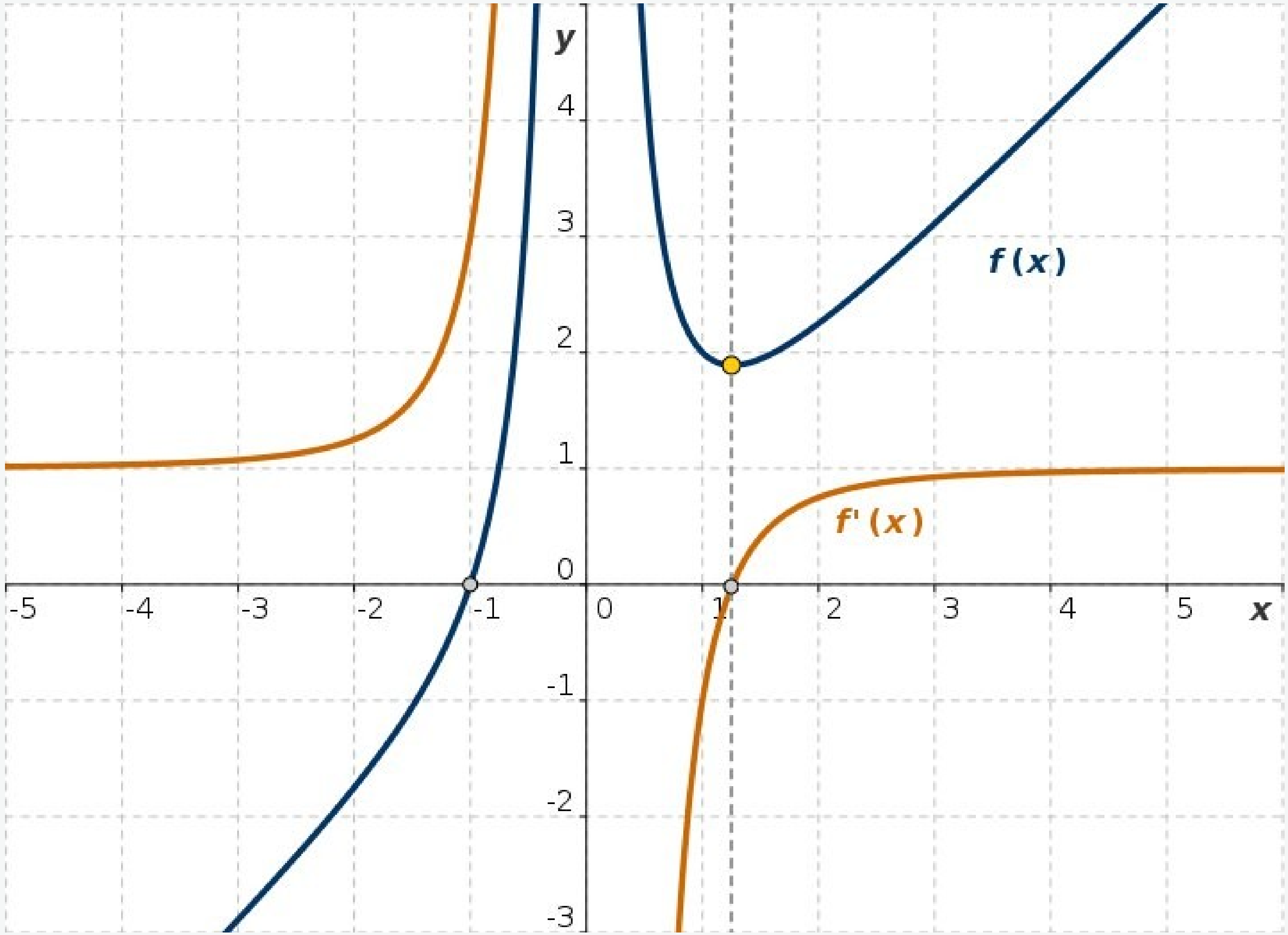

Abb. B7: Die Funktion $y = f(x)$ (blau) und ihre Ableitungsfunktion $y = f'(x)$ (rot)

