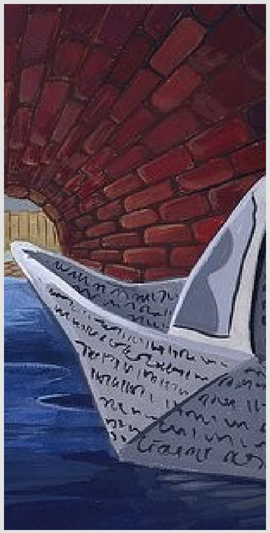
http://farm3.static.flickr.com/2113/2505650309_b38311f93f.jpg?v=0

Differenzierbarkeit



Zeichnen Sie folgende Funktionen, ihre Ableitungen, und bestimmen Sie die Stellen, an denen die Funktionen nicht differenzierbar sind:

Aufgabe 2: $f(x) = | x - 2 |$

Aufgabe 3: $f(x) = 2 - | x |$

Aufgabe 4: $f(x) = \frac{1}{2} | x^2 - 4 | - 1$

Aufgabe 5: $f(x) = x + 2, \qquad x < 1$

$f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 3, \qquad x \geqslant 1$

Aufgabe 6: $f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 3, \qquad | x - 1 | \geqslant 2$

$f(x) = 1, \qquad | x - 1 | < 2$

Aufgabe 7: $f(x) = || x | - 1 | - 1$

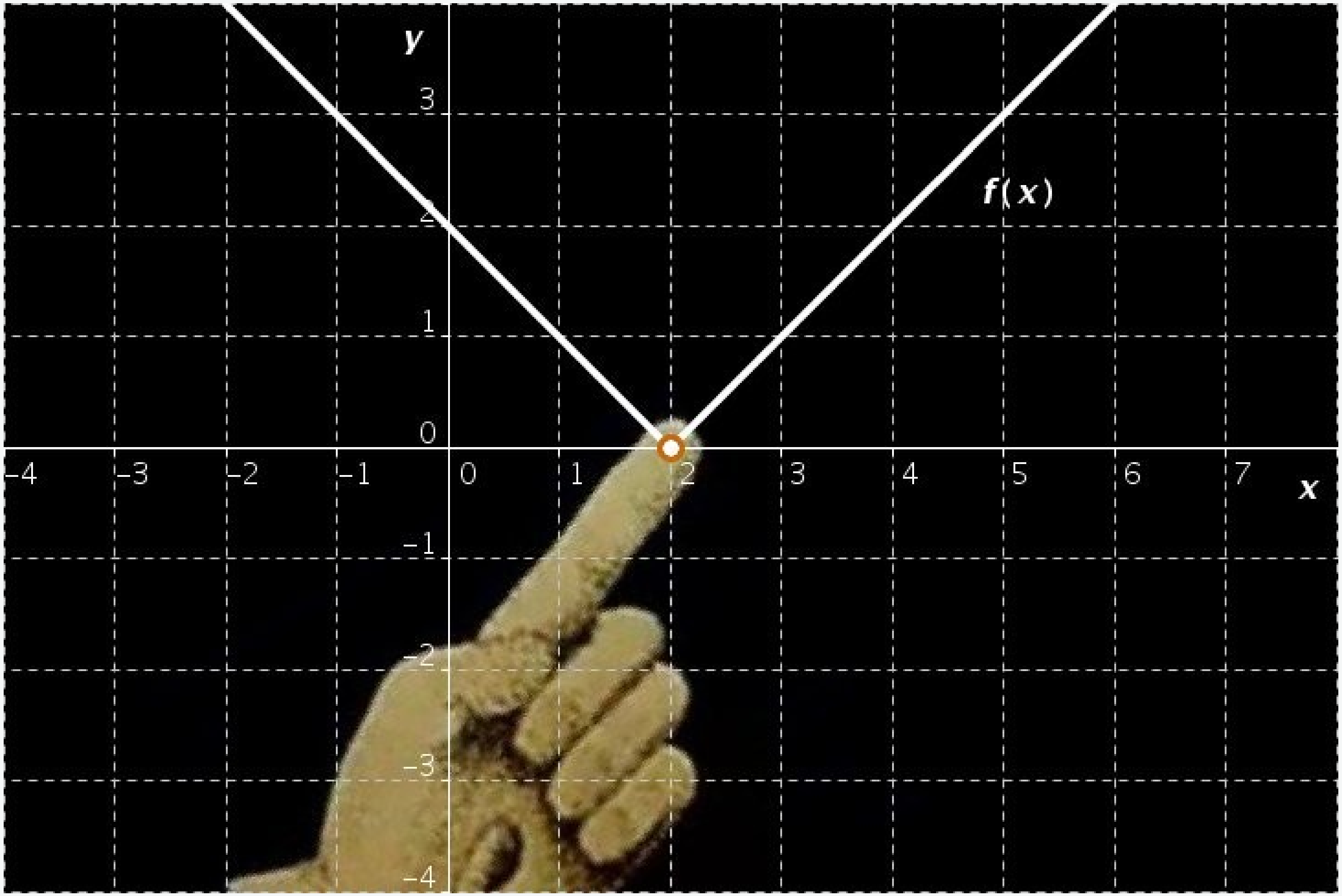


Abb. L2a: Die Betragsfunktion $f(x) = | x - 2 |$. Der Punkt (2, 0) ist die Knickstelle