$$f(x) = \frac{1}{x^2} + x, \qquad f'(x) = -\frac{2}{x^3} + 1$$

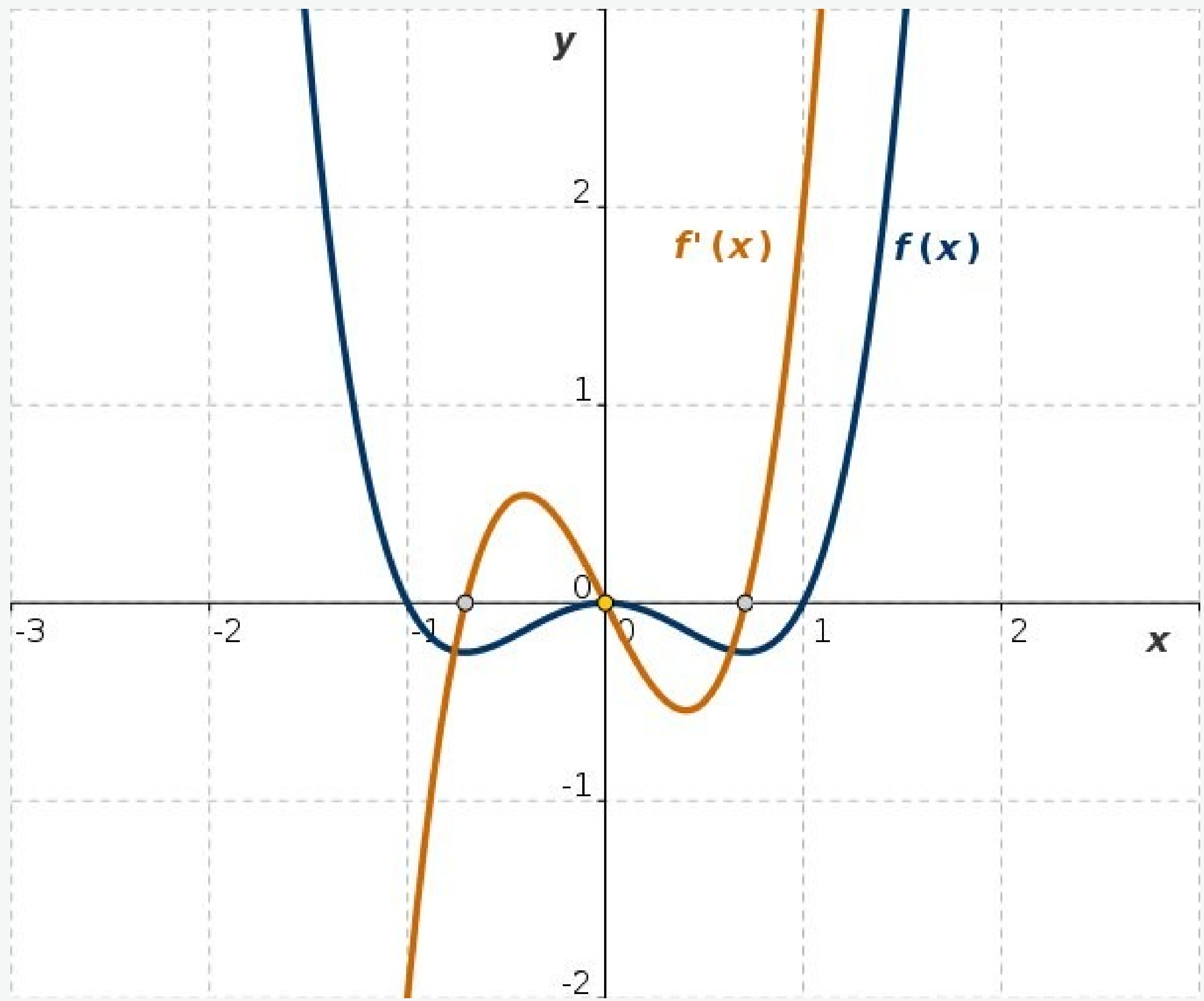

Abb. B8: Die Funktion $y = f(x)$ (blau) und ihre Ableitungsfunktion $y = f'(x)$ (rot)

$$f(x) = x^4 - x^2, \qquad f'(x) = 4x^3 - 2x$$

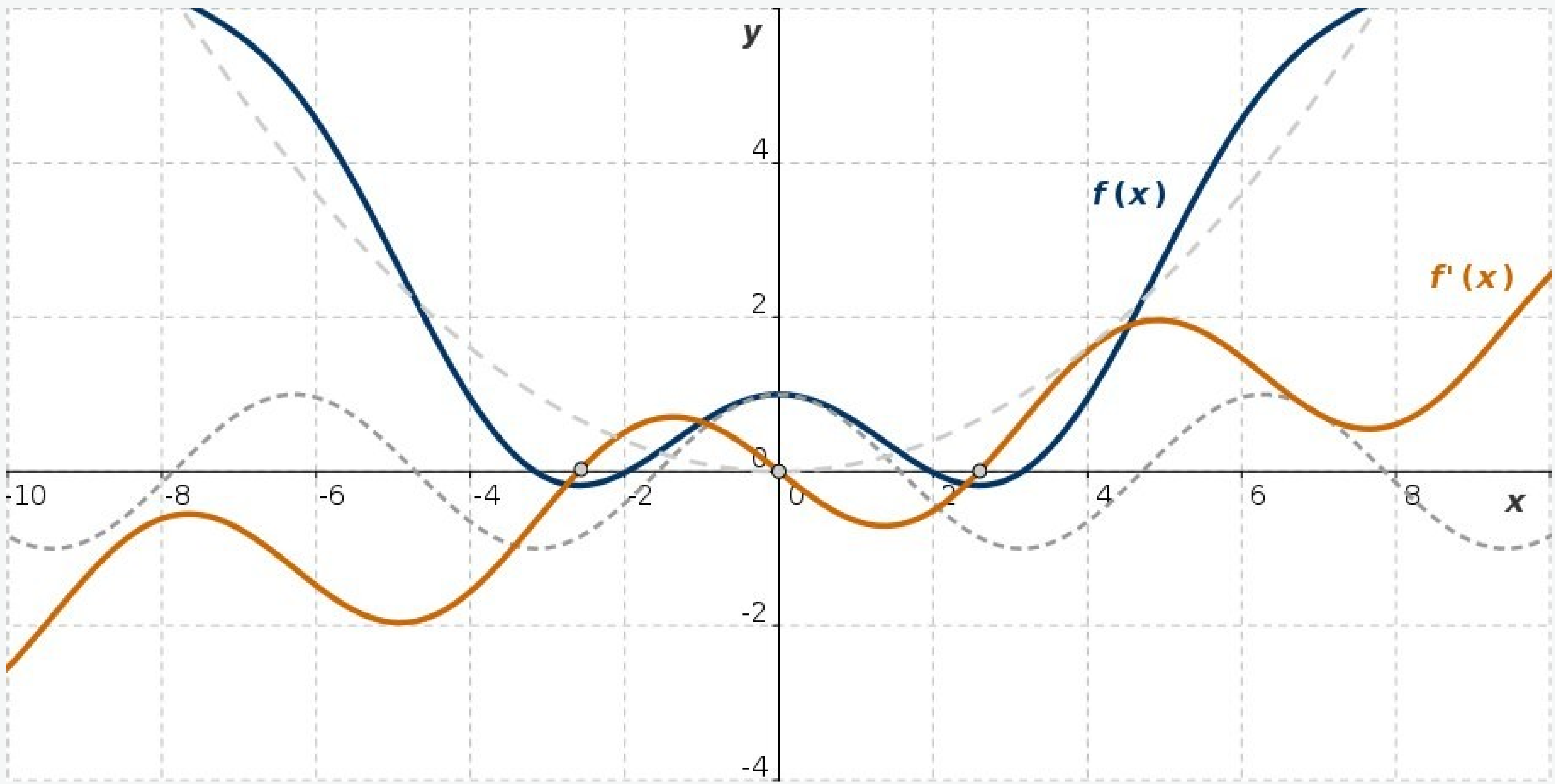

Abb. B9a: Die Funktion $y = f(x)$ (blau) und ihre Ableitungsfunktion $y = f'(x)$ (rot)

$$f(x) = \frac{x^2}{10} + \cos x\,, \qquad f'(x) = \frac{x}{5} - \sin x$$

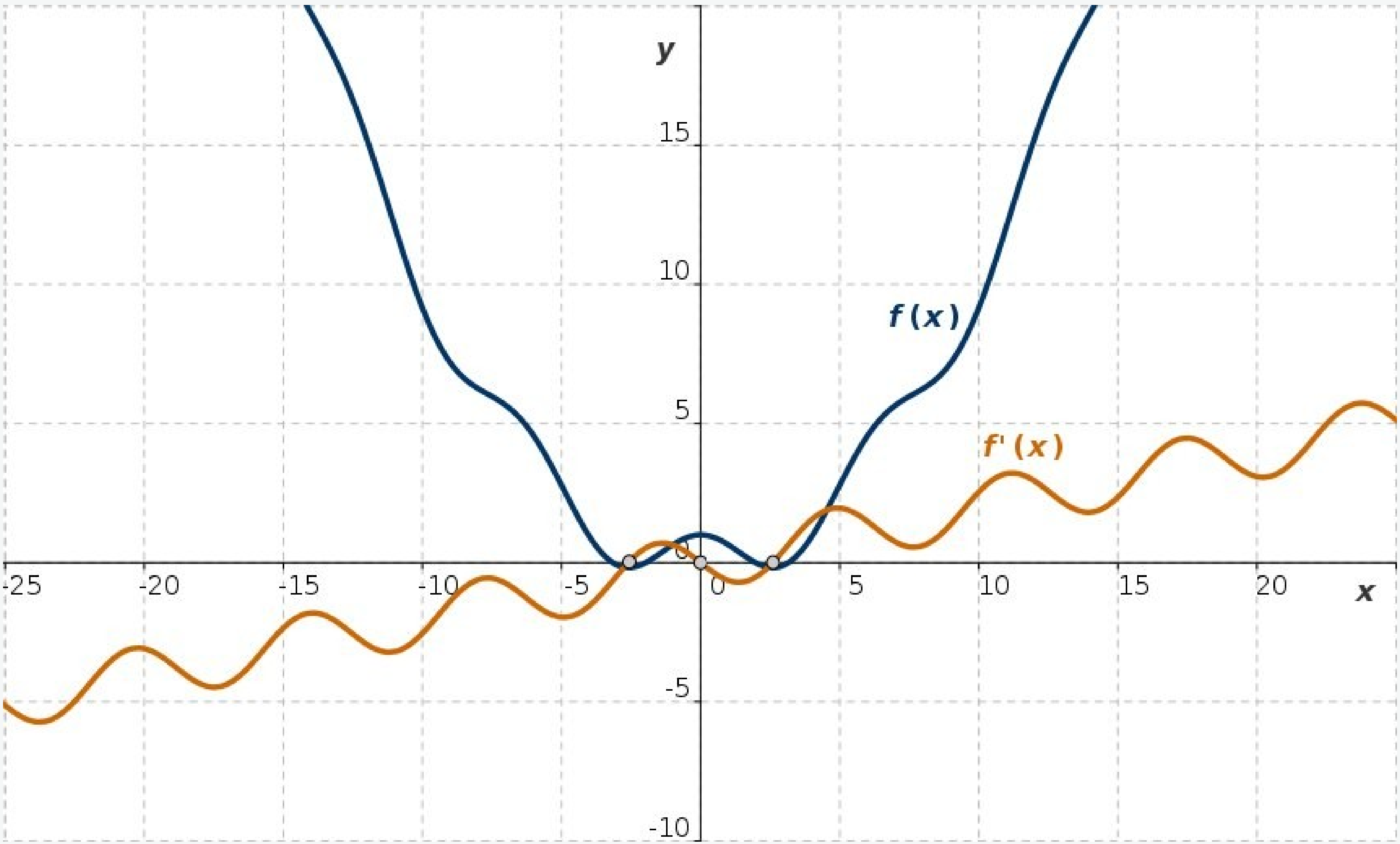

Abb. B9b: Die Funktion $y = f(x)$ (blau) und ihre Ableitungsfunktion $y = f'(x)$ (rot)