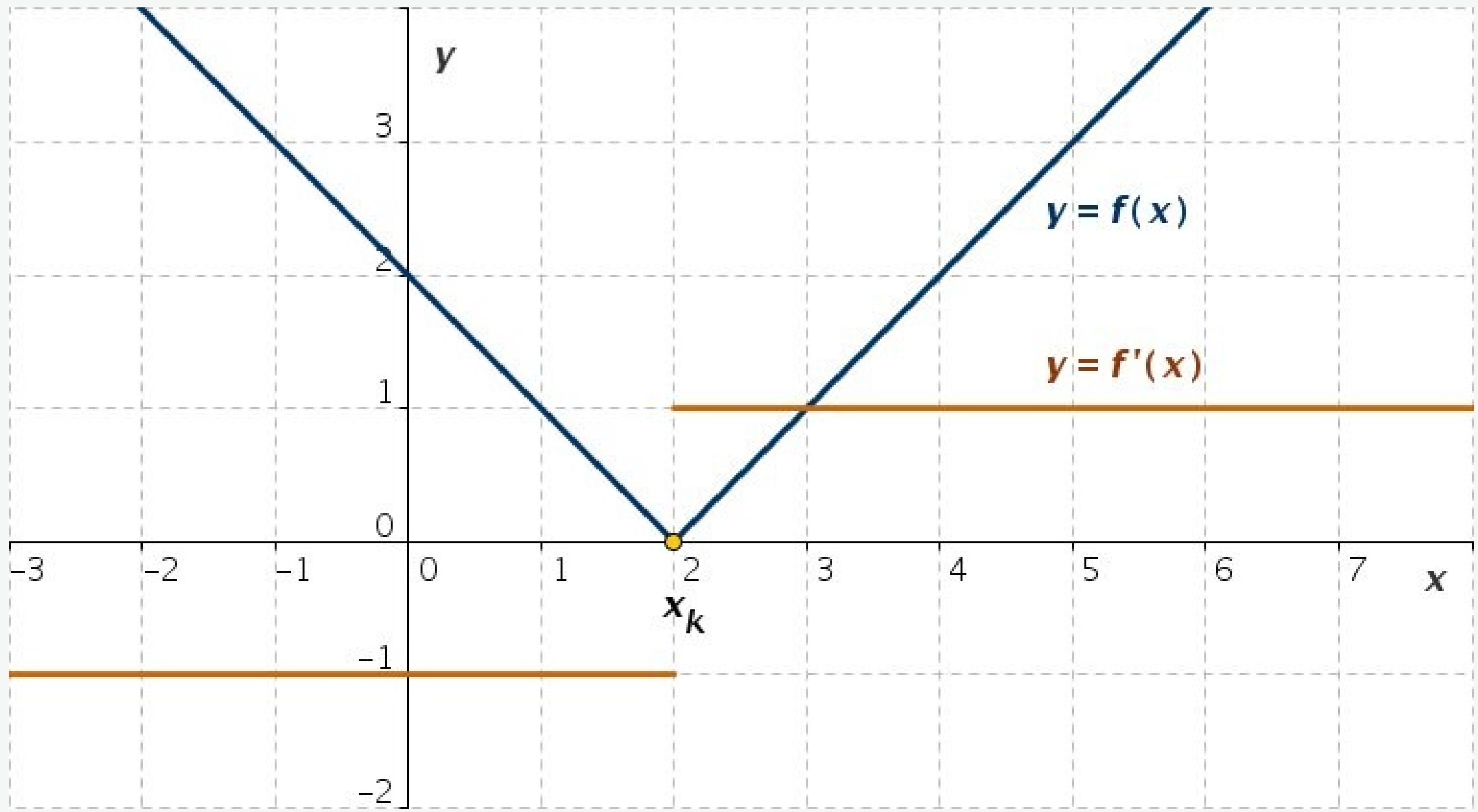


Abb. L2b: Die Betragsfunktion $y = f(x)$ (blau) und ihre Ableitungsfunktion (rot)

$$x < 2: \quad f(x) = 2 - x, \qquad x \geqslant 2: \quad f(x) = x - 2$$

$$x < 2: \quad f'(x) = -1, \qquad x > 2: \quad f'(x) = 1$$

Die Funktion ist im Punkt $x = 2$ nicht differenzierbar.