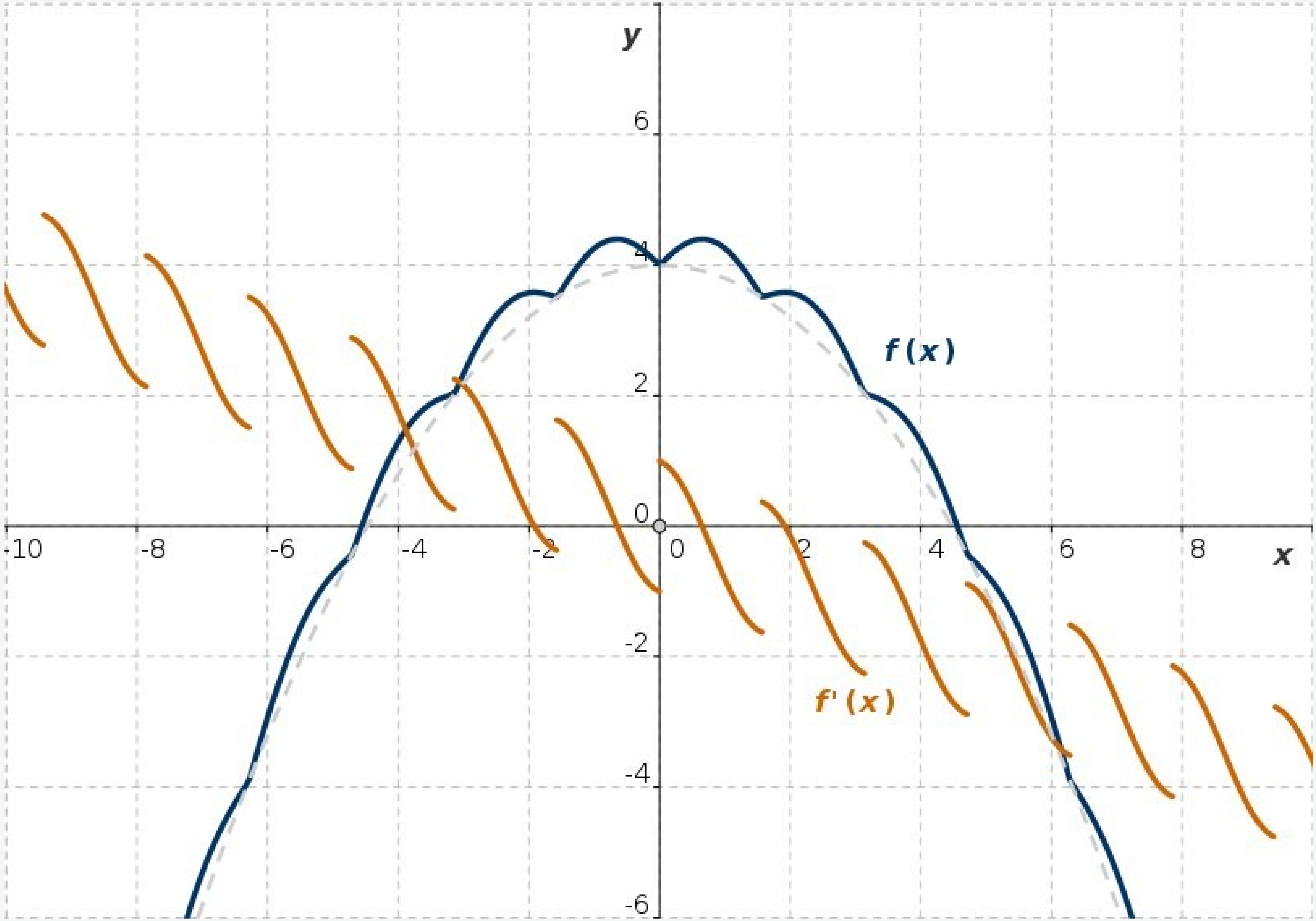

Abb. B10a: Die Funktion y = f (x) (blau) und ihre Ableitungsfunktion y = f '(x) (rot)

$$f\,(x) = -\,\frac{x^2}{5} + 4 + \frac{1}{2}\,|\,\sin\,(2\,x)\,|$$

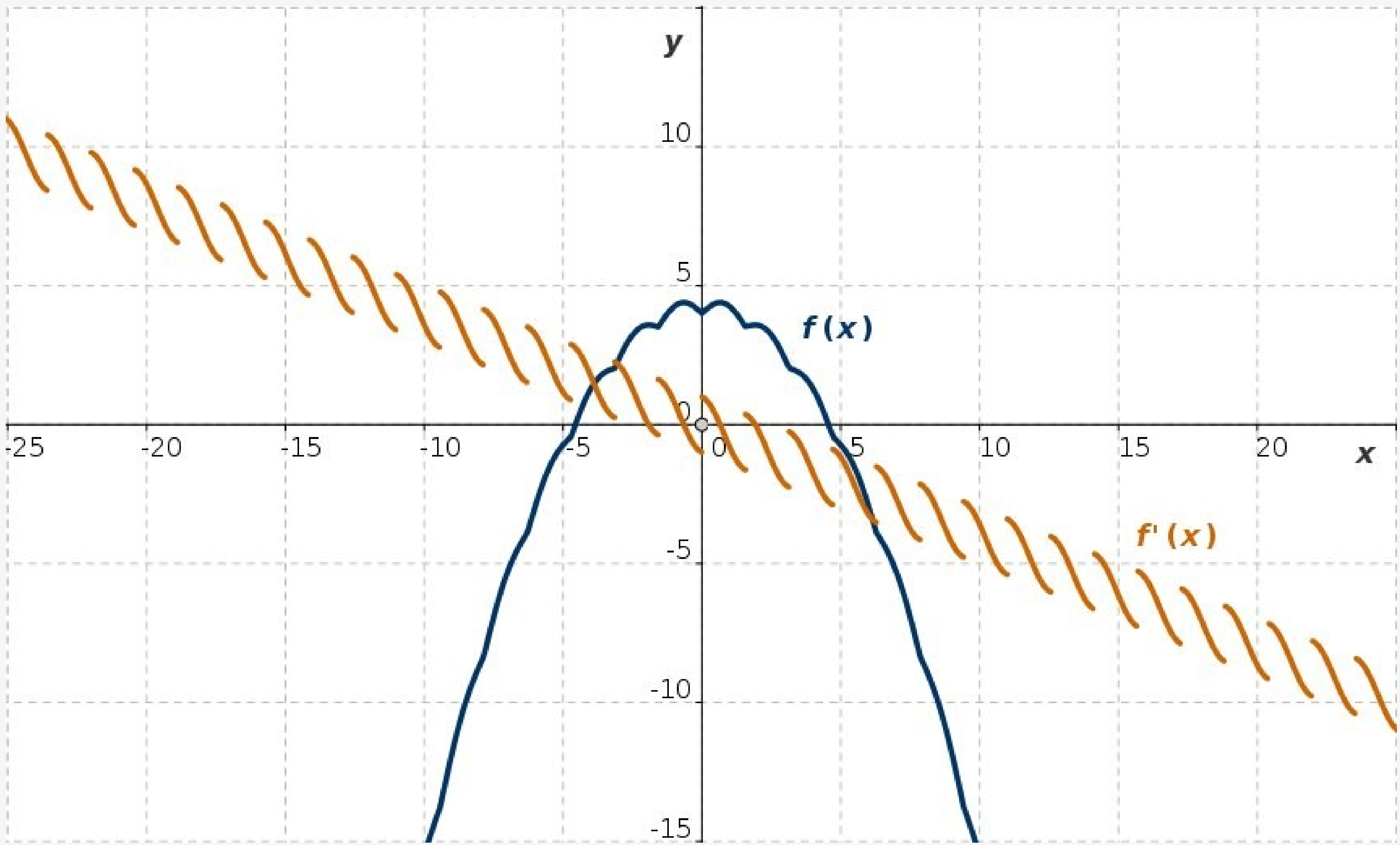

Abb. B10b: Die Funktion y = f (x) (blau) und ihre Ableitungsfunktion y = f '(x) (rot)

Erklären Sie das Verhalten der Ableitungsfunktion.