Differenzierbarkeit einer Betragsfunktion: Lösung 3

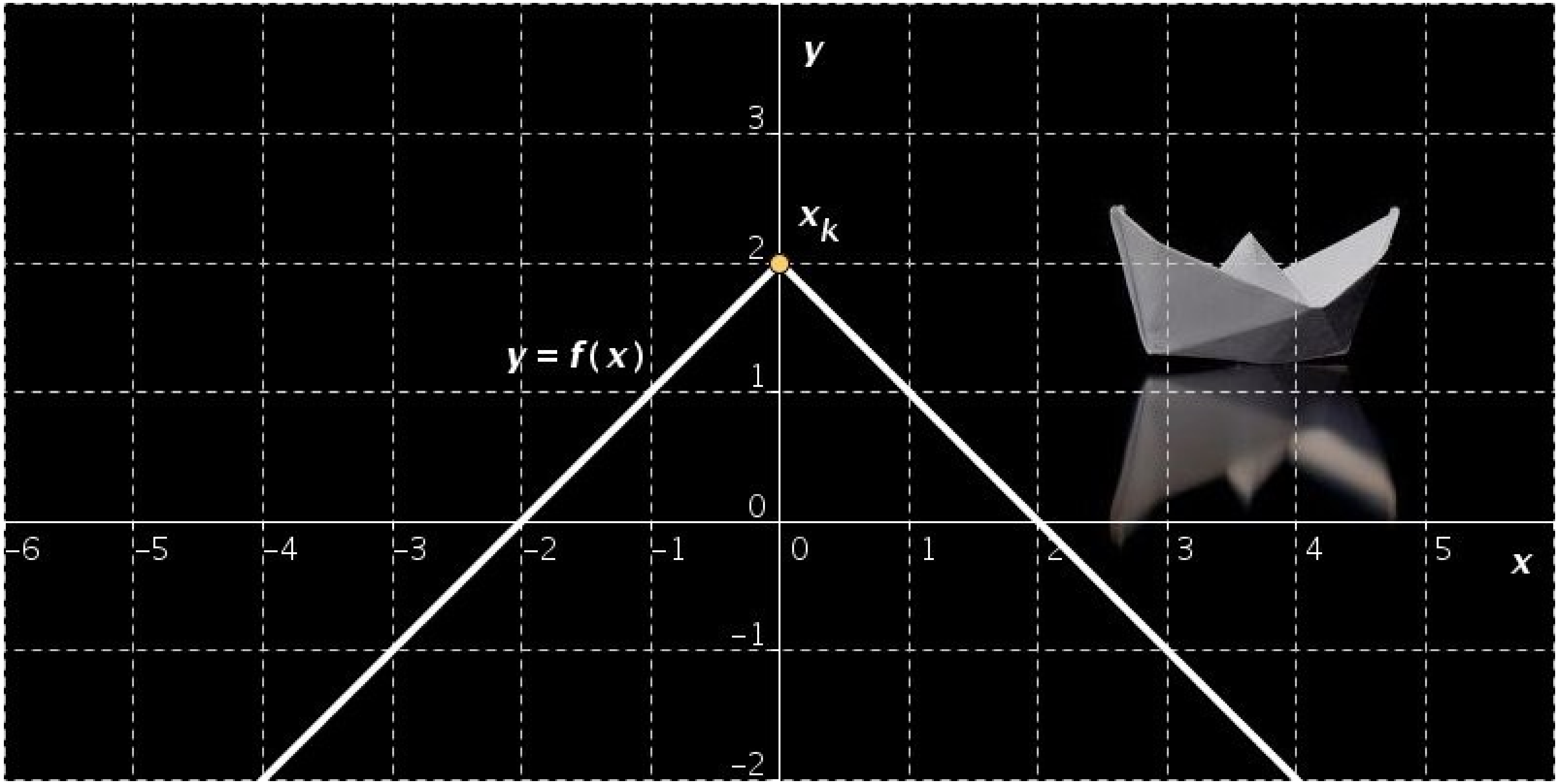


Abb. L3a: Die Betragsfunktion $y = 2 - |x|$

$$f(x) = 2 - |x|$$

$$x < 0 \quad : f(x) = 2 + x, \qquad x \geqslant 0 \quad : f(x) = 2 - x$$

$$x < 0 : \quad f'(x) = 1, \qquad x > 0 : \quad f'(x) = -1$$

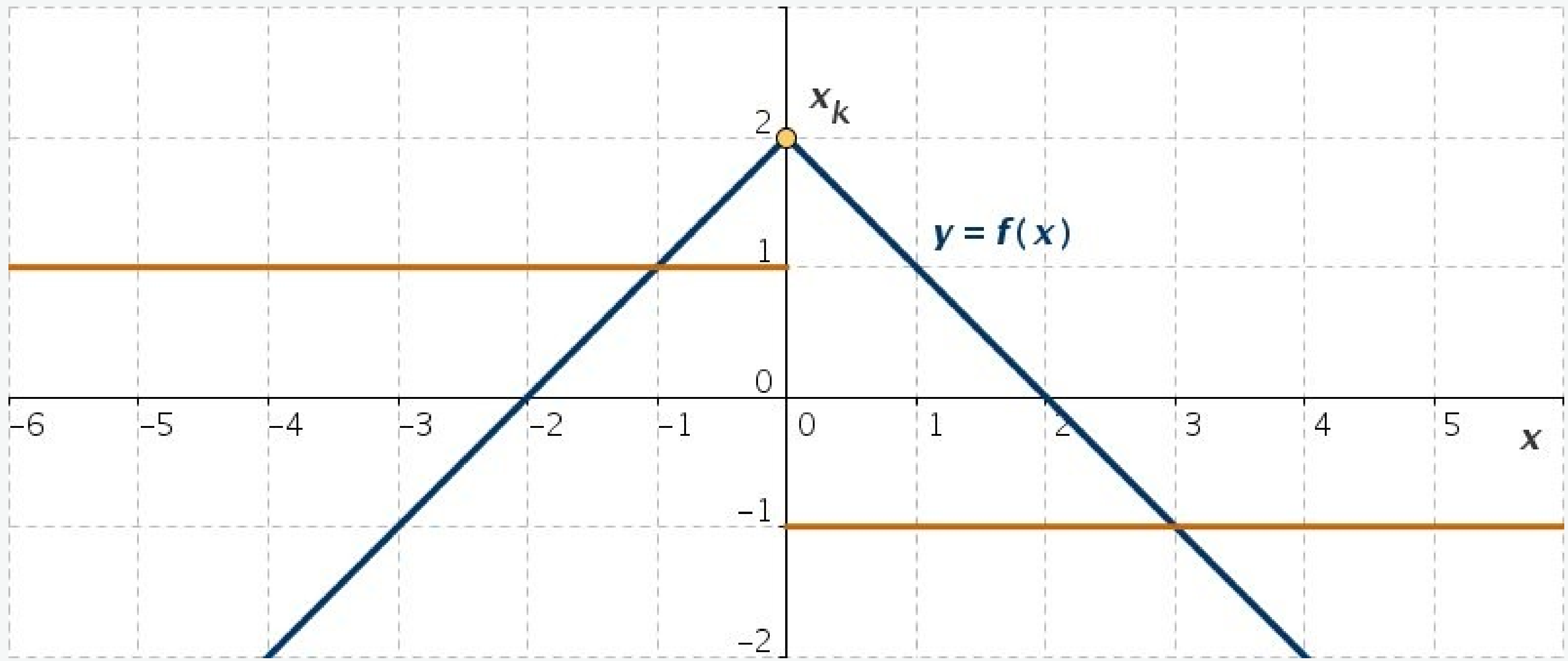


Abb. L3b: Die Betragsfunktion $y = f(x)$ (blau) und ihre Ableitungsfunktion (rot)

Die Funktion ist im Punkt $x = 0$ nicht differenzierbar.