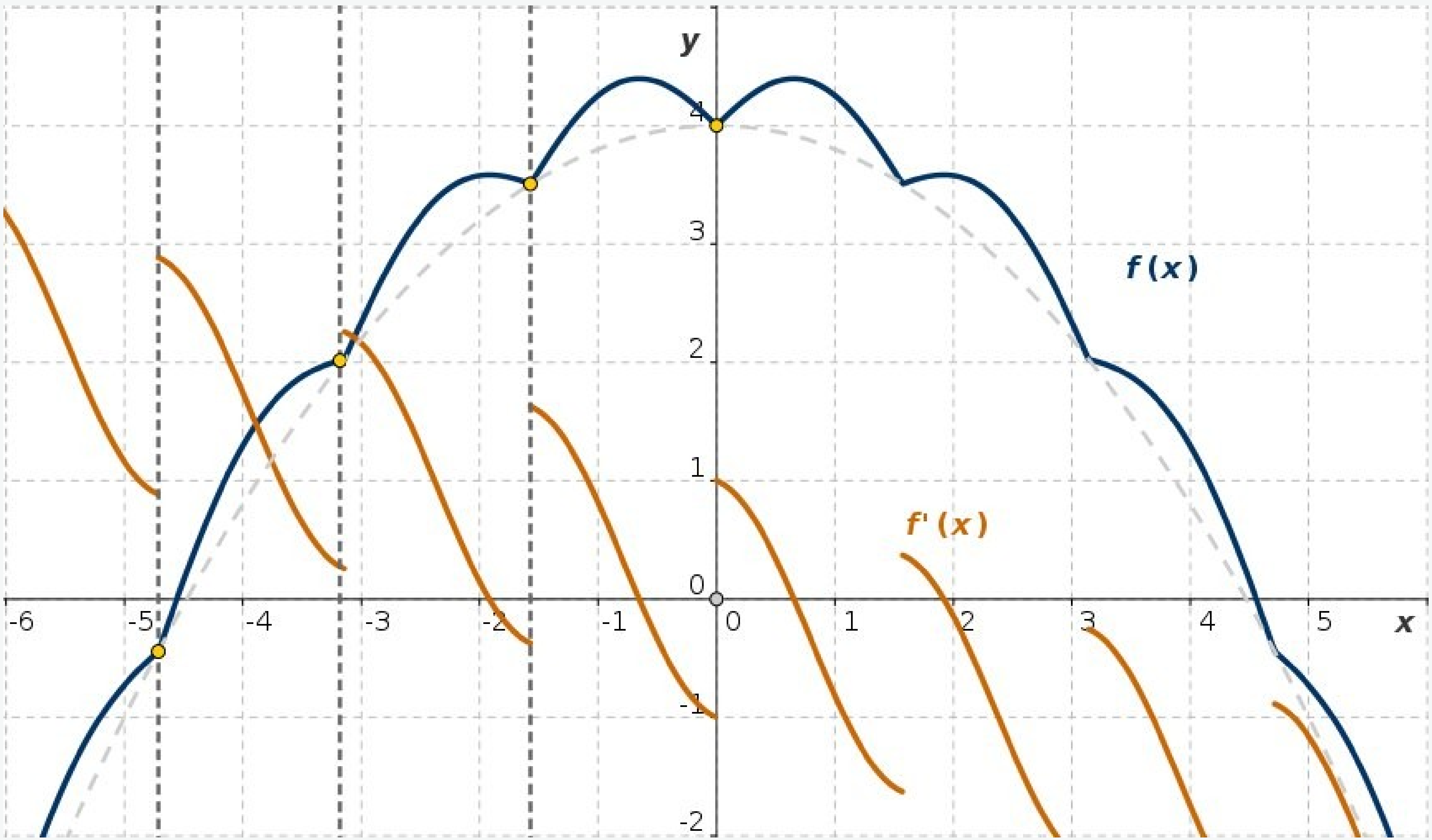

Abb. B10c: Die Funktion y = f (x) (blau) und ihre Ableitungsfunktion y = f '(x) (rot)

Die Funktion in den gelb gezeichneten (und ähnlichen) Punkten ist nicht differenzierbar.

Untersuchen Sie das Monotonieverhalten folgender Funktionen

Aufgabe 1: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

Aufgabe 2: $f(x) = x^3 - 2x^2$

$$f(x) = \frac{1}{3}\,x^3 - \frac{1}{2}\,x^2 - 2\,x + 1$$

$$f'(x) = x^2 - x - 2 = (x + 1)\,(x - 2)$$

Schnittpunkte der Funktion *f '(x)* mit der *x*-Achse:

$$x_1 = -1, \qquad x_2 = 2$$

f '(x) ist eine nach oben geöffnete Parabel und hat im Intervall (-1, 2) negative Funktionswerte.