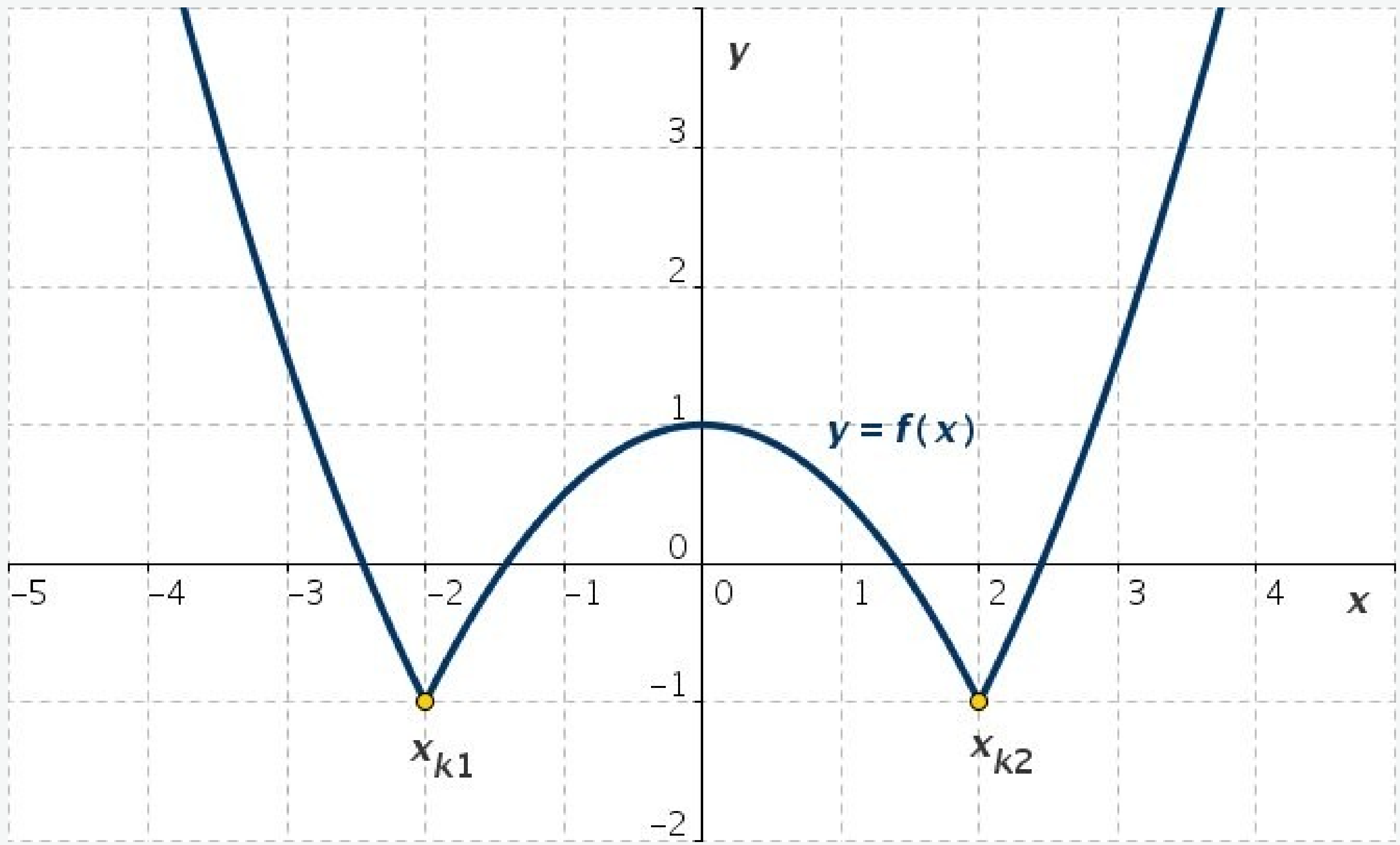


Abb. L4a: Die Betragsfunktion $y = f(x)$

$$f(x) = \frac{1}{2} \left| x^2 - 4 \right| - 1$$

$$|x| \leqslant 2 \quad : f(x) = 1 - \frac{x^2}{2}, \qquad |x| > 2 \quad : f(x) = \frac{x^2}{2} - 3$$

$$|x| < 2 : \quad f'(x) = -x, \qquad |x| > 2 : \quad f'(x) = x$$

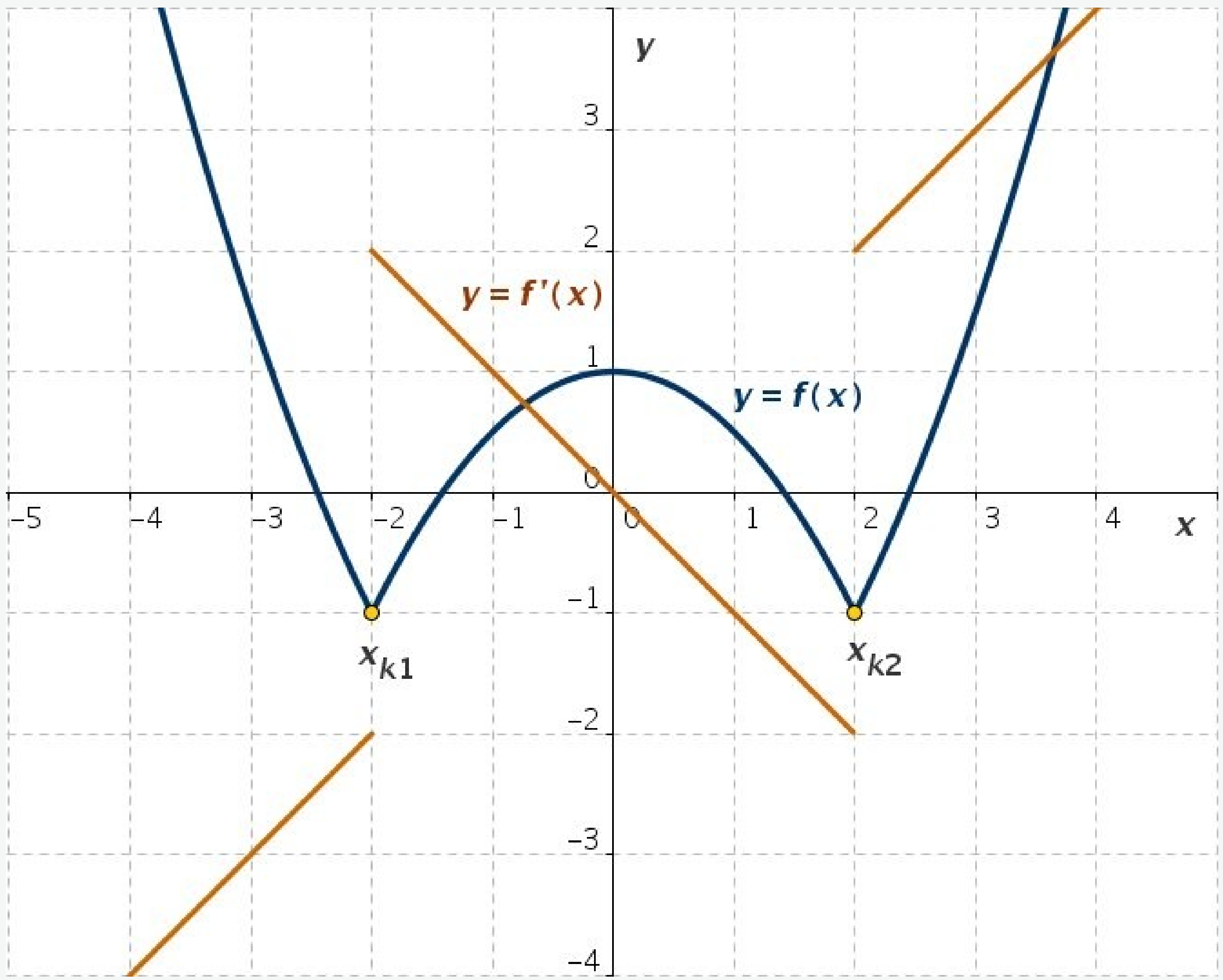


Abb. L4b: Die Betragsfunktion $y = f(x)$ (blau) und ihre Ableitungsfunktion (rot)

Die Funktion ist in den Punkten $x = -2$ und $x = 2$ nicht differenzierbar.

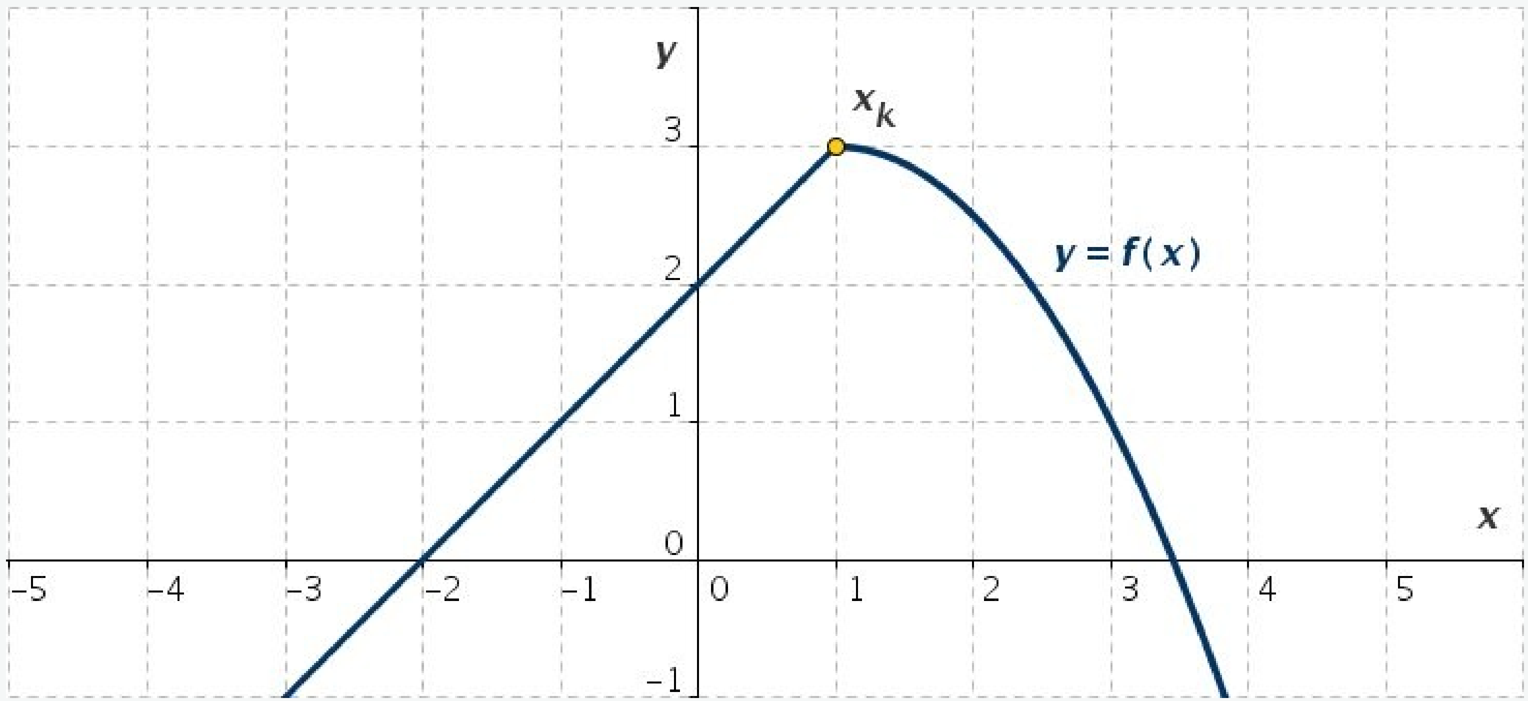


Abb. L5a: Die zusammengesetzte Funktion $y = f(x)$ der Aufgabe

$$f(x) = x + 2, \qquad x < 1$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 3, \qquad x \geqslant 1$$

$$x < 1: \quad f'(x) = 1, \qquad x > 1: \quad f'(x) = 1 - x$$

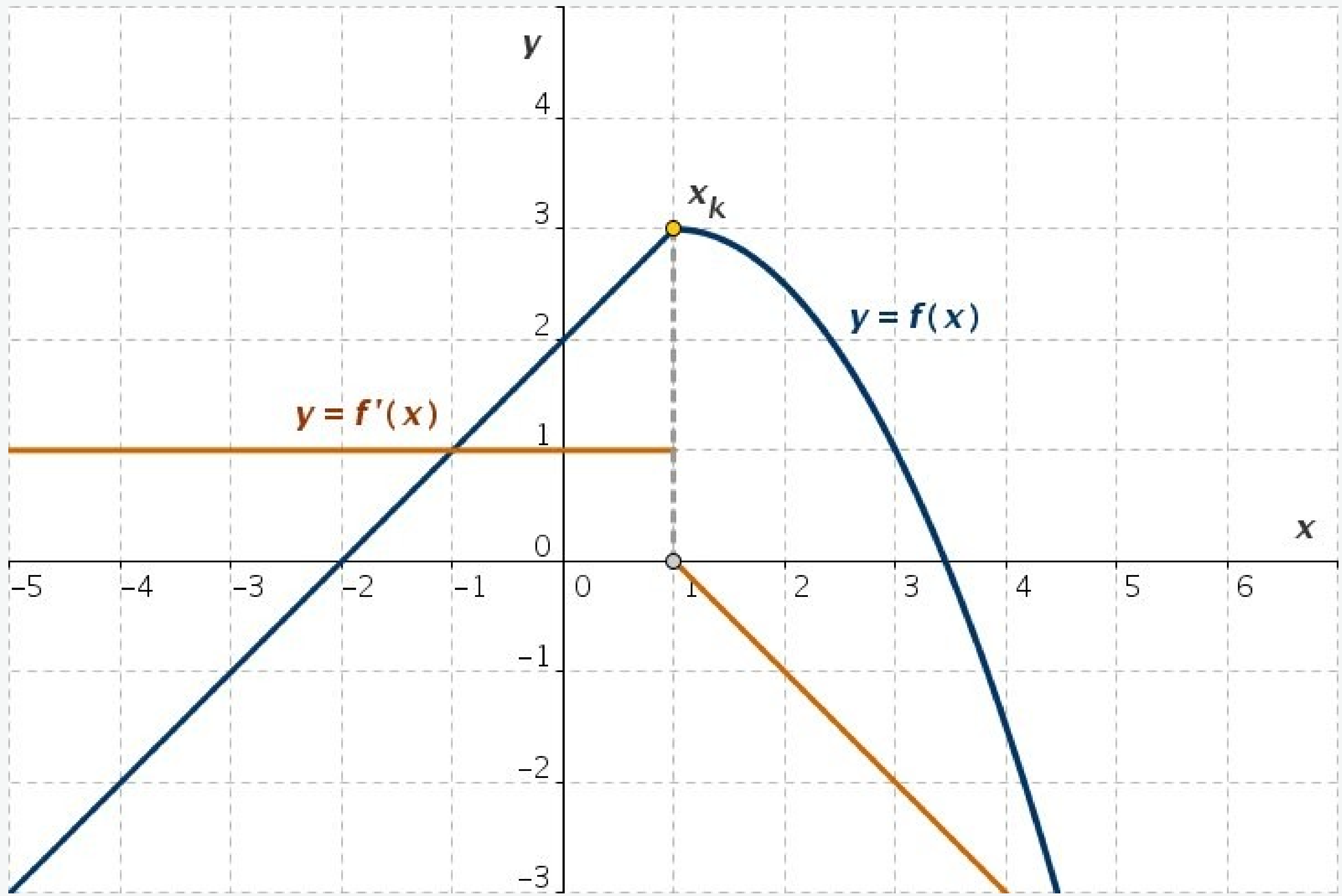


Abb. L5b: Die zusammengesetzte Funktion $y = f(x)$ (blau) und ihre Ableitungsfunktion (rot)

Die Funktion ist im Punkt $x = 1$ nicht differenzierbar.