$$f(-1) = \frac{13}{6} \simeq 2.17, \qquad f(2) = -\frac{7}{3} \simeq -2.33$$

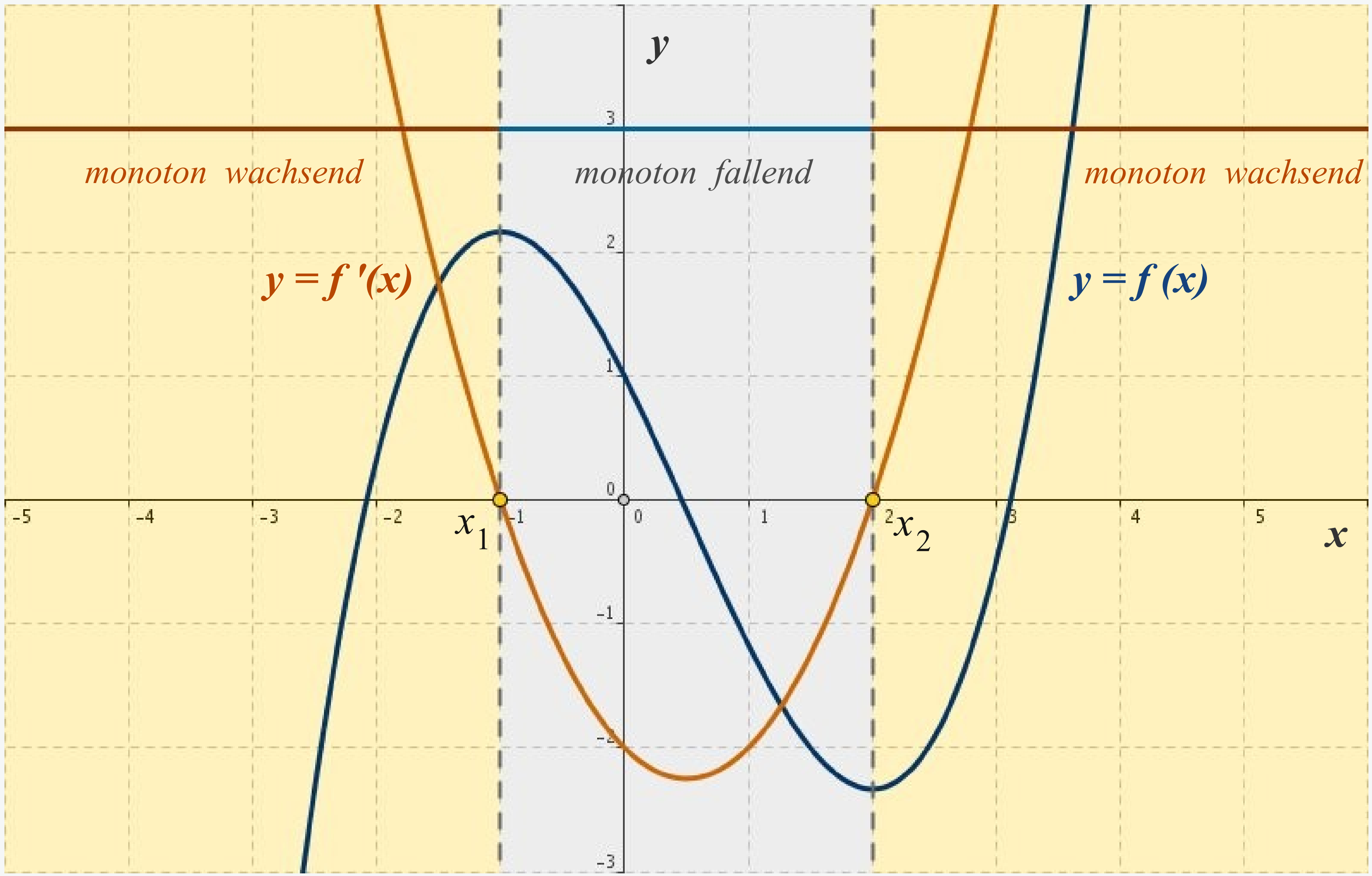

Abb. 2-1: Die Funktion $y = f(x)$ (blau) und ihre Ableitungsfunktion $y = f'(x)$ (rot)

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1, \qquad f'(x) = x^2 - x - 2$$

$$f(x) = x^3 - 2\,x^2$$

$$f'(x) = 3\,x^2 - 4\,x = x\,(3\,x - 4)$$

Schnittpunkte der Funktion $f'(x)$ mit der x-Achse:

$$x_1 = 0\,, \qquad x_2 = \frac{4}{3}$$

$f'(x)$ ist eine nach oben geöffnete Parabel und hat im Intervall (0, 1.33) negative Funktionswerte.