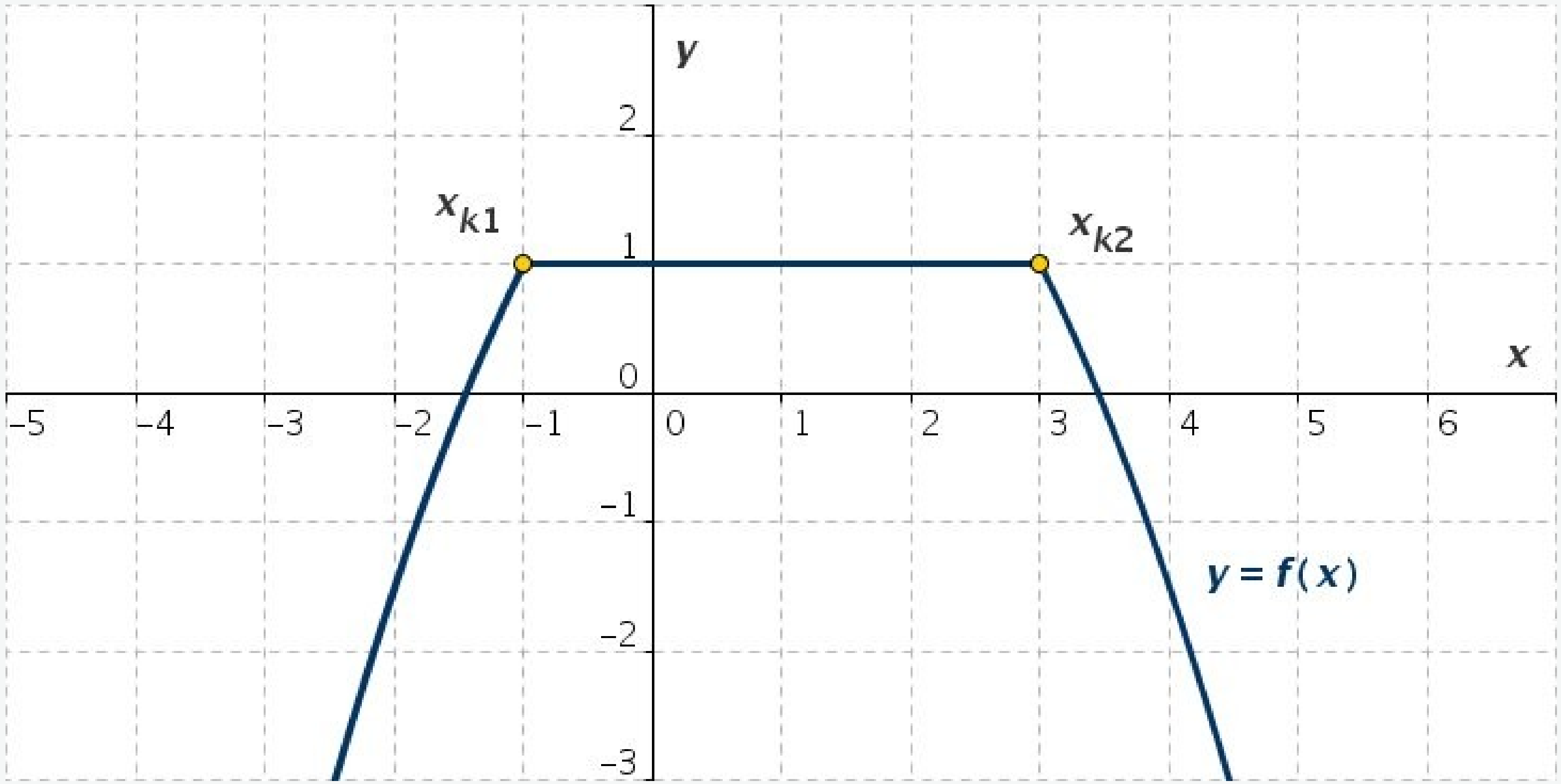


Abb. L6a: Die zusammengesetzte Funktion $y = f(x)$ der Aufgabe

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 3, \qquad |x-1| \geqslant 2$$

$$f(x) = 1, \qquad |x-1| < 2$$

$$|x-1| > 2: \quad f'(x) = 1 - x, \qquad |x-1| < 2: \quad f'(x) = 0$$

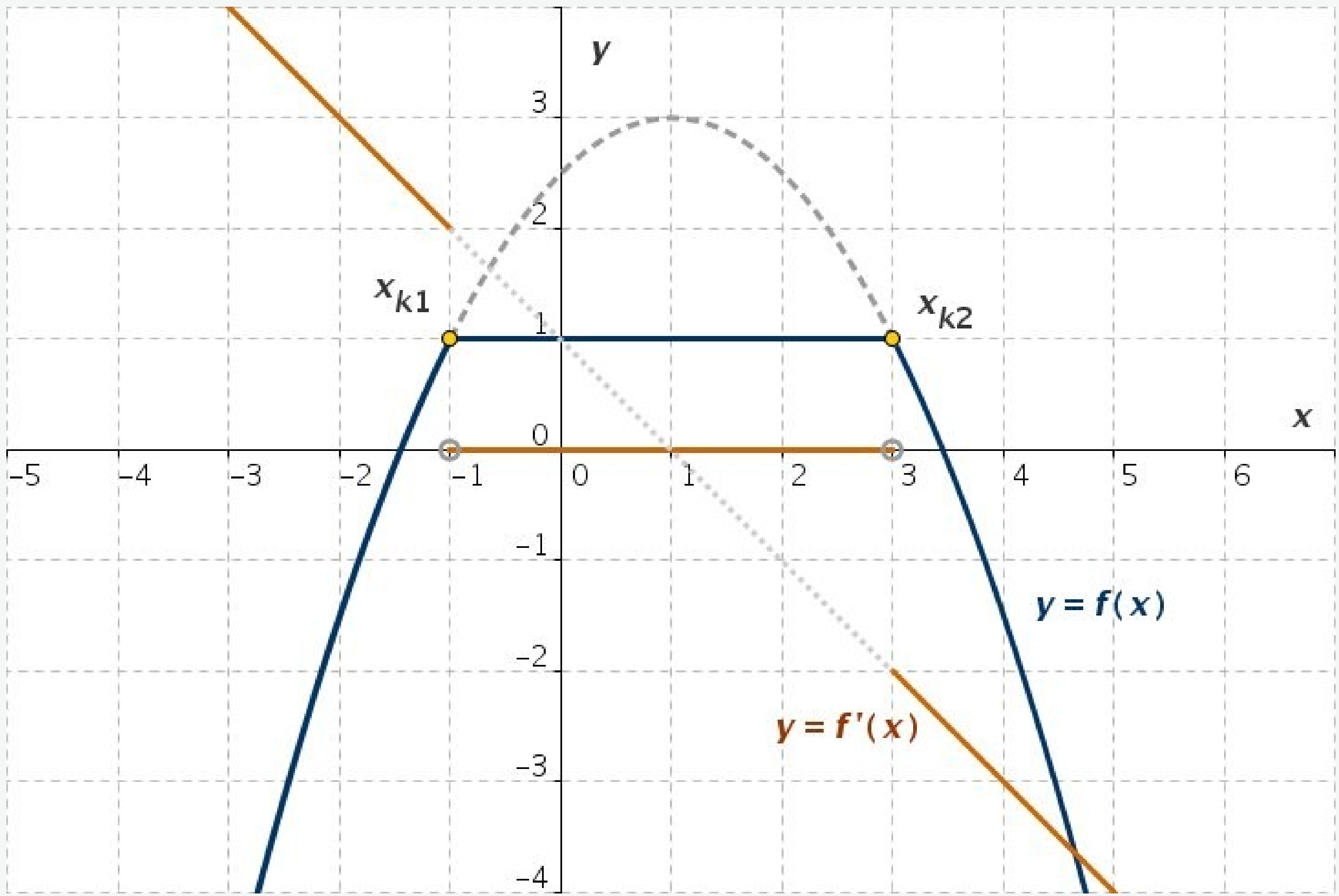


Abb. L6b: Die zusammengesetzte Funktion $y = f(x)$ (blau) und ihre Ableitungsfunktion (rot)

Die Funktion ist in den Punkten $x = -1$ und $x = 3$ nicht differenzierbar.

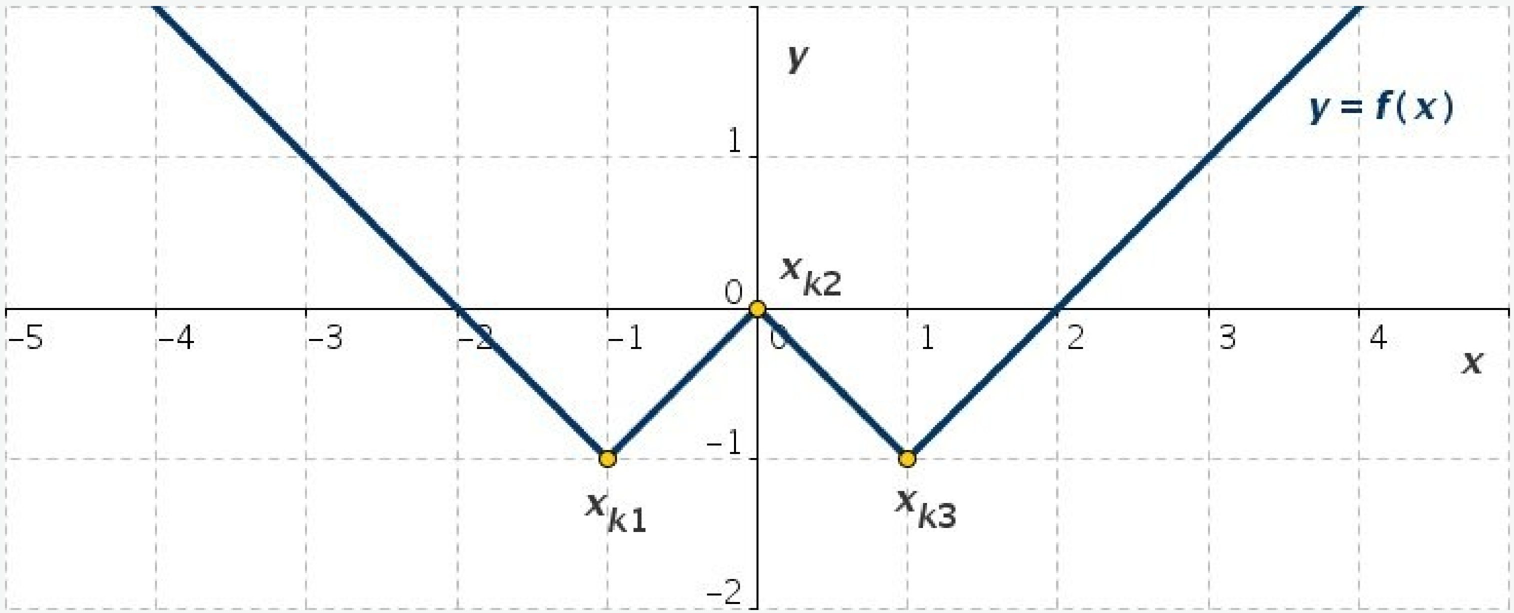


Abb. L7a: Die Betragsfunktion y = f (x)