$$f(0) = 0, \qquad f\left(\frac{4}{3}\right) = -\,1.19$$

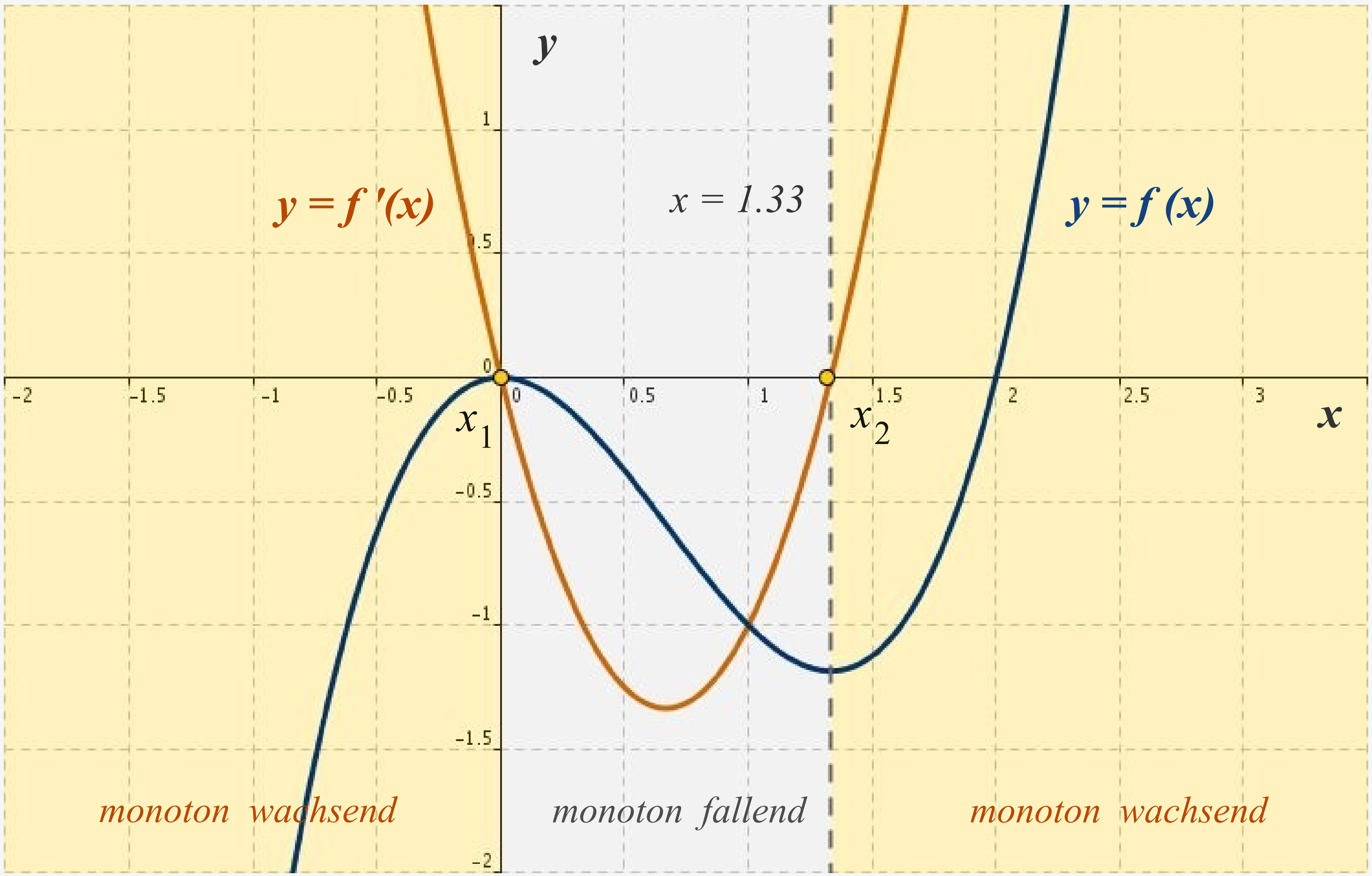

Abb. 2-1: Die Funktion y = f (x) (blau) und ihre Ableitungsfunktion y = f '(x) (rot)

$$f(x) = x^3 - 2x^2, \qquad f'(x) = 3x^2 - 4x$$

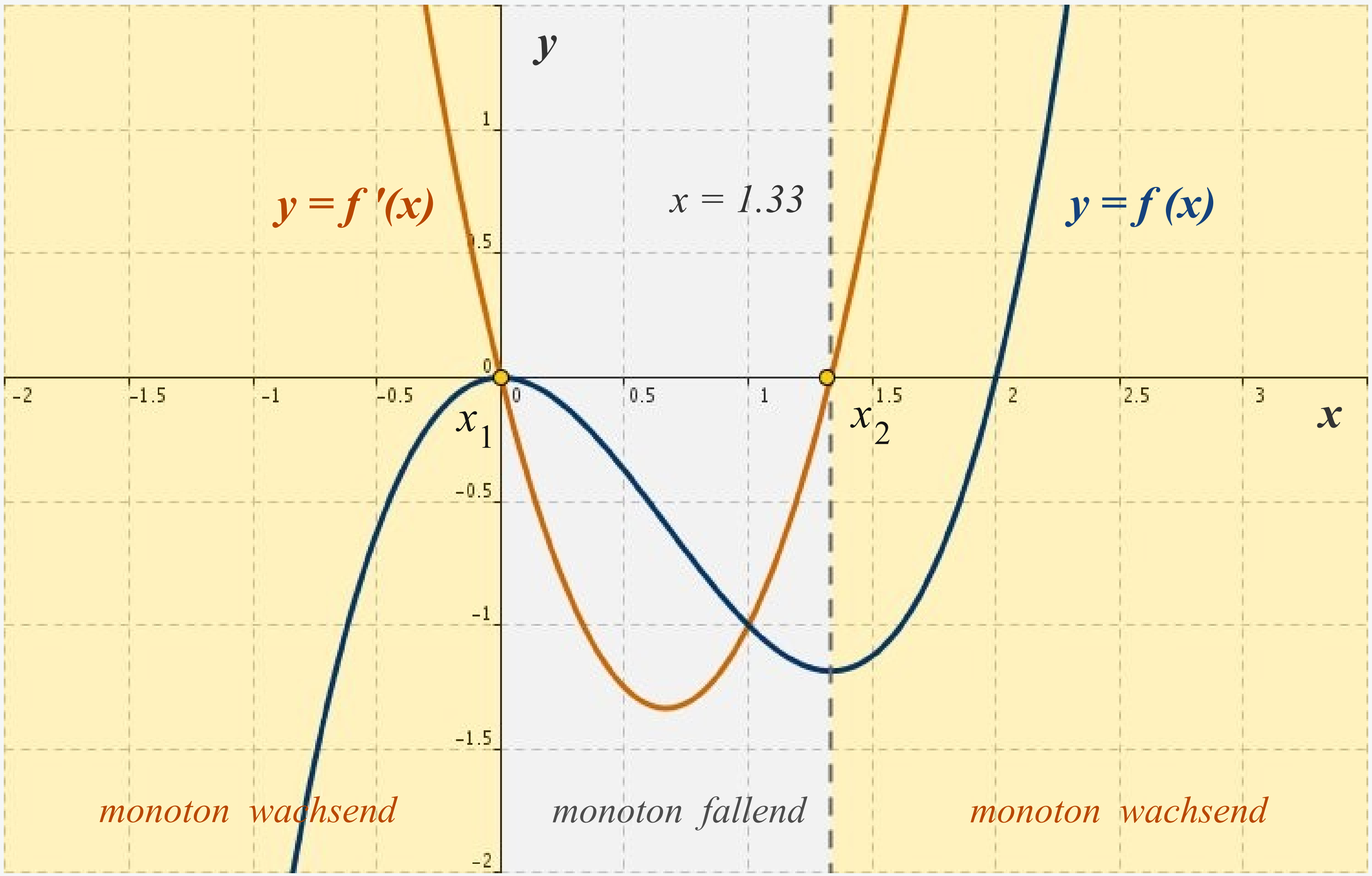

Abb. 2-1: Die Funktion $y = f(x)$ (blau) und ihre Ableitungsfunktion $y = f'(x)$ (rot)

$$f(x) = x^3 - 2x^2, \qquad f'(x) = 3x^2 - 4x$$