$$f(x) = \big|\, |x| - 1 \,\big| - 1$$

1) $x \geqslant 0: \quad f(x) = |x - 1| - 1$

$0 \leqslant x < 1: \quad f(x) = -x, \qquad x \geqslant 1: \quad f(x) = x - 2$

2) $x < 0: \quad f(x) = |-x - 1| - 1$

$-1 \leqslant x < 0: \quad f(x) = x, \qquad x < -1: \quad f(x) = -x - 2$

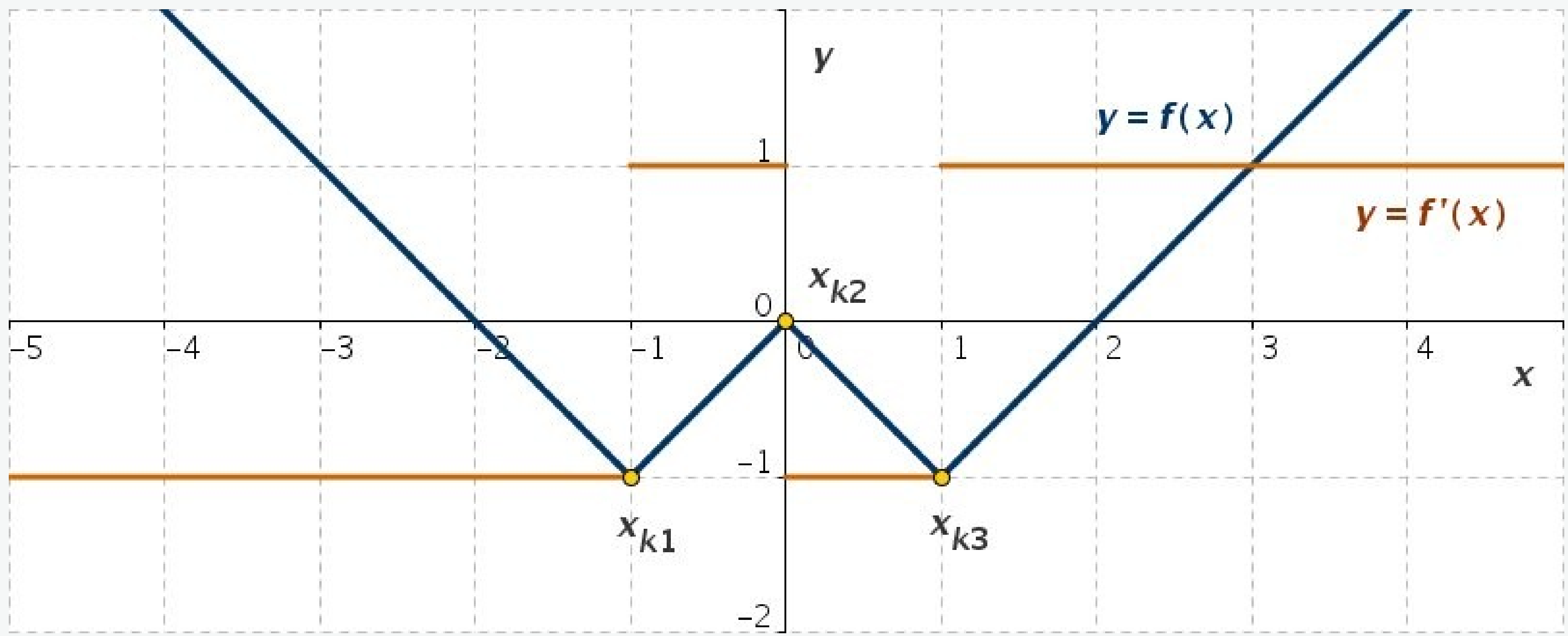


Abb. L7b: Die Betragsfunktion $y = f(x)$ (blau) und ihre Ableitungsfunktion (rot)

$$x < -1: \quad f'(x) = -1, \qquad -1 < x < 0: \quad f'(x) = 1$$

$$0 < x < 1: \quad f'(x) = -1, \qquad x > 1: \quad f'(x) = 1$$

Die Funktion ist in den Punkten $x = -1, 0, 1$ nicht differenzierbar.

http://www.youtube.com/watch?v=WkvJsMBKXPg&NR=1

H.C. Andersen “Der standhafte Zinnsoldat”

Beschreiben Sie Funktionen und ihre nicht differenzierbare Stellen, die einen tapferen Zinnsoldaten auf dem Wasser halten.

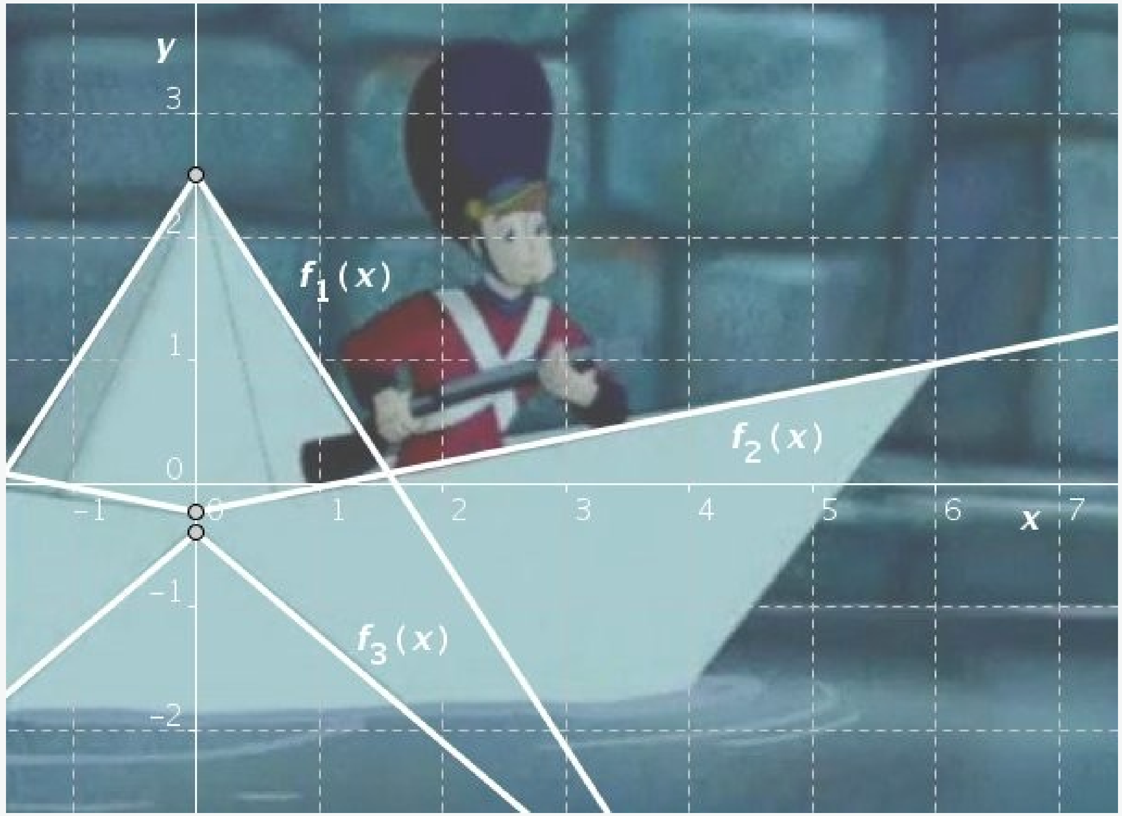


Abb. L8: Die Betragsfunktionen der Aufgabe

$$f_1(x) = -\left|\frac{3}{2}\,x\right| + \frac{5}{2}, \qquad f_2(x) = |\,0.2\,x\,| - 0.2, \qquad f_3(x) = -|\,0.85\,x\,| - 0.5$$

Diese Funktionen sind im Punkt $x = 0$ nicht differenzierbar